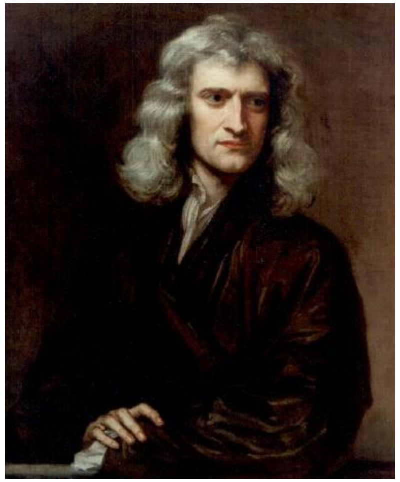
Transporte de Cantidad de Movimiento

Capítulo 1 - Bird

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

Fenómenos de Transporte en Ingeniería de Procesos

Introducción



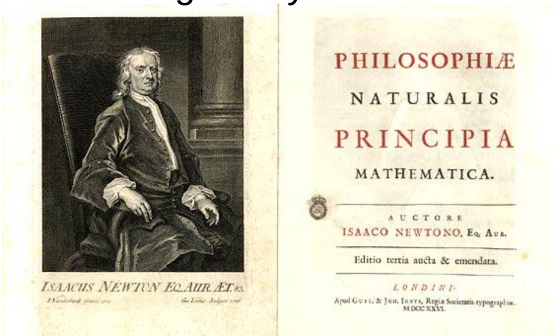
SIR ISAAC NEWTON
1642 – 1727
Inglaterra

Físico
Filósofo
Teólogo
Inventor
Alquimista
Matemático

Woolsthorpe

https://es.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

https://www.biografiasyvidas.com/monografia/newton/



Ley de la gravitación universal
Bases de la mecánica clásica
Cálculo diferencial e integral
Espectro de color
Convección
Pionero de la mecánica de los fluidos

Fuerzas

Tipos de fuerza:

- De contacto (actúan sobre las superficies del sistema)
  - De presión (impacto de partículas de un fluido adyacente y produce fuerzas normales a las superficies)
  - De rozamiento (interacción entre las capas electrónicas externas del fluido con la superficie en contacto y produce esfuerzos que depende de la dirección de la fuerza y de la superficie)
- A distancia (ej. Gravedad)

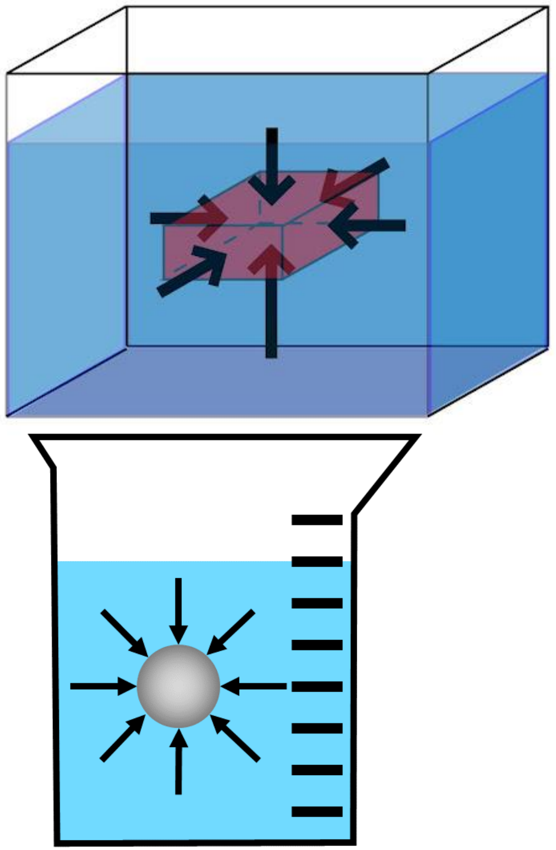
La fuerza es una magnitud vectorial (por lo que queda definida por su módulo, dirección y sentido).

Fuerzas de contacto

Presión estática

$$\boxed{P = \frac{F}{A}}$$

Es un escalar



F es la componente de la fuerza que es normal y entrante a la superficie A, → P es un escalar.

Fuerzas de contacto

Fuerzas de rozamiento:

$$\boxed{\tau = \frac{F_{rozamiento}}{A_{fricción}}}$$

τ es un esfuerzo.

La dirección del esfuerzo depende de la dirección de la fuerza y de la superficie.

Esfuerzos

El esfuerzo es la fuerza por unidad de área que se ejerce sobre una superficie:

$$\tau \equiv \frac{F}{A}$$

El esfuerzo que se ejerce **en un punto de la superficie** del sistema es:

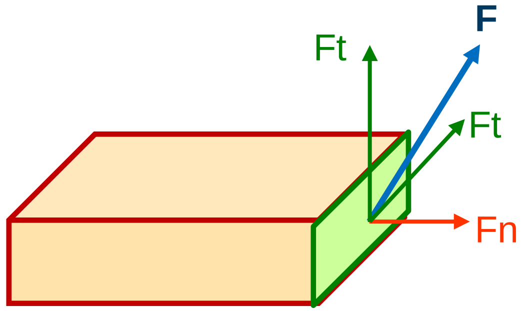
$$\tau = \lim_{A \to \delta A} \left(\frac{F}{A} \right) = \frac{\partial F}{\partial A} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{F = \int \tau \, \partial A}$$

Esfuerzos

Se distingue entre esfuerzos normales y tangenciales (esfuerzos cortantes), según sea la dirección de la componente de la fuerza respecto a la superficie.

$$\tau_{ii} = \lim_{A \to \partial A} \frac{F_i}{A_i}$$ Esfuerzos normales a A_i

$$\tau_{ij} = \lim_{A \to \partial A} \frac{F_j}{A_i}$$ Esfuerzos tangenciales a A_i (o esfuerzos cortantes)



Esfuerzos

Definimos por τ_{ij} **al esfuerzo aplicado sobre la superficie i en la dirección j.**

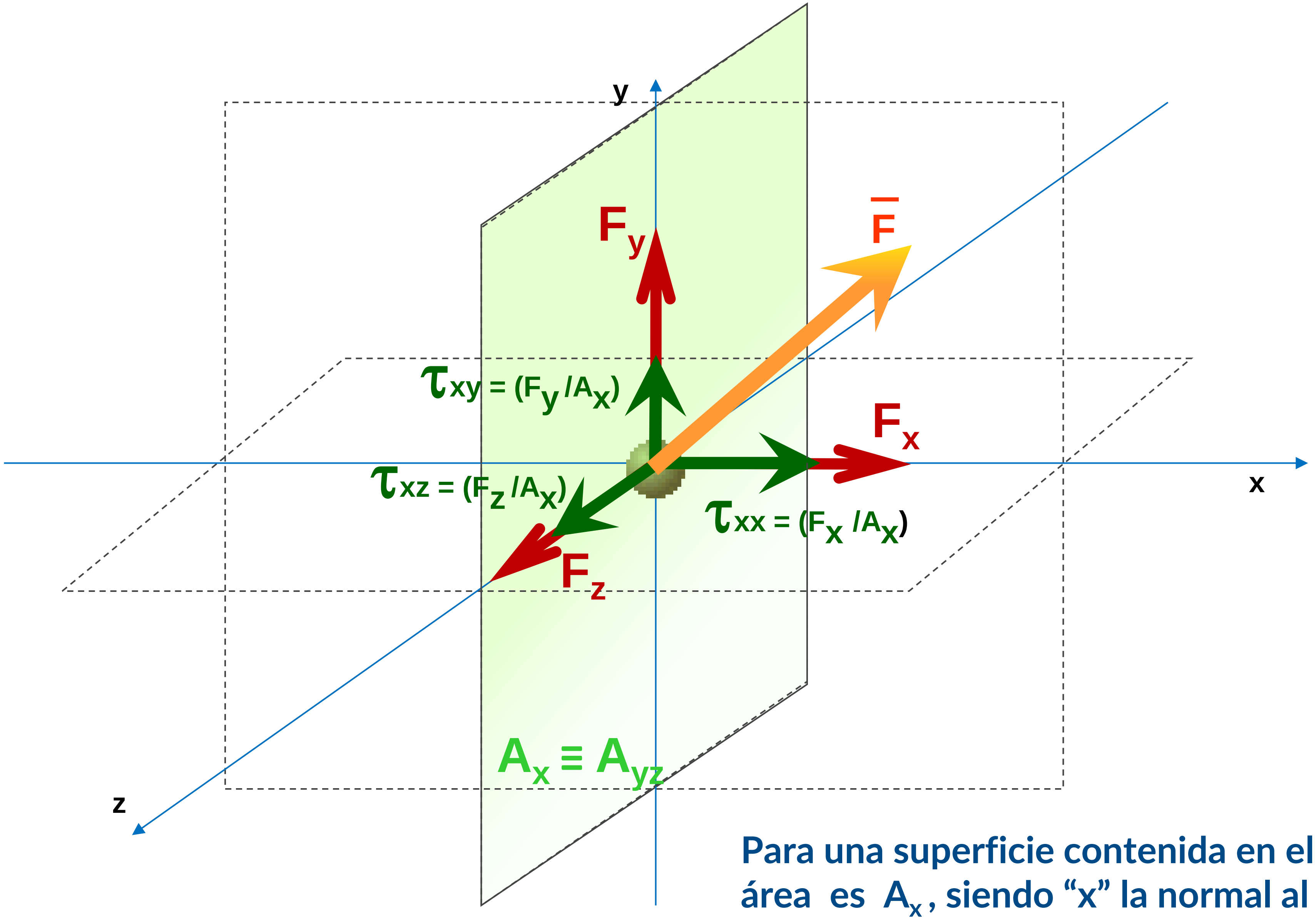
τ_{ij}

i define la superficie sobre la que se aplica el esfuerzo, representándola por su normal

j define la dirección de la fuerza ejercida sobre la superficie i.

