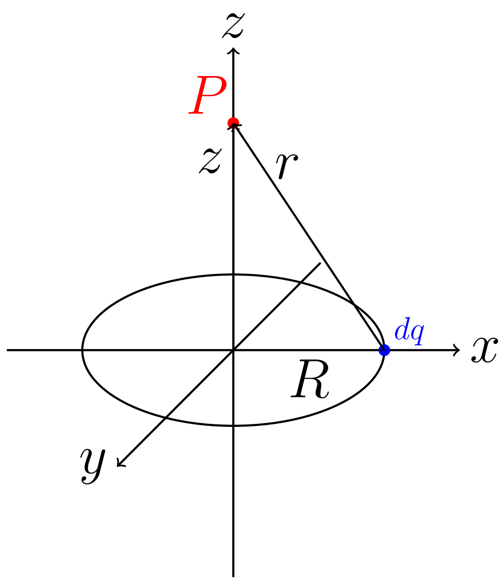
Ejercicio 4 Encontrar errores

March 22, 2025

1 Planteamiento del Problema

Se tiene un anillo de radio R con carga uniforme. Queremos calcular el campo eléctrico a lo largo del eje z y analizar el movimiento de una partícula cargada.



2 Cálculo del Campo Eléctrico

El campo eléctrico diferencial en un punto sobre el eje z es:

$$dE = \frac{k\,dq}{r^2}$$

donde $r = \sqrt{z^2 + R^2}$.

La carga diferencial se expresa como:

$$dq = \lambda\,dl$$

El diferencial de longitud es:

$$dl = d\theta$$

Ahora integramos sobre el anillo. Como la componente radial del campo se cancela por simetría, solo queda la componente z:

$$E_z = \int \frac{k\lambda d\theta}{(z^2 + R^2)}$$

Dado que:

$$\frac{d}{dz}(z^2 + R^2)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}(z^2 + R^2)^{-\frac{3}{2}}$$

Entonces evaluamos la integral y obtenemos:

$$E_z = -\frac{kQz}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

3 Determinación del Máximo de E_z

Para encontrar el punto donde el campo es máximo, igualamos la expresión de E_z a cero:

$$\frac{kQz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} = 0$$

Por lo tanto el campo es máximo en $z = 0$

4 Ecuación de Movimiento

Si colocamos una carga $-e$ en el eje z, la ecuación de movimiento es:

$$m\ddot{z} = eE_z$$

5 Pequeñas oscilaciones

Sustituyendo la expresión del campo eléctrico obtenemos:

$$m\ddot{z} = e\frac{kQz}{(z^2 + R^2)^{(3/2)}}$$

Despejando

$$\ddot{z} - e\frac{kQz}{m(z^2 + R^2)^{(3/2)}} = 0$$

Por lo tanto:

$$\omega^2 = -e\frac{kQ}{m(z^2 + R^2)^{(3/2)}}$$