PRÁCTICO 1

MAGNITUDES, DIMENSIONES, TRIGONOMETRÍA Y VECTORES.

En los siguientes ejercicios repasaremos varios temas esenciales que utilizaremos durante el resto del curso.
Veremos ejemplos sencillos de utilización de magnitudes físicas y análisis dimensional. Visitaremos las definiciones básicas de las funciones trigonométricas.
Haremos algunos cálculos simples con vectores para practicar diferentes notaciones.
Puedes profundizar sobre estos temas con los capítulos 1 y 3 del libro del curso. En el cuadro a la derecha listamos los objetivos principales de este conjunto de ejercicios.

Objetivos de aprendizaje

- Identificar las magnitudes de la física, sus dimensiones y sus unidades.
- Usar el análisis dimensional para resolver situaciones sencillas y como ayuda para la verificación de nuestros resultados.
- Caracterizar magnitudes escalares y vectoriales.
- Utilizar la representación gráfica, en componentes y algebraica para describir y operar con vectores.

Ejercicio 1 (LB, ejercicios 1.23)

Eratóstenes[1] midió la circunferencia de la Tierra al ver que el Sol formaba un ángulo de 7°12′al sur de la vertical en Alejandría, cuando al mismo tiempo, en Siena (su nombre actual es Asuán), a 800 km al sur de Alejandría el Sol aparece directamente en el cenit (en la vertical). Suponga que Siena está directamente al sur de Alejandría. Con los datos anteriores, ¿cuál es la circunferencia de la Tierra, en kilómetros?

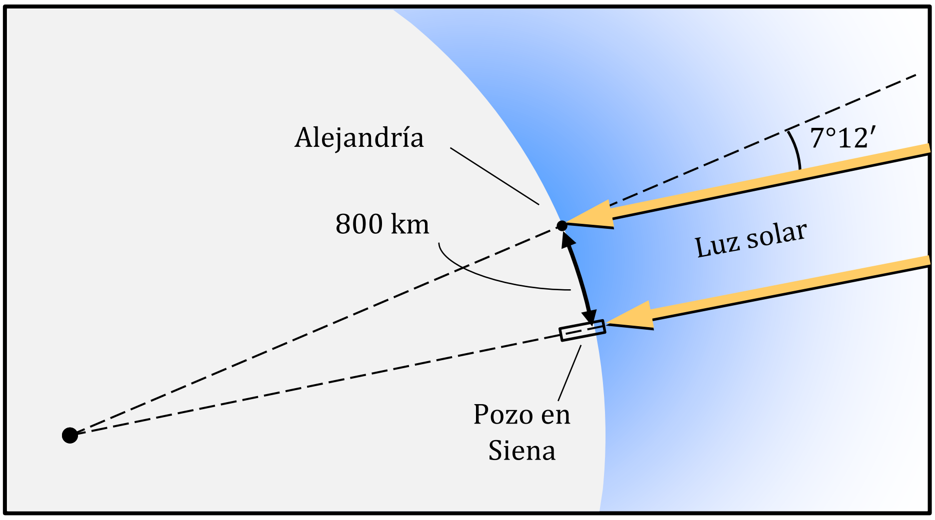

Figura del ejercicio 1

[1] Eratóstenes de Cirene (276 a. C.1-Alejandría, 194 a. C.) fue un matemático, astrónomo y geógrafo de origen griego. Es conocido principalmente por ser la primera persona en calcular el diámetro y la circunferencia de la Tierra. Puede consultar más detalles en el artículo de la Wikipedia https://es.wikipedia.org/wiki/Eratóstenes. En la serie Cosmos, Carl Sagan narra la asombrosa historia del primer cálculo del tamaño de la Tierra (Cosmos, Capítulo 1: La orilla del océano cósmico).

Ejercicio 2

Considere el acertijo clásico siguiente:

"*Un bate y una pelota cuestan* \$ 1.10 *en total. El bate cuesta* \$ 1.00 *más que la pelota. ¿Cuánto cuesta la pelota*?"

a) Intente predecir la respuesta de la pregunta, sin demasiados cálculos. Explique de qué forma se podría verificar si su resultado es o no correcto.

b) Explique un camino formal que permita obtener la respuesta de la pregunta. Identifique cuáles son las variables que aparecen en el acertijo, y qué relaciones se indican entre las mismas. Utilice ecuaciones matemáticas para representar la información brindada, y aplique operaciones matemáticas a sus ecuaciones para despejar la respuesta. ¿Cómo se puede verificar la respuesta?

c) ¿Cómo cambiaría la parte anterior si el precio total fuese de \$ 2.00?

Ejercicio 3 (LB ejercicios 1.2, 1.7, 1.8)

a) ¿Cuánto miden los ángulos de 90°, 120° y 180° en radianes? ¿A cuántos grados equivalen $\pi/6$ radianes?

b) ¿Cuáles son las dimensiones físicas de (*i*) la densidad de una pieza de metal, (*ii*) el área de un campo de cultivo y (*iii*) el volumen de una botella de yogur?

c) Estima el orden de magnitud que tendría, si se midiera en el Sistema Internacional de unidades (SI), (*i*) la masa de tu medio de transporte habitual (auto, bicicleta, etc.), (*ii*) la altura del edificio central de tu Facultad, (*iii*) la distancia que viajas para trabajar o estudiar y (*iv*) la cantidad de tiempo que duermes cada noche.

Ejercicio 4 (LB, ejemplo 1.5)

Considera un fluido que recorre un tubo. Comparando las dimensiones físicas, determina una relación funcional entre el flujo de masa, el flujo volumétrico y la densidad del fluido. Los significados de estas magnitudes son, en forma resumida:

i) flujo de masa o *flujo másico*: la cantidad de masa del fluido que pasa por una sección del tubo por unidad de tiempo,

ii) flujo volumétrico: el volumen de fluido que pasa por una sección del tubo por unidad de tiempo.

iii) densidad: es la cantidad masa por unidad de volumen. Sería, por ejemplo, la masa en kg de un metro cúbico del fluido. La densidad habitualmente se simboliza con la letra griega ρ (rho).

Ejercicio 5

Considera un péndulo constituido por una masa m colgando de un hilo inextensible y sin masa de largo l (ver figura). Mediante un análisis dimensional determina la relación funcional entre el período p de las oscilaciones del péndulo y los parámetros del problema (masa m, longitud l y la aceleración de la gravedad g).

¿Cómo podría determinarse empíricamente la validez del resultado? ¿Cómo podríamos, a partir de los experimentos, determinar el valor de una constante de proporcionalidad adimensionada en la ecuación?

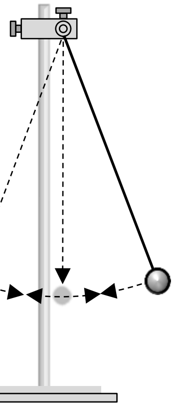

Figura del ejercicio 5

Ejercicio 6 (RHK, preguntas 3.3, 3.6, 3.9)

a) ¿Pueden combinarse dos vectores que tengan diferentes módulos para dar una resultante de cero? ¿Y tres vectores?

b) ¿Puede ser el módulo de la diferencia entre dos vectores mayor que el módulo de cualquiera de ellos? ¿Puede ser mayor que el módulo de su suma? En caso afirmativo muestra uno o más ejemplos; si la respuesta es negativa, justifica por qué.

c) ¿Tienen unidades los vectores unitarios $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ y $\hat{k}$?

Ejercicio 7 (RHK, ejercicio 3.24)

Una estación de radar detecta un cohete que se aproxima desde el este. En el primer contacto, la distancia al cohete es de 40 km a 40° sobre el horizonte. El cohete es rastreado durante otros 123° en el plano este-oeste, siendo la distancia del contacto final de 88 km. Halla el desplazamiento del cohete durante el período de contacto con el radar.

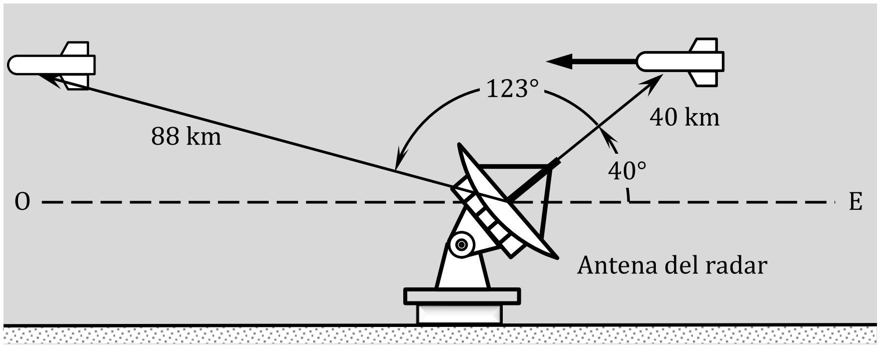

Figura del ejercicio 7.

Ejercicio 8 (RHK, ejercicio 1.23)

Dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen módulos iguales de 12,7 unidades. Están orientados como se muestra en la figura y su suma es $\vec{r}$. Halle las componentes x e y de $\vec{r}$, su módulo y el ángulo que forma con el eje $+x$.

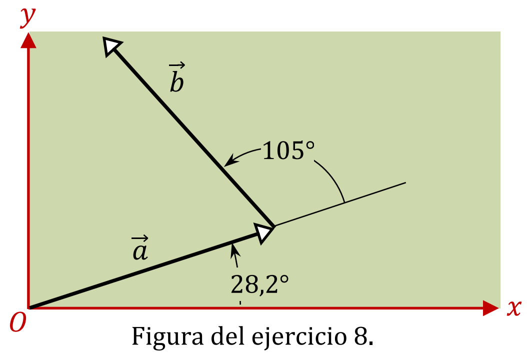

Figura del ejercicio 8.

Ejercicio 9 (RHK, ejercicio 3.17)

Una habitación tiene dimensiones de 3 m × 4 m × 5 m. Una mosca que sale de una esquina termina su vuelo en la esquina diametralmente opuesta.

(a) Halla el vector del desplazamiento en un sistema de referencia cuyos ejes coincidan con las aristas de la habitación. Expresa ese vector usando versores ortogonales ($\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ y $\hat{k}$).

(b) ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento?

(c) ¿Podría la longitud de la trayectoria viajada por la mosca ser menor que esta distancia? ¿Mayor que esta distancia? ¿Igual a esta distancia?

(d) Si la mosca caminara en lugar de volar, ¿cuál sería la longitud de la trayectoria más corta que puede recorrer?

Ejercicio 10 (opcional)

Para poder trazar líneas en la pantalla, cierto lenguaje de programación cuenta con la función `line`.

Por ejemplo, para dibujar una línea entre los puntos de coordenadas `(x1, y1)` y `(x2, y2)` en el programa hay que escribir

```
line(x1, y1, x2, y2)
```

Suponga que la pantalla tiene 600 píxeles de ancho y 400 píxeles de alto, y quieres representar vectores del plano mediante líneas sencillas[2].

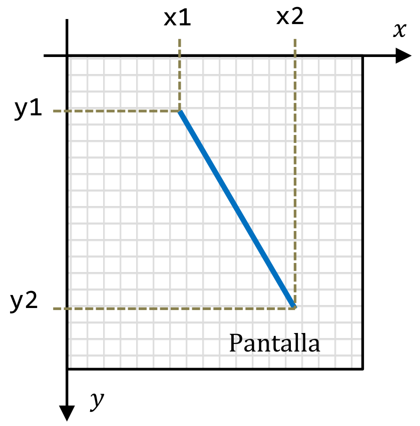

Figura del ejercicio 10.

a) Si tenemos un vector del cual conocemos su módulo v (en píxeles) y su dirección θ (en grados con respecto a la horizontal) ¿cómo usaría la función `line` para representar tal vector, con su origen en el centro de la pantalla?
b) Si tenemos dos vectores en el plano y los queremos sumar, ¿cómo se podría utilizar la función `line` para visualizar en la pantalla la regla del paralelogramo? ¿Y para visualizar la resta de los vectores?

[2] El siguiente enlace proporciona un ejemplo editable: https://tinyurl.com/txx59f27.