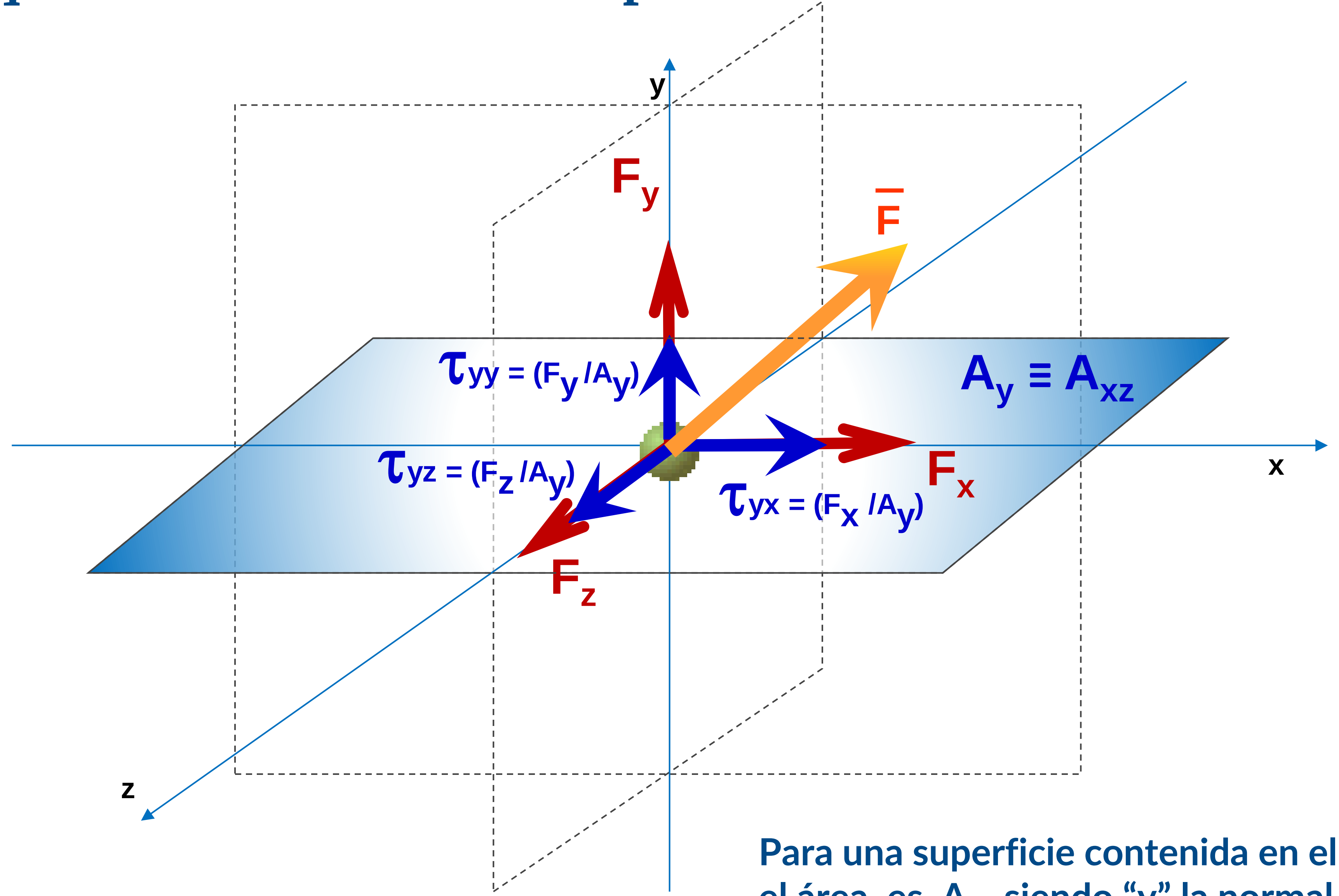
En general, el esfuerzo en un punto tendrá 9 componentes, por lo que el esfuerzo **τ es un tensor.**

Esquema de esfuerzos en el plano “yz”



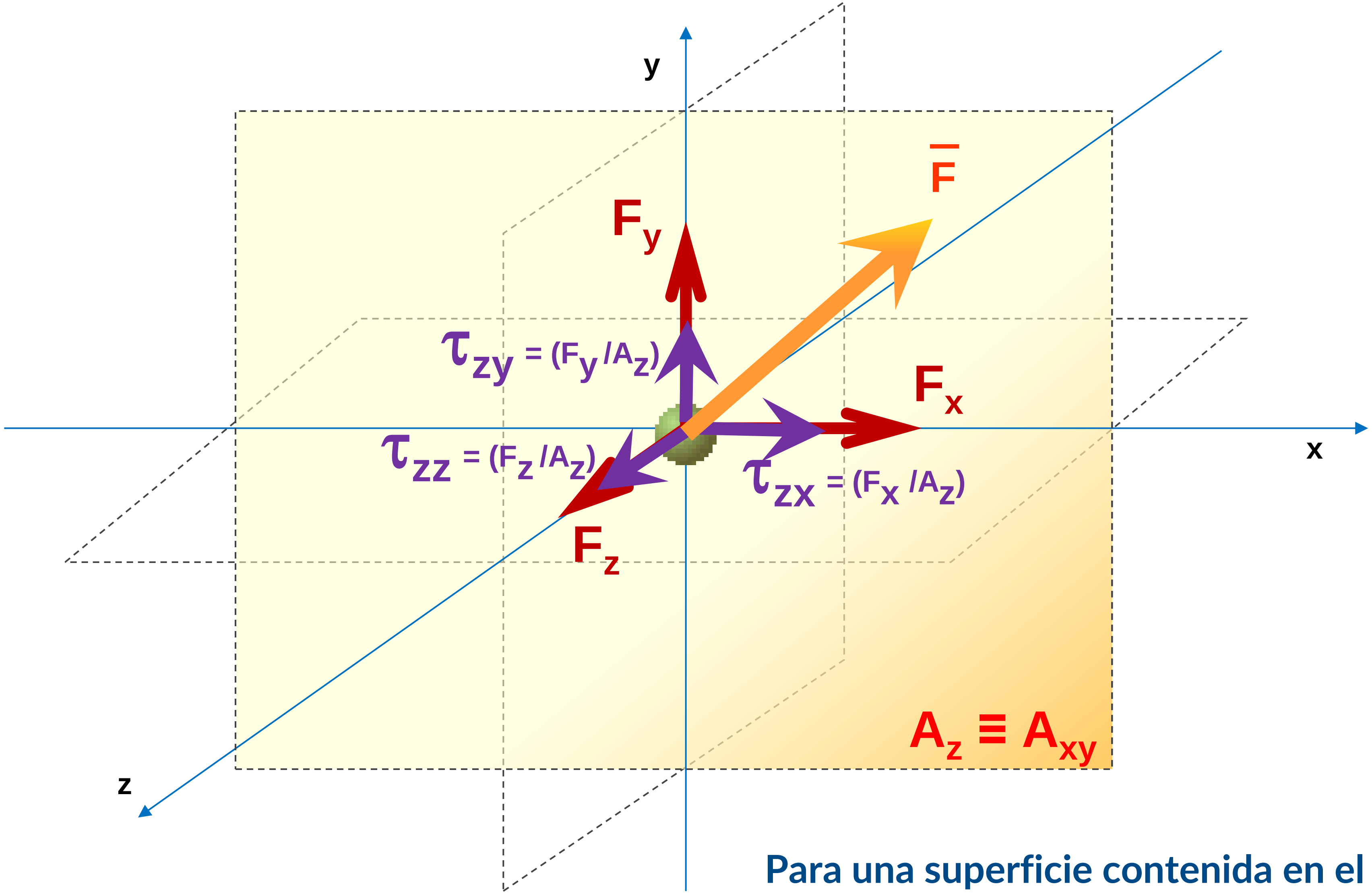
Para una superficie contenida en el plano “yz”, el área es A_x, siendo “x” la normal al plano yz.

Esquema de esfuerzos en el plano “xz”



Para una superficie contenida en el plano “xz”, el área es A_y, siendo “y” la normal al plano xz.

