

PARCIAL 2

DINÁMICA Y CONTROL DE PROCESOS 2024

Para controlar la temperatura de un fluido se lo hace pasar por un recipiente cilíndrico que está inmerso en un baño de agua (o “camisa”) que recibe agua de otro proceso. El baño de agua está convenientemente aislado como para considerar que solo intercambia calor con el recipiente en su interior y recibe agua a 25°C; cuenta con un mezclador para asegurar igual temperatura en todos los puntos. El cilindro interior, de diámetro 12 cm y largo 30 cm cuenta con una serie de bafles en su interior a los efectos de lograr también una temperatura uniforme en todos los puntos, intercambiando calor por toda su superficie externa; pueden considerarse despreciables los intercambios de calor en los caños de conexión de entrada y salida. Puede asumirse también para ambas corrientes densidad y C_p del agua, constantes en el rango de trabajo.

Aunque la temperatura nominal de entrada del fluido (T_0) es 38°C, puede variar. Para controlar la temperatura de salida se plantea instalar un sistema de control feedback que maneje el caudal del agua de refrigeración. Por razones prácticas, el sensor para medir la temperatura de salida se tuvo que colocar lejos del recipiente por lo que se introduce un delay de 0.5 min.

Se cuenta con sensores en el rango de 10 a 50 °C con salida de 4 a 20 mA. La bomba es de tipo peristáltico por lo que puede despreciarse su dinámica y se comanda con un variador de velocidad que le permite impulsar hasta 10 L/min para una variación de 0 a 5 mV.

- Indique la(s) variable(s) de estado, la variable manipulable y la no manipulable o carga.
- Deduzca las funciones de transferencia respecto a la variable a controlar.
- Diseñe un controlador PI por dos métodos distintos y verifique cómo funciona frente a un escalón en T_0 de 5°C.
- Verifique si la incorporación de un controlador feedforward estático mejora o no la performance del controlador anterior.

Indique en todos los casos las unidades.

Datos adicionales: $U = 150 \text{ kcal/}^\circ\text{C}\cdot\text{min}\cdot\text{m}^2$

$V_c = 0.010 \text{ m}^3$ (baño)

$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$C_p = 1 \text{ kcal/kg}\cdot^\circ\text{C}$

Valores nominales de fluido a enfriar $q = 0.2 \text{ L/min}$ y de caudal del baño $q_c = 5.0 \text{ L/min}$

RESOLUCIÓN

- a) Variables de estado son las temperaturas en el cilindro (temperatura de salida T , a controlar) y la temperatura del agua en el recipiente o camisa (T_c). La variable manipulable es el caudal del recipiente de refrigeración o camisa (q_c) y la no manipulable la temperatura de entrada del fluido (T_0).

b) Del balance de calor en el fluido:
$$\frac{dT}{dt} = \frac{q}{V}(T_0 - T) - \frac{UA}{V\rho C_p}(T - T_c)$$

Del balance de calor en baño:
$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{q_c}{V_c}(T_{c0} - T_c) + \frac{UA}{V_c\rho C_p}(T - T_c)$$

Obtenemos los valores de estado estacionario:

```
1 clc;clear all;clf
2
3 D = 0.12; % m
4 L = 0.3; % m
5 V = D^2*pi/4*L; % m3
6 Ar = 2*D^2*pi/4 + D*pi*L; % m2
7 U = 150; % kcal/°C.min.m2
8 Vc = 0.010; %m3
9 ro = 1000; % kg/m3
10 Cp = 1; % kcal/kg-°C
11 % nominales
12 q =0.0002; % m3/min
13 qc = 0.005; % m3/min
14 Tc0 = 25; % °C
15 T0 = 38; % °C
16
17 p = [U Ar ro Cp V Vc q qc T0 Tc0];
18
19 function y = termo(x,t,p)
20     T = x(1); Tc = x(2);
21     U=p(1); Ar=p(2); ro=p(3); Cp=p(4); V=p(5); Vc=p(6);
22     q=p(7); qc=p(8); T0=p(9); Tc0=p(10);
23
24     dT_dt = q/V*(T0 - T) - U*Ar/ro/Cp/V*(T - Tc);
25     dTc_dt = qc/Vc*(Tc0 - Tc) + U*Ar/ro/Cp/Vc*(T - Tc);
26     y = [dT_dt dTc_dt];
27 endfunction
28
29 y_s = fsolve(@(x) termo(x,0,p), [30 30]);
30 Ts = y_s(1)
31 Tcs = y_s(2)
32
33 Ts = 25.617
34 Tcs = 25.495
35
```

Linealizando y tomando variables desviación

$$\frac{dT}{dt} = -\left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V\rho C_p}\right)T + \frac{UA}{V\rho C_p}T_c + \frac{q_s}{V}T_0$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{UA}{V_c \rho C_p} T - \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) T_c + \frac{(T_{c0} - T_{cs})}{V_c} q_c$$

Pasando al dominio de Laplace

$$sT + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} \right) T - \frac{UA}{V \rho C_p} T_c = \frac{q_s}{V} T_0$$

$$sT_c + \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) T_c = \frac{UA}{V_c \rho C_p} T + \frac{(T_{c0} - T_{cs})}{V_c} q_c$$

Despejando de esta última

$$T_c = \frac{\frac{UA}{V_c \rho C_p} T + \frac{(T_{c0} - T_{cs})}{V_c} q_c}{s + \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right)}$$

Y sustituyendo en la otra

$$sT + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} \right) T - \frac{UA}{V \rho C_p} \left(\frac{\frac{UA}{V_c \rho C_p} T + \frac{(T_{c0} - T_{cs})}{V_c} q_c}{s + \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right)} \right) = \frac{q_s}{V} T_0$$

$$\left[s^2 + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} + \frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) s + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} \right) \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) - \frac{UA}{V \rho C_p} \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right] T = \left[\frac{q_s}{V} s + \frac{q_s}{V} \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) \right] T_0 + \left[\frac{UA}{V \rho C_p} \frac{(T_{c0} - T_{cs})}{V_c} \right] q_c$$

$G(s)_{T/T_0}$

$$= \frac{\left[\frac{q_s}{V} s + \frac{q_s}{V} \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) \right]}{\left[s^2 + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} + \frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) s + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} \right) \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) - \frac{UA}{V \rho C_p} \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right]}$$

$G(s)_{T/q_c}$

$$= \frac{\left[\frac{UA}{V \rho C_p} \frac{(T_{c0} - T_{cs})}{V_c} \right]}{\left[s^2 + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} + \frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) s + \left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V \rho C_p} \right) \left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right) - \frac{UA}{V \rho C_p} \frac{UA}{V_c \rho C_p} \right]}$$

```

41 a0_qc = U*Ar/V/ro/Cp/Vc*(Tc0-Tcs)
42 a0_T0 = q/V*(qc/Vc + U*Ar/Vc/ro/Cp)
43 a1_T0 = q/V
44 b0 = (q/V+U*Ar/ro/Cp/V)*(qc/Vc+U*Ar/ro/Cp/Vc) - (U*Ar/ro/Cp/V)*(U*Ar/ro/Cp/Vc)
45 b1= q/V + U*Ar/V/ro/Cp + qc/Vc + U*Ar/Vc/ro/Cp
46 b2 = 1
47
48 s = tf('s');
49 G_qc = a0_qc/(s^2 + b1*s + b0)
50 G_T0 = (a1_T0*s + a0_T0)/(s^2 + b1*s + b0)
51

```

```

a0_gc = -297.19
a0_T0 = 0.1495
a1_T0 = 0.058946
b0 = 3.1495
b1 = 8.5947
b2 = 1

```

Transfer function 'G_gc' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{-297.2}{s^2 + 8.595 s + 3.149}$$

Continuous-time model.

Transfer function 'G_T0' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{0.05895 s + 0.1495}{s^2 + 8.595 s + 3.149}$$

$$G_{T/q_c} = \frac{-297}{s^2 + 8.6s + 3.15} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}^3/\text{min}}$$

$$G_{T/T_0} = \frac{0.059s + 0.15}{s^2 + 8.6s + 3.15} \frac{^{\circ}\text{C}}{^{\circ}\text{C}}$$

Alternativamente se puede transformar a partir de las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{q_s}{V} + \frac{UA}{V\rho C_p}\right) & \frac{UA}{V\rho C_p} \\ \frac{UA}{V_c\rho C_p} & -\left(\frac{q_{cs}}{V_c} + \frac{UA}{V_c\rho C_p}\right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{q_s}{V} \\ \frac{(T_{c0} - T_{cs})}{V_c} & 0 \end{bmatrix}$$

```

33 A = [-(q/V+U*Ar/V/ro/Cp)  U*Ar/V/ro/Cp; U*Ar/Vc/ro/Cp  -(qc/Vc+U*Ar/Vc/ro/Cp)];
34 eig(A)
35 B = [0  q/V; (Tc0-Tcs)/Vc  0];
36
37 pkg load signal
38 [num,den] = ss2tf(A,B)
39
num =
{
[1,1] = -297.19
[2,1] =
-49.532  -300.112
[1,2] =
0.058946  0.149473
[2,2] = 0.1200
}
den =
{
[1,1] =
1.0000  8.5947  3.1495
[2,1] =
1.0000  8.5947  3.1495
[1,2] =
1.0000  8.5947  3.1495
[2,2] =
1.0000  8.5947  3.1495
}

```

$$c) G_m = \frac{(20-4)mA}{(50-10)^{\circ}C} e^{0.5s} = 0.4e^{0.5s} \frac{mA}{^{\circ}C}$$

$$G_b = \frac{(10e^{-3} - 0)m^3/min}{(5 - 0)mV} = 0.002 \frac{m^3/min}{mV}$$

$$G_c = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) \frac{mV}{mA}$$

Unidad de tiempo en minutos

```

47
48 s = tf('s');
49 G_qc = a0_qc/(s^2 + b1*s + b0)
50 G_T0 = (a1_T0*s + a0_T0)/(s^2 + b1*s + b0)
51
52 Gm = (20-4)/(50-10)*(1-0.25*s)/(1+0.25*s) % mA/°C aproximando delay por Padé
53 Gb = (10e-3-0)/(5-0) % m3/min/mV
54 G = G_qc*Gm*Gb;
55 [Ku,phi,w,w_phi] = margin(-G);Kc = -0.45*Ku
56 Pu = 2*pi/w; tauI = Pu/1.2
57 Gc = Kc*(1+1/tauI/s);
58
59 GG = G_T0/(1+Gc*G);
60 t = linspace(0,20,101);
61 TT = 5*step(GG,t);
62 plot(t,TT)
63 xlabel('t (min)');ylabel("T' (°C)")

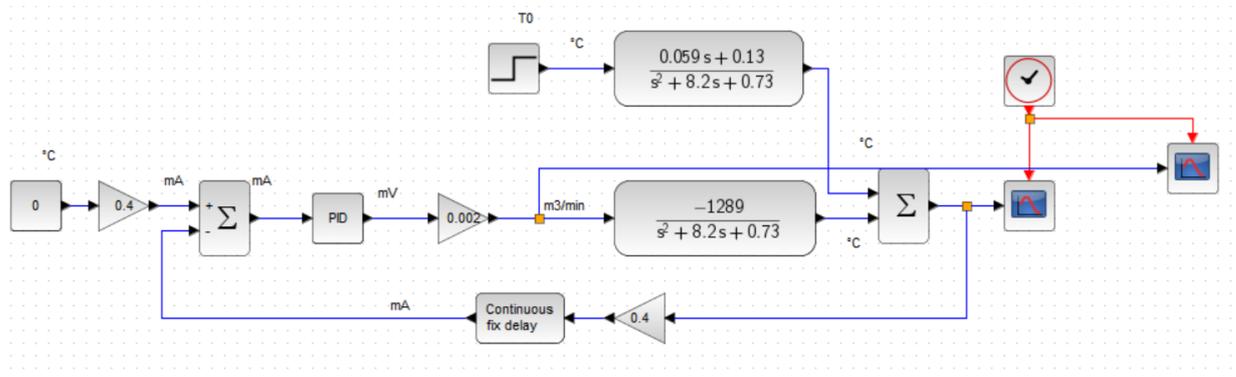
