

Equilibrio de Tres Cargas Puntuales.

Ejercicio 1.

Resuelto por ChatGpt: Buscar errores

Planteamiento del problema

Dos cargas puntuales libres $+q$ y $+4q$ están separadas una distancia L . Se desea colocar en el espacio una tercera carga de modo que todo el sistema esté en equilibrio.

- (a) Determinar el signo, magnitud y ubicación que debe tener la tercera carga.
- (b) Analizar la estabilidad del equilibrio.

Solución

(a) Ubicación y magnitud de la tercera carga

Para que el sistema esté en equilibrio, la tercera carga Q debe ubicarse en un punto donde las fuerzas eléctricas sobre todas las cargas se cancelen.

Dado que las cargas $+q$ y $+4q$ son positivas, la tercera carga no puede ubicarse entre ellas, ya que en ese caso experimentarían fuerzas en la misma dirección sin posibilidad de equilibrio. Por lo tanto, debe situarse fuera del segmento que las une.

Si la colocamos a la derecha de $+4q$, ambas fuerzas serían atractivas si Q fuera negativa o repulsivas si Q fuera positiva, sin garantizar equilibrio. En cambio, si la colocamos a la izquierda de $+q$, existe un punto donde las fuerzas se equilibran.

Supongamos que la tercera carga Q se encuentra a una distancia x a la izquierda de $+q$, es decir, en la posición $x = -L$ respecto a $+q$.

Aplicando la Ley de Coulomb, las fuerzas sobre Q deben ser iguales y opuestas:

$$\frac{k|qQ|}{x^2} = \frac{k|4qQ|}{(L+x)^2}. \quad (1)$$

Cancelando k, q y Q :

$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(L+x)^2}. \quad (2)$$

Tomando raíz cuadrada en ambos lados:

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{L+x}. \quad (3)$$

Despejamos x :

$$L+x = 2x \Rightarrow x = L. \quad (4)$$

Por lo tanto, la carga Q debe ubicarse en $x = -L$.

Para determinar su signo y magnitud, comparamos una de las fuerzas:

$$\frac{k|qQ|}{L^2} = \frac{k|4qQ|}{(2L)^2}. \quad (5)$$

Cancelamos términos y obtenemos:

$$\frac{1}{L^2} = \frac{4}{4L^2} \Rightarrow 1 = Q. \quad (6)$$

Dado que el equilibrio solo es posible si la carga es negativa, concluimos que:

$$Q = -q. \quad (7)$$

(b) Estabilidad del equilibrio

Para analizar la estabilidad, consideremos una pequeña perturbación de Q en cualquier dirección:

- Si se mueve ligeramente a la izquierda, la atracción de $+4q$ disminuye y la repulsión de $+q$ aumenta, alejando aún más a Q .
- Si se mueve ligeramente a la derecha, la atracción de $+4q$ es más fuerte y lo aleja aún más.

Esto indica que cualquier pequeña perturbación aleja el sistema del equilibrio, lo que lo clasifica como un **equilibrio inestable**.

Conclusiones

- La tercera carga debe ser **negativa** ($Q = -q$) y ubicarse en $x = -L$.
- El equilibrio logrado es **inestable**.