Esquema de esfuerzos en el plano “xy”



Para una superficie contenida en el plano “xy”, el área es A_z, siendo “z” la normal al plano xy

Esfuerzos

El tensor de esfuerzos en un sistema cartesiano es:

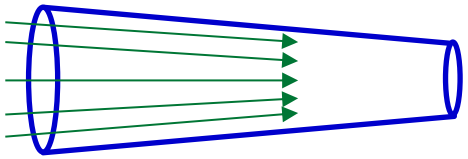
$$\bar{\bar{\tau}} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

τ_{ii} : esfuerzos normales a la superficie $\mathbf{A}_i$

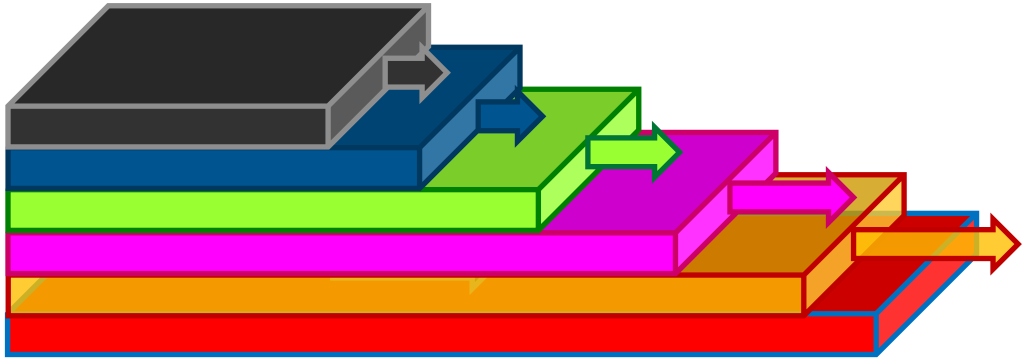
τ_{ij} : esfuerzos cortantes o tangenciales a la superficie $\mathbf{A}_i$

Esfuerzos

Esfuerzos Normales → se producen cuando cambia la sección del flujo. Aparece elongación o compresión del fluido en la dirección del movimiento.



Esfuerzos Tangenciales → producen el arrastre y deslizamiento entre capas de fluido que se mueven paralelamente a distintas distancias de la superficie.



Conservación de la cantidad de movimiento

Segunda ley de Newton del movimiento:

$$\boxed{\vec{F}_{NETA} = \frac{\partial(m\vec{v})}{\partial t} = \frac{\partial(\vec{p})}{\partial t}}$$

«La velocidad de cambio de cantidad de movimiento (o sea el flujo de cantidad de movimiento) es igual a la fuerza neta que actúa sobre el sistema»

Conservación de la cantidad de movimiento

De la segunda ley de Newton del movimiento y la definición de esfuerzo resulta:

$$\Rightarrow \tau \equiv \underbrace{\frac{F}{A}}_{\text{Esfuerzo}} = \underbrace{\frac{\partial(mv)}{A.\partial t}}_{\text{Densidad. de flujo de CDM}}$$

«El esfuerzo ejercido sobre la superficie de un sistema es igual a la densidad de flujo de cantidad de movimiento»

Fluidos

Un fluido se define como una sustancia que se deforma continuamente al aplicarle un esfuerzo cortante.

Por lo tanto, al aplicar un esfuerzo cortante sobre un fluido, este se moverá con cierta velocidad.

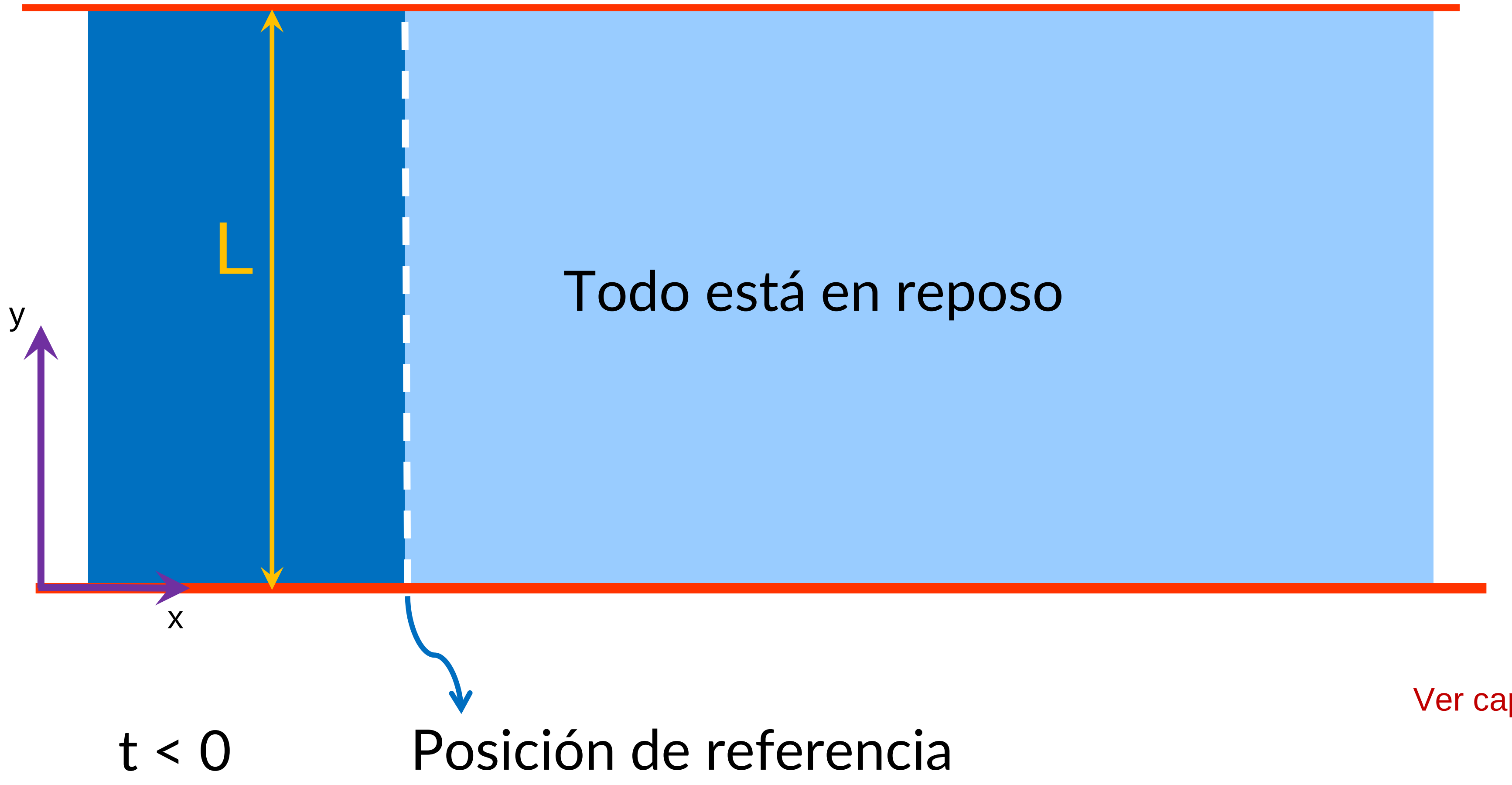
Un fluido que se mueve en un sistema, está sometido al menos a un esfuerzo cortante.

Ley de Newton de la viscosidad

Es muy importante poder establecer la relación entre el esfuerzo cortante aplicado al fluido y la velocidad que adquiere el mismo.

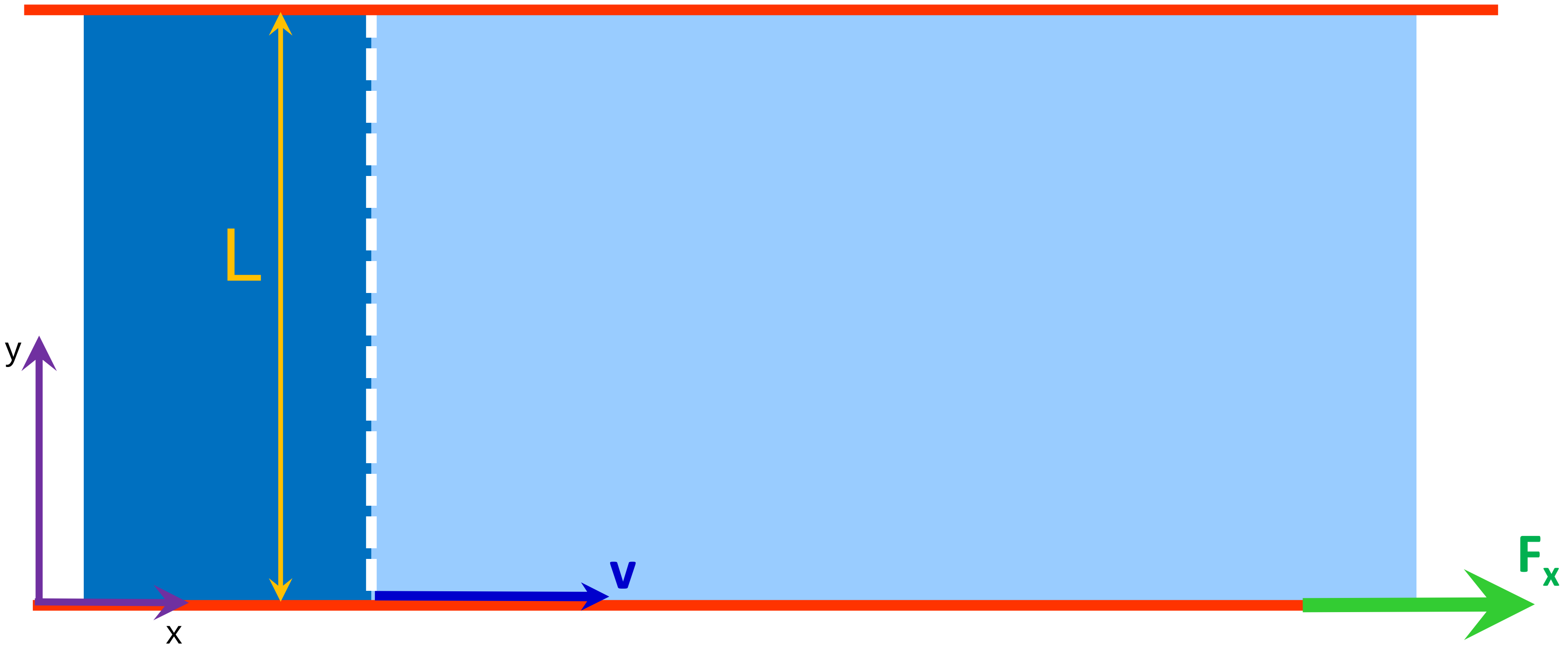
Para esto veremos el siguiente experimento teórico:

Un fluido está inicialmente en reposo entre dos láminas paralelas e infinitas separadas una pequeña distancia L, y en determinado momento se aplica una fuerza F sobre una de las placas, de forma que esta se mueva con una velocidad constante v.

