

1. Estudiar los siguientes sistema de ecuaciones:

$$(a) \begin{cases} -x + y - z = -1 \\ 4x + 2y - z = 5 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ 6x + 3y - z = 2 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ 6x + 3y - z = 2 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x + 4y - 2z = 0 \end{cases}$$

2. Resuelva los siguientes sistemas por el método de escalarización:

$$(a) \begin{cases} x + 3y + 2z + 3t + 4u = 5 \\ x + 2y + 2z + 2t + u = 4 \\ 2x + 5y + 3z + 2t - u = 0 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x + 2y - 2z = -3 \\ 2x + 3y + z = 10 \\ -x + 2y + 3z = 9 \\ 3x - y - z = 4 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 2x + 2y - z + t = 4 \\ 4x + 3y - z + 2t = 6 \\ 8x + 5y - 3z + 4t = 12 \\ 3x + 3y - 2z + 2t = 6 \end{cases}$$

3. Estudiar (Discutir y Resolver) los siguientes sistemas:

$$(a) \begin{cases} -x + y - z = -2 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + z + (\alpha - 5)z = 2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} -x + y + \lambda z = -1 \\ x + \lambda y + z = 1 \\ \lambda x + y + z = -2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} -x - y = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \\ x + 3y + 2z = \beta \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} -x + y + z = -2 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + (\lambda^2 - 3)z = \lambda \end{cases}$$

4. Determinar los valores de $m \in \mathbb{R}$ para los cuales el rango de la matriz ampliada del sistema S es igual al rango de la matriz de coeficientes asociadas

$$(a) \begin{cases} -x + 2y + z = 5 \\ x - y + 3z = -1 \\ -x + 3y + 5z = m \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} -3x + y - 10z = 1 \\ -x + 3y = -7 \\ -x + mz = 1 \end{cases}$$

5. Calcular el rango de las siguientes matrices y deducir la naturaleza del sistema homogéneo asociado:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -3 & -3 & 6 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

6. Dadas las ecuaciones $\begin{cases} 3x - y + z = 3 \\ x - 2y - 3z = 1 \end{cases}$ agregar una tercera ecuación de manera que el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas resultante tenga $(0, -2, 1)$ como solución única.

7. Calcule el rango de $A = \begin{pmatrix} 1 & a & -3 \\ a & 1 & -1 \\ a^2 & a & a \end{pmatrix}$, discutiendo según a .

(a) Calcule el rango de $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & a^2 & 0 \\ 1 & a & (a+1)^2 \end{pmatrix}$, discutiendo según a .

(b) Discuta según a la naturaleza del sistema $AX = b$ siendo $b = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ a^2 - 3a + 6 \end{pmatrix}$

8. Indicar el rango de las siguientes matrices del sistema y de la correspondientes matrices ampliadas:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \dots A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ -0 \end{pmatrix}$$

$$(b) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ -0 \end{pmatrix}$$

- (c) Discutir naturaleza de los sistemas utilizando el teorema de Rouché-Frobenius.