Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL: Matemática Discreta 1

Examen 3 de febrero de 2025 -

N° de examen	Cédula	Nombre y apellido	Salón

IMPORTANTE

- La duración del examen es de 3 horas 30 minutos.
- El examen es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de Facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.

Respuestas Falso o Verdadero: rellenar con **F** o **V**					
FV1	FV2	FV3	FV4	FV5	FV6

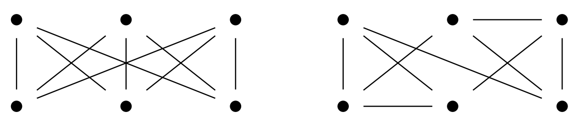
Correcta: 5 puntos. *Incorrecta*: -3 puntos. *Sin responder*: 0 puntos.

Respuestas múltiple opción: rellenar con **A**, **E**, **O** o **U**					
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	MO6

Correcta: 12 puntos. *Incorrecta*: -4 puntos. *Sin responder*: 0 puntos.

Falso o Verdadero

1. Los siguientes grafos son isomorfos:



2. Si en un supermercado compro m productos distintos y en la caja pido n bolsas para poder cargar todos los productos, entonces la cantidad de formas de embolsar los productos es $Sob(m, n)$.

Asúmase que todas las bolsas son iguales, y que no pedimos bolsas de más, o sea, no quedan bolsas vacías.

3. Hay más de 100 funciones estrictamente crecientes $f : \{1, 2, 3, 4\} \to \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Recordar que una función es estrictamente creciente si para todo par de puntos en el dominio $x < y$, se tiene que $f(x) < f(y)$.

4. El recorrido más largo en K_8 tiene longitud 27.

5. El coeficiente de x^5 en el desarrollo de $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^4$ es 648.

6. Aunque $D_3 < P_3 - D_3$ y $D_4 < P_4 - D_4$, para todo $n \geq 5$ se verifica que $D_n \geq P_n - D_n$.

Recordar que $P_n = n!$ es el número de permutaciones de n elementos y D_n son los desórdenes de n elementos.

Múltiple Opción

1. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. En este conjunto planteamos posibles relaciones de equivalencia según los siguientes datos:

- $[10] = \{10\}$; $[3] = [5]$; $\#[9] = 2$; $\#[5] = 5$.
- Hay una clase que contiene al menos 3 elementos pares de A.
- Existe un único $x \in A$ tal que $[x] = \{x, x + 1\}$.
- 1 y 2 no están relacionados.

A) Hay exactamente 4 relaciones de equivalencia que verifican los datos y todas tienen 4 clases.

E) Hay exactamente 4 relaciones de equivalencia que verifican los datos y en todas la única clase de equivalencia con un solo elemento es $[10] = \{10\}$.

O) En todas las relaciones de equivalencia que verifican esos datos se cumple que: $[2] = [4]$.

U) En todas las relaciones de equivalencia que verifican esos datos se cumple que: $6 \in [3]$.

2. Se desean escribir claves de seguridad de 4 caracteres usando las vocales `a, e, i, o, u`, las cifras `1, 2` y los caracteres especiales `#, *, @`. ¿Cuántas de estas claves es posible definir de modo que todas contengan al menos una cifra, al menos un caracter especial y al menos una vocal? (Se permiten repetir caracteres).

A) 2520 **E**) 3600 **O**) 10000 **U**) 2878

3. Considere las siguientes afirmaciones, para $n \geq 3$:

I) El grafo K_n tiene al menos un circuito euleriano para todo n impar.

II) El grafo C_n tiene al menos un circuito euleriano y un camino hamiltoniano para todo n.

III) Cualquier subgrafo inducido por vértices de K_n es isomorfo a K_m para algún $m \leq n$.

IV) Existen grafos con n vértices que no son isomorfos a ningún subgrafo de K_n.

Seleccione la opción correcta:

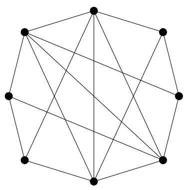
A) I y II son verdaderas, III y IV son falsas.

E) I, II y III son verdaderas, IV es falsa.

O) II y IV son verdaderas, I y III son falsas.

U) I, III y IV son verdaderas, II es falsa.

4. Se considera el grafo:



A) El grafo es plano.

E) El grafo no es plano porque contiene un subgrafo homeomorfo a K_5, pero no contiene un subgrafo homeomorfo a $K_{3,3}$.

O) El grafo no es plano porque contiene un subgrafo homeomorfo a $K_{3,3}$, pero no contiene un subgrafo homeomorfo a K_5.

U) El grafo no es plano, contiene un subgrafo isomorfo a K_5 y otro homeomorfo a $K_{3,3}$.

5. La cantidad de relaciones R sobre el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$ que verifica la propiedad $(i, j) \in R \Leftrightarrow (i+1, j+1) \in R$ para todo $1 \leq i < 4$ y $1 \leq j < 4$ viene dada por:

A) 64 **E**) 100 **O**) 128 **U**) 256

6. La cantidad de soluciones a la inecuación $x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$ con $x_i \in \mathbb{Z}$, $2 \leq x_1 \leq 6$, $0 \leq x_2 \leq 6$ y $0 \leq x_3 \leq 6$ es:

A) 80 **E**) 36 **O**) 25 **U**) 153