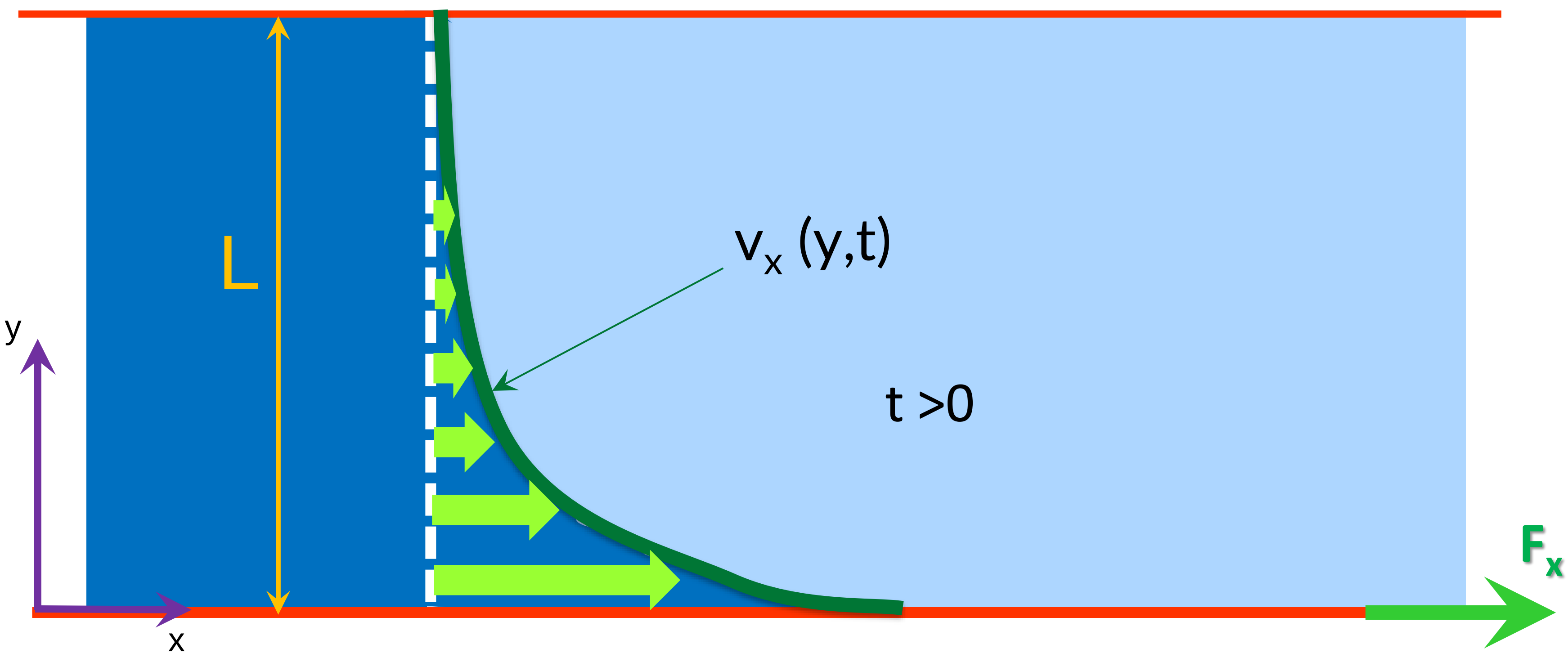


Ver capítulo 1 de Bird.

La placa superior permanece quieta (v=0), mientras que la placa inferior empieza a moverse con velocidad constante v por acción de una fuerza $\mathbf{F_x}$

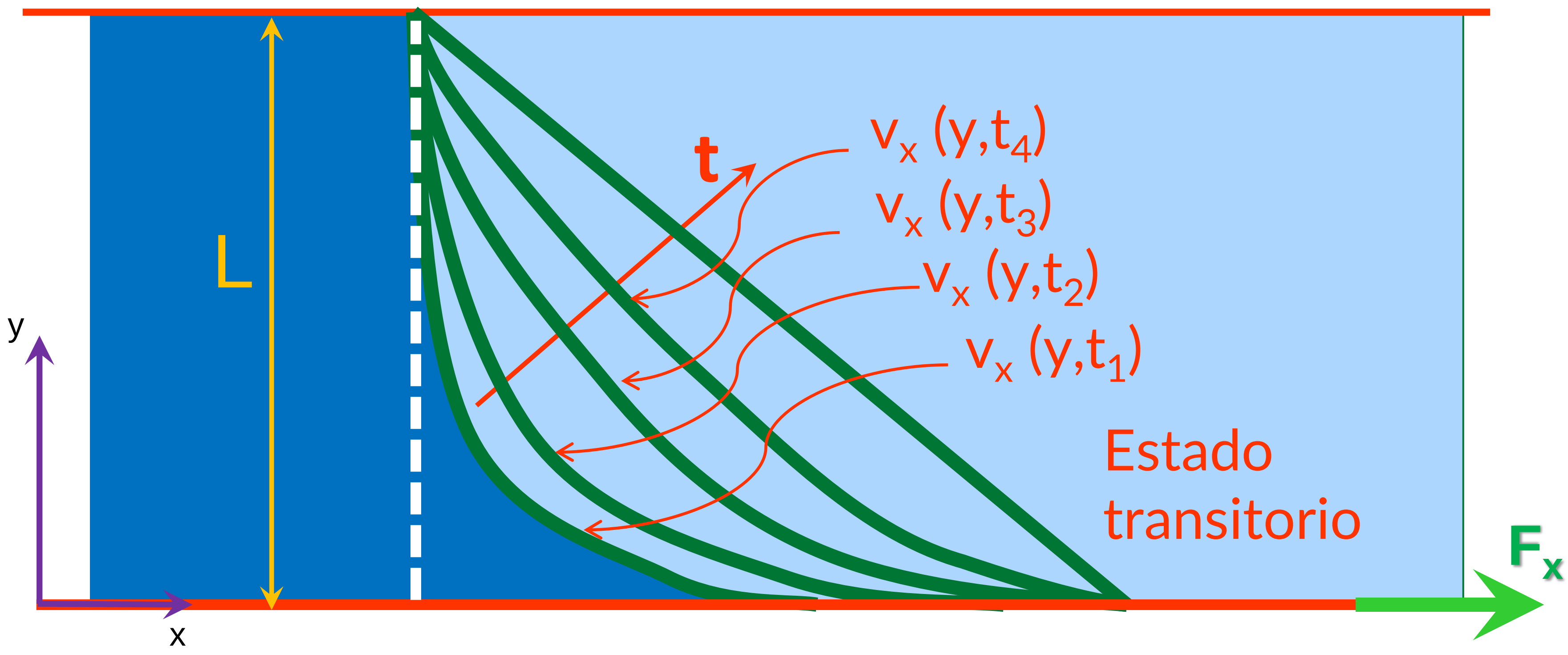


El fluido empieza a moverse en capas, donde las capas inferiores arrastran a las superiores



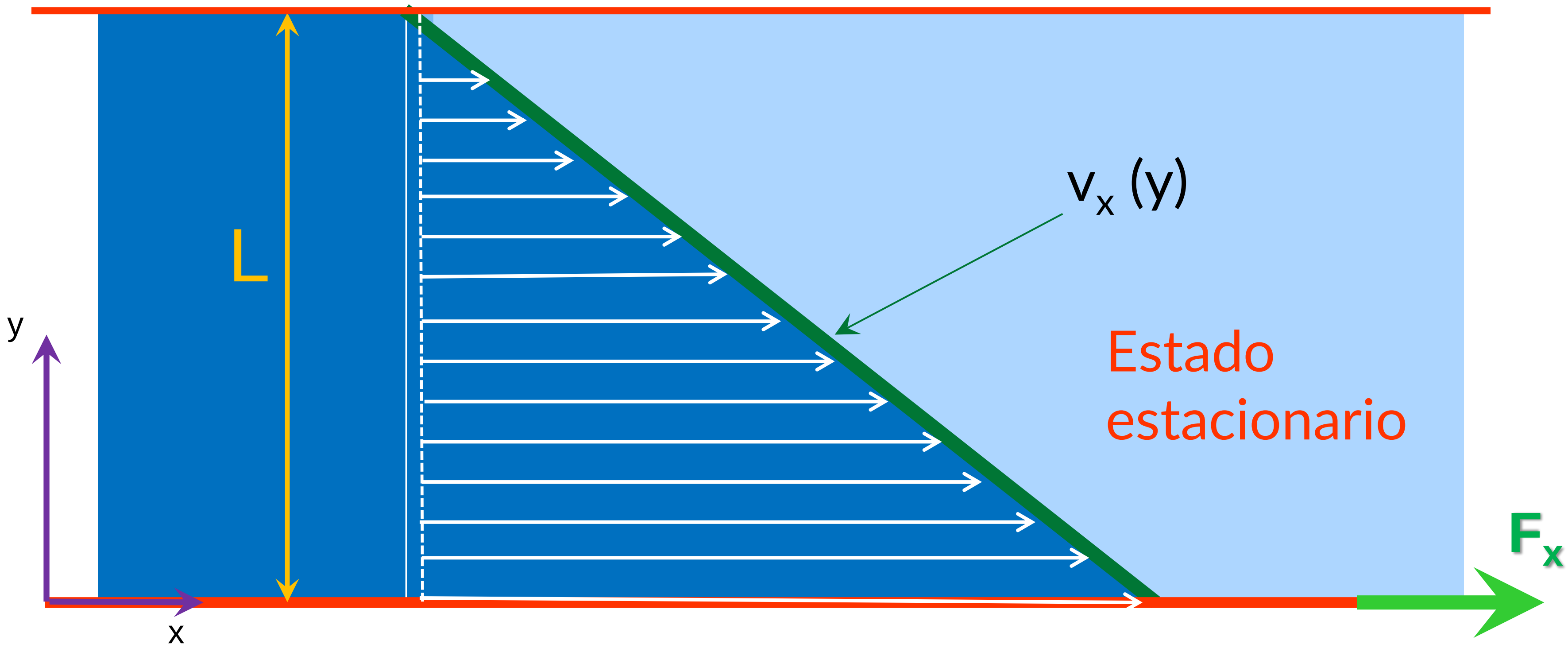
El fluido se moverá “en capas” paralelas (flujo laminar).

Cada capa en una posición «(y+ Δy)» se mueve en línea recta arrastrada por la capa adyacente inferior (en y), que se mueve a una velocidad mayor.

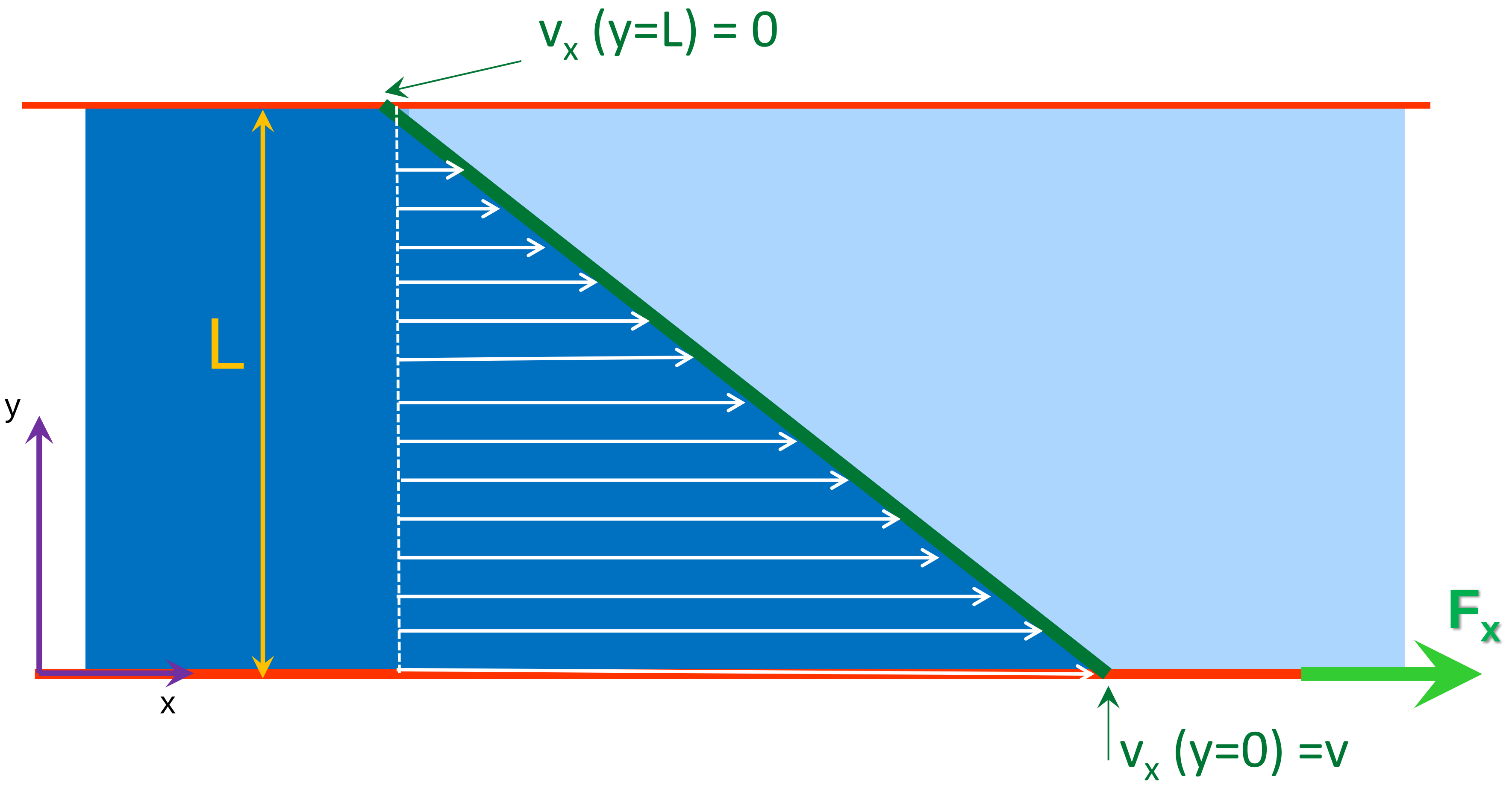


Cada capa se empieza a mover con una velocidad propia, arrastrada por la capa de fluido que esta más abajo y el perfil de velocidades va cambiando con el tiempo transcurrido desde el reposo original hasta…

Para cierto $t = t_0 > 0$, se establece un perfil de velocidades invariante (estado estacionario: el perfil de velocidades no depende de t)



El fluido se mueve con un perfil de velocidad invariante en el tiempo



Para mantener la placa inferior con ese movimiento es necesario aplicar una fuerza constante $\mathbf{F_x}$

Ley de Newton de la viscosidad

Newton determinó que el módulo de la fuerza F_x a aplicar para mantener la velocidad de la placa en un valor v constante es:

Proporcional al área de la placa, A

Proporcional a la velocidad de la placa, v

Inversamente proporcional a la distancia entre las placas, L

$$|F_x| \propto \left| A_y \frac{v}{L} \right| \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\tau_{yx}| = \left|\frac{F_x}{A_y}\right| \propto \left|\frac{v}{L}\right|}$$

Ley de Newton de la viscosidad

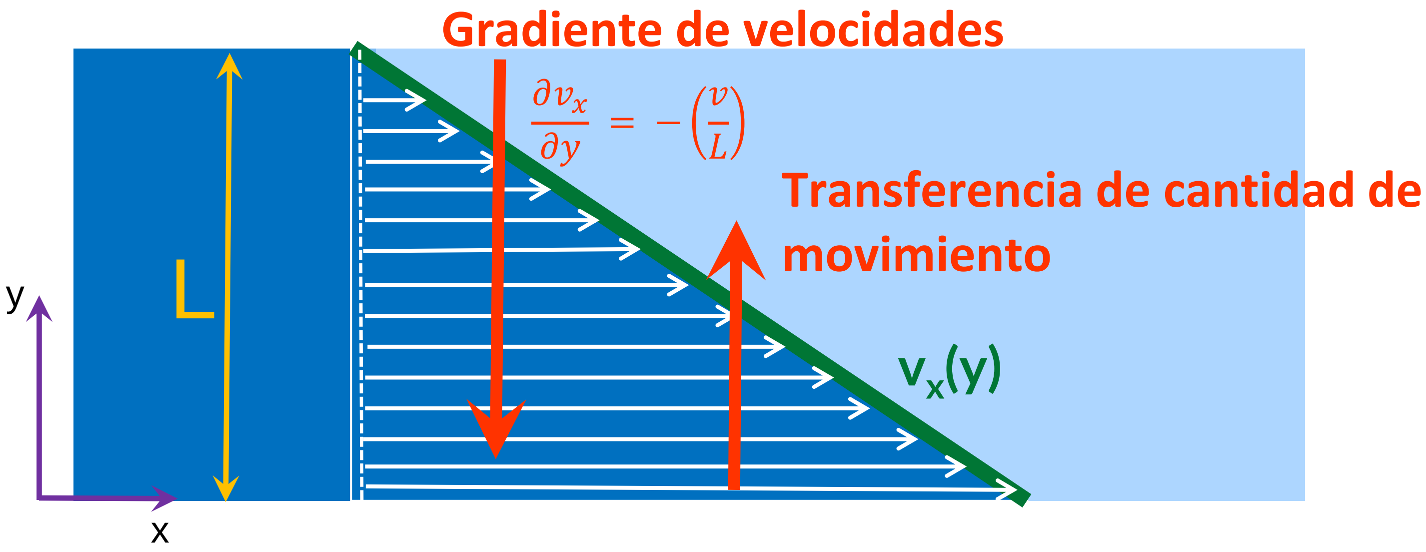
La diferencia de velocidades generada por la aplicación de la fuerza F, puede caracterizarse por el "gradiente de velocidades"

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{(0 - v)}{(L - 0)} = -\left(\frac{v}{L}\right)$$

$$\lim_{\Delta y \to 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta y}\right) \to \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\left(\frac{v}{L}\right)$$

El "gradiente de velocidades" es un vector, de dirección "y" y sentido negativo

$$\tau_{yx} \propto \left|\frac{\partial v_x}{\partial y}\right|$$



La fuerza F genera un “gradiente de velocidades”, lo que implica un **potencial** para la transferencia de la “**cantidad de movimiento**”.

La cantidad de movimiento tiene la dirección de la velocidad v, (dirección “x”), pero se va a trasferir en la dirección del gradiente de velocidades (dirección “y”), en sentido opuesto al mismo, es decir, desde velocidades mayores a velocidades menores.

Ley de Newton de la viscosidad

Para un fluido en flujo unidireccional según x:

$$\boxed{\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial y}}$$

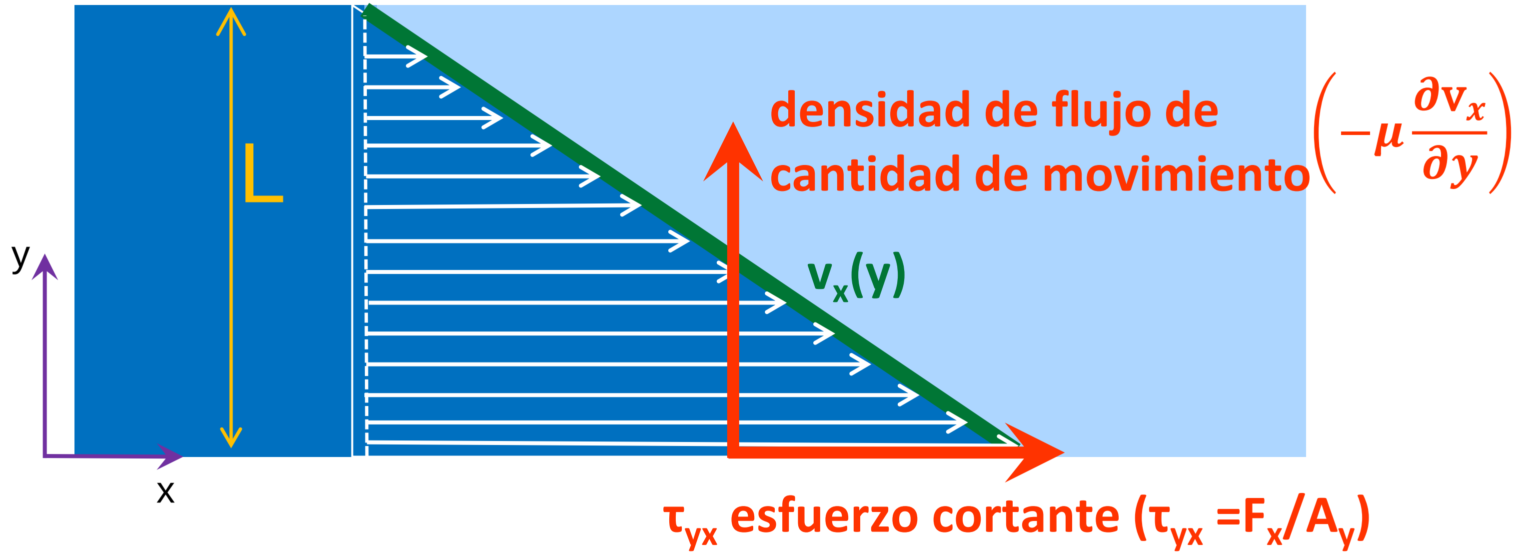
Ley de Newton de la viscosidad

Ecuación constitutiva del fluido

El esfuerzo cortante es proporcional al gradiente de velocidad, de igual dirección y de signo opuesto

El gradiente de velocidad es la fuerza impulsora para la transferencia de cantidad de movimiento y la constante de proporcionalidad es la viscosidad del fluido (μ)

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial y}$$



Sobre la placa existe un esfuerzo cortante τ_{yx} (dado por la fuerza F_x dividido la superficie de la placa).

Dicho esfuerzo genera un gradiente de velocidades según y, lo que provoca un flujo de cantidad de movimiento en la dirección del gradiente («y») y sentido opuesto.

Viscosidad

La viscosidad es una propiedad física de los fluidos, y es la constante de proporcionalidad entre τ_{yx} y $(-\partial v_x/\partial y)$.

Depende de quien es el fluido, su temperatura y su presión.

$$\mu = \frac{\tau_{yx}}{\left(-\frac{dv_x}{dy}\right)} = \frac{\text{densidad de flujo de cant. de mov.}}{-gradiente\ de\ velocidad}$$

Los fluidos que cumplen esta relación se llaman **fluidos newtonianos** y son todos los gases y la mayoría de los líquidos.

Viscosidad cinemática

Se define la viscosidad cinemática $\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial y} \Rightarrow \boxed{\tau_{yx} = -\nu \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial y}}$$

Dimensiones y unidades

$$\mu = \frac{-\tau_{yx}}{\partial v_x / \partial y}$$

$$[\mu] = \frac{[F]/[L]^2}{(\frac{[L]}{[t]})(\frac{1}{[L]})}$$

$$[\mu] = \frac{[F][t]}{[L]^2} = \frac{[M]}{[t][L]}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$[\nu] = \frac{[L]^2}{[t]}$$

Unidades	SI	CGS	fps (inglés)
Masa	Kg	g	lb
Fuerza	N	Dy	Pd
Viscosidad	Pa·s= (N·s)/m^2 = Kg/(m·s)	Poise = (Dy·s)/ cm^2 = g/(cm·s)	(Pd·s)/ft^2 = lb/(ft·h)
Viscosidad cinemática	m^2/s	Stoke = cm^2/s	ft^2/h

cP = centipoise = 0,01 P

cSt = centistoke = 0,01 St

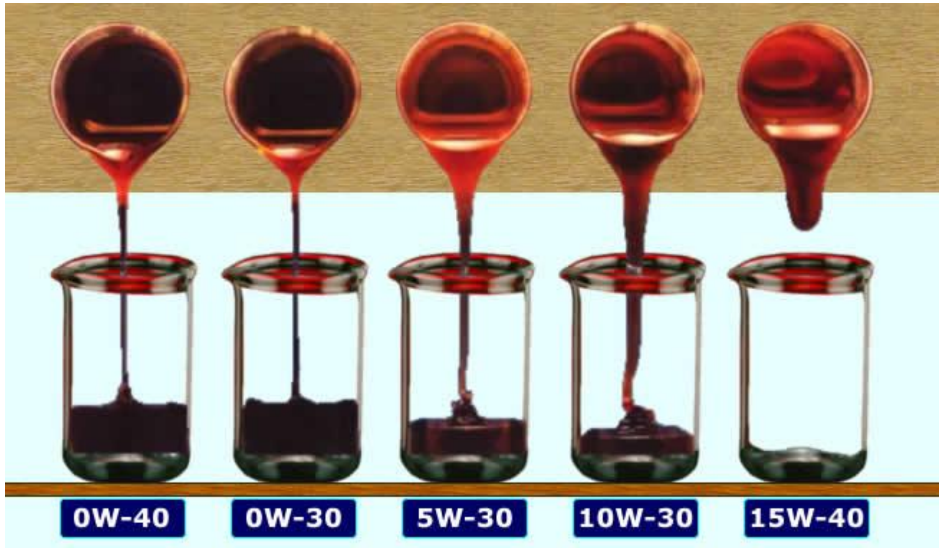
Viscosidad

Sustancia	Viscosidad (cP)
Aire	0,018
Agua	1
Mercurio	1,5
Aceite de maquinas	200 – 300
Miel	10.000

Viscosidad

En general al aumentar la temperatura

- la viscosidad de líquidos disminuye
- la viscosidad de gases aumenta



Datos experimentales

Tabulados u obtenidos por experiencias propias

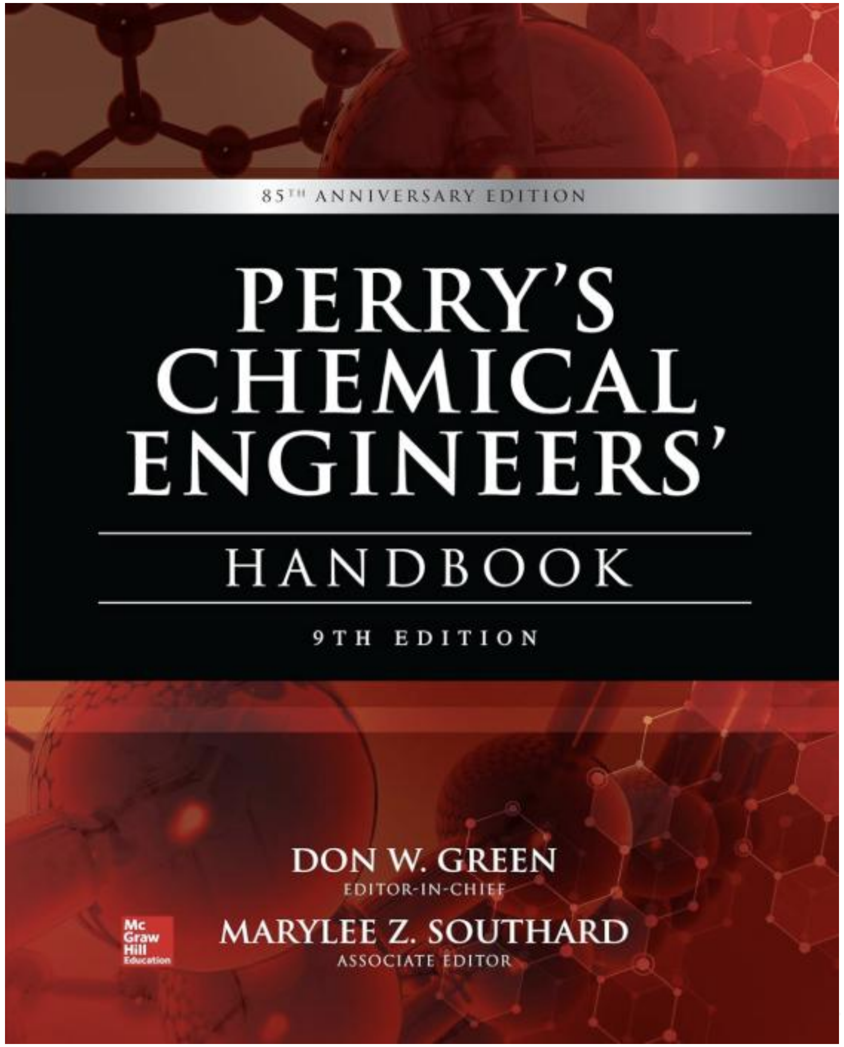
Estimación a través de ecuaciones semiempíricas

Viscosidad

Datos experimentales: Nomogramas

El punto (x,y) identifica a la sustancia

Sustancia	X	Y
Agua	X_1	Y_1
Etanol	X_2	Y_2
Benceno	X_3	Y_3



Viscosidad

A partir de la teoría cinética molecular de gases de Chapman y Enskog, se deduce ...

$$\mu[P] = 2{,}6693 \cdot 10^{-5} \frac{\sqrt{M \cdot T}}{\sigma^2 \Omega_\mu}$$

Ver capítulo 1 de Bird.

M = PM del gas;

T = Temperatura en K;

σ = diámetro característico de la molécula

Ω_μ = integral de colisión, función de kT/ε (k = constante de Boltzman),

ε = energía de interacción entre moléculas). Ver apéndice B del Bird.

μ está dado en poise (p)

Viscosidad

Ecuación de Wilke: para estimar la viscosidad de una mezcla de gases

$$\mu_{Mezcla} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i \mu_i}{\sum_{j=1}^{n} x_j \Phi_{ij}}$$

Ver capítulo 1 de Bird.

x_i = fracciones molares

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(1+\frac{M_i}{Mj}\right)^{-1/2}\left[1+\left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{1/2}\left(\frac{M_j}{Mi}\right)^{1/4}\right]^2$$

M=peso molecular

No funciona bien con moléculas polares

Ver otras limitaciones en Bird

Viscosidad

A partir de la teoría cinética molecular de líquidos se estima la viscosidad según:

$$\mu[P] = \frac{\tilde{N}h}{V_m} e^{3,8\frac{T_b}{T}}$$

Ver capítulo 1 de Bird.

Ñ = Número de Avogadro = 6,02 x 10^{23} (1/g mol)

h = cte de Plank = 6,64 x 10^{-27} erg/seg

V_m = volumen molar del líquido (cm^3 / gmol)

Tb = Temperatura de ebullición a 1 atm

T = Temperatura a la que se quiere calcular

La fórmula es aproximada, arroja errores de hasta 30 %.

Viscosidad

Viscosidad de una mezcla de líquidos:

$$\log(\mu_{Mezcla}) = \sum_{i=1}^{n} x_i \log(\mu_i)$$

Fórmula de Andrade: Dependencia de la viscosidad de un líquido con la temperatura

$$\log(\mu) = a + \frac{b}{T}$$

Se tabulan constantes, o se pueden derivar a partir de valores conocidos de μ a 2 temperaturas.

Fluidos no newtonianos.

Para algunos líquidos complejos, la relación entre la densidad de flujo de cantidad de movimiento (τ_{xy}) y el gradiente ($\partial v_x/\partial y$) no es lineal.

A estos fluidos se les denomina **fluidos no newtonianos.**

En este caso:

$$\boxed{\tau_{yx} = -\eta \frac{\partial v_x}{\partial y}}$$

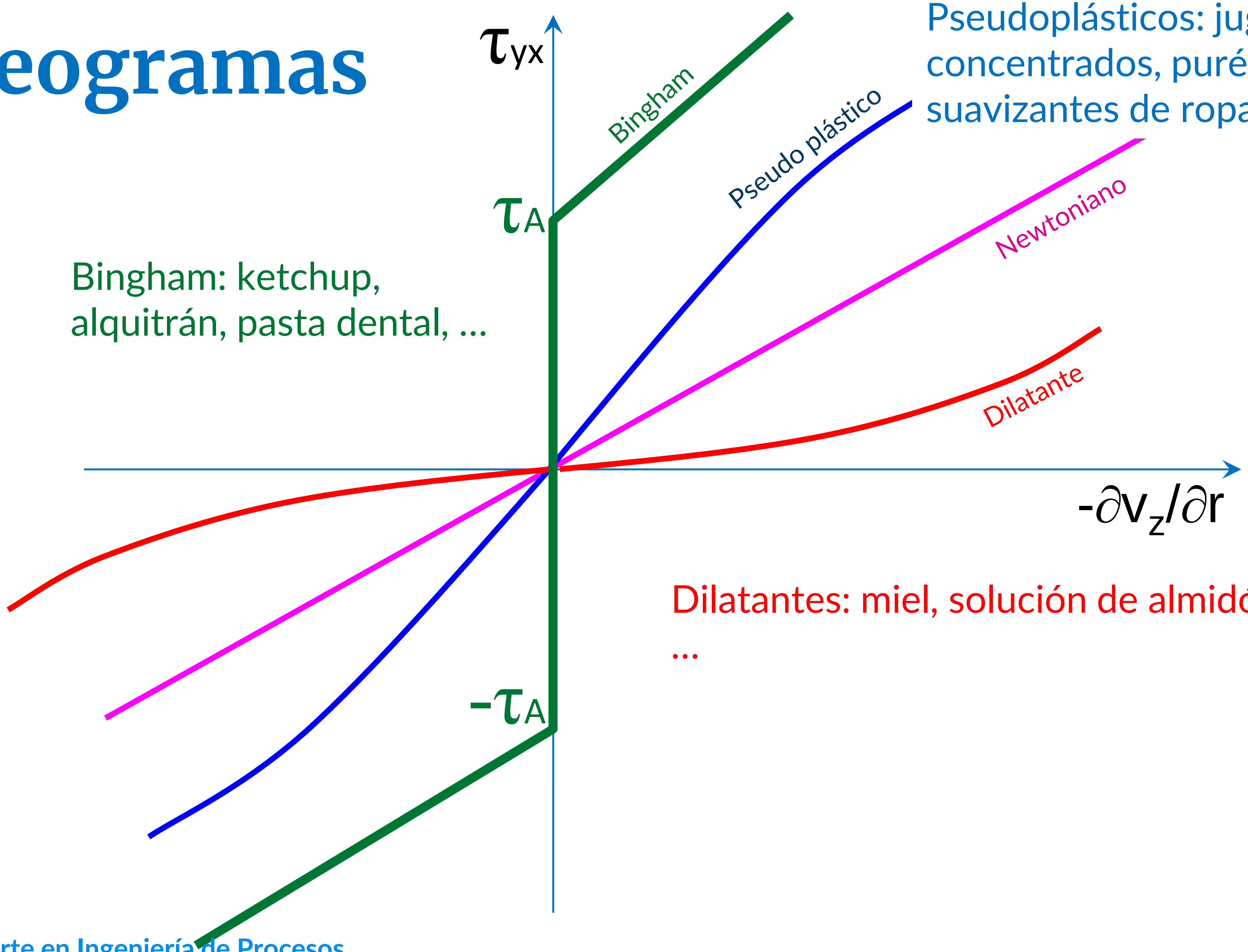
donde η= viscosidad aparente, pero no es una constante.

η no es una propiedad exclusiva del fluido sino que depende del esfuerzo aplicado en el sistema.

Reogramas

Pseudoplásticos: jugo de fruta concentrados, puré de bananas, suavizantes de ropa, ...

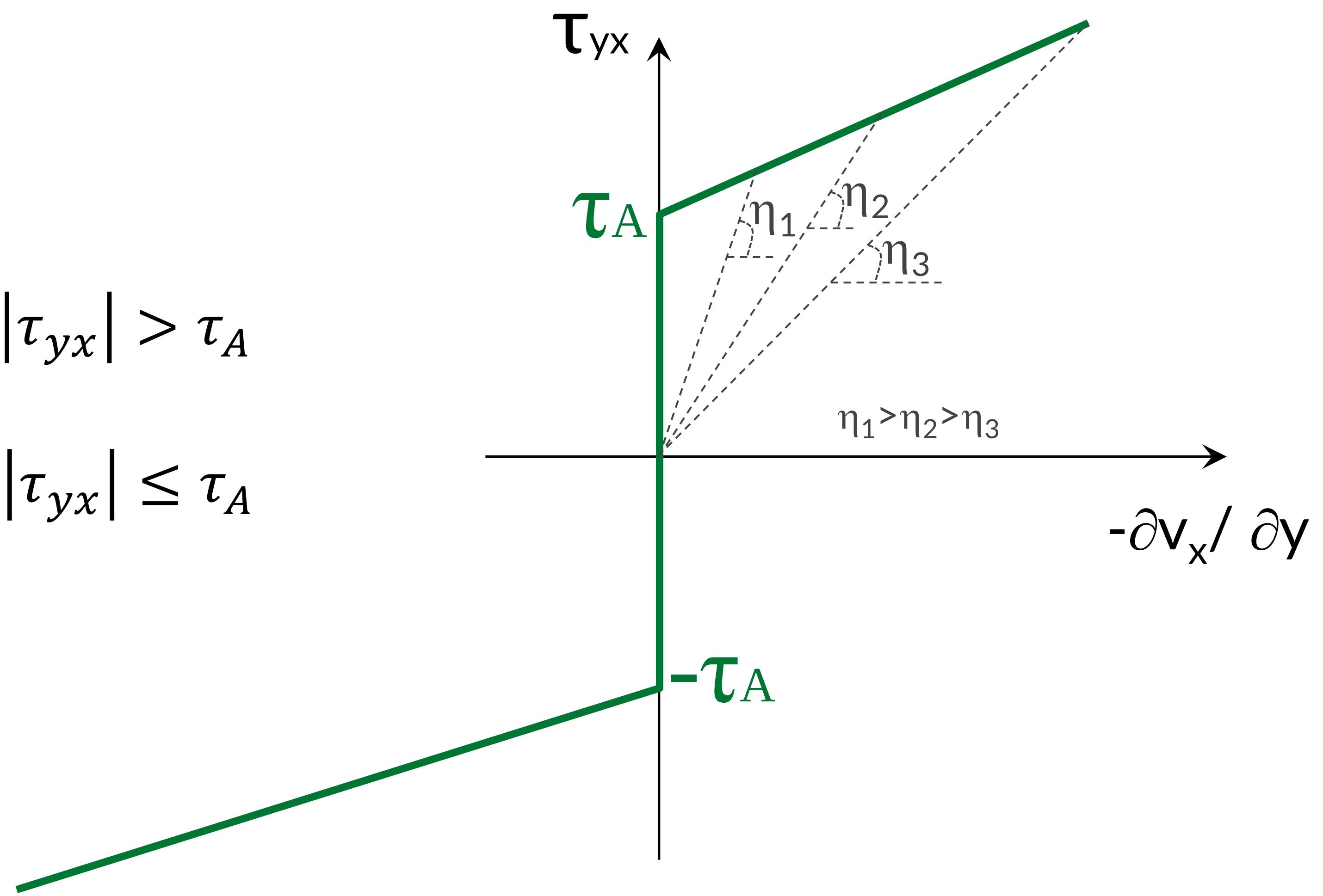
Bingham: ketchup, alquitrán, pasta dental, ...



Dilatantes: miel, solución de almidón, ...

Fluidos de Bingham

$$\begin{cases} \tau_{yx} = -\mu_0 \dfrac{dv_x}{dy} \pm \tau_A & si\left|\tau_{yx}\right| > \tau_A \\ \dfrac{\partial v_x}{\partial y} = 0 & si\left|\tau_{yx}\right| \leq \tau_A \end{cases}$$

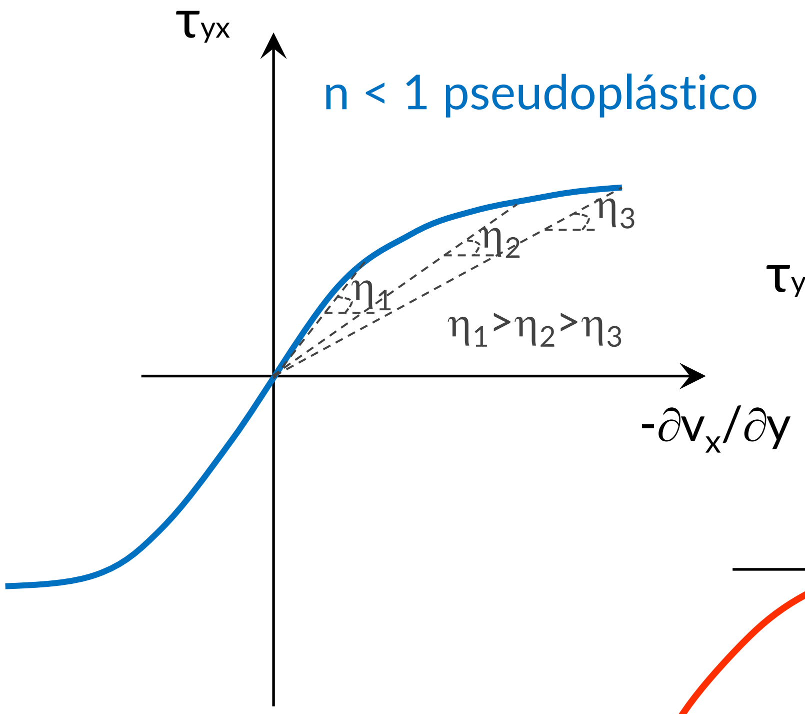


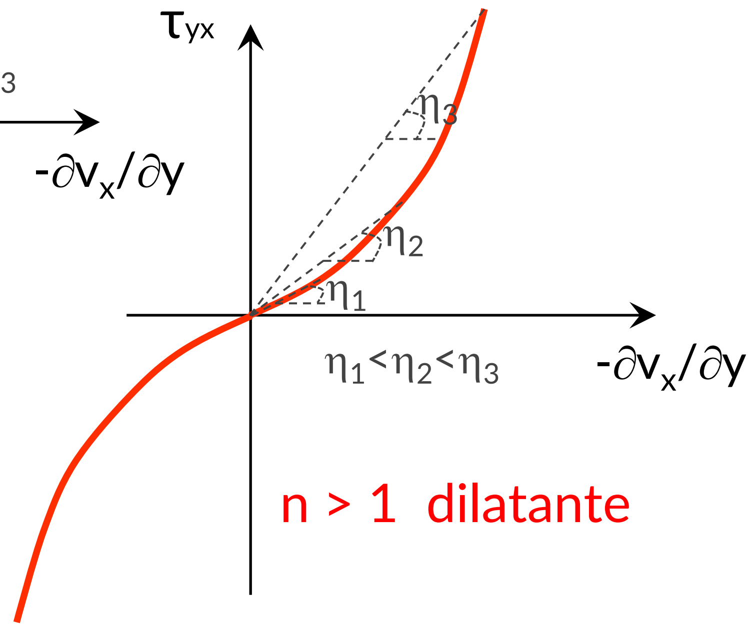
Fluidos pseudoplásticos y dilatantes

Modelo Ostwald-de Waele

$$\tau_{yx} = -\underbrace{k\left|\frac{\partial v_x}{\partial y}\right|^{n-1}}_{\substack{Viscosidad \\ aparente \\ \eta}} \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

k: es el índice de consistencia
n: es el índice de comportamiento de flujo

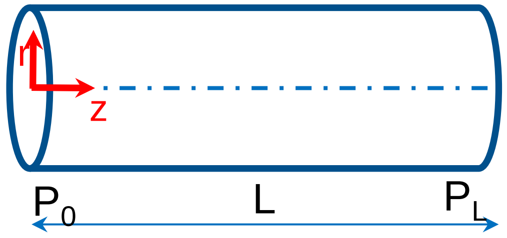




Problema

Considere el flujo de agua dentro de un tubo de radio R y largo L, bajo una diferencia de presiones P_0-P_L, en dirección z. En estas condiciones el perfil de velocidades está dado por:

$$v_z(r) = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$



a) Esquematizar el perfil de esfuerzos cortantes en el fluido.

b) ¿Qué dirección y sentido tienen el esfuerzo cortante y la densidad de flujo de cantidad de movimiento?

c) ¿Qué dirección y sentido tiene la fuerza que el fluido ejerce sobre las paredes del tubo?

Muchas gracias por tu atención

www.fing.edu.uy

/fingudelar

FACULTAD DE INGENIERÍA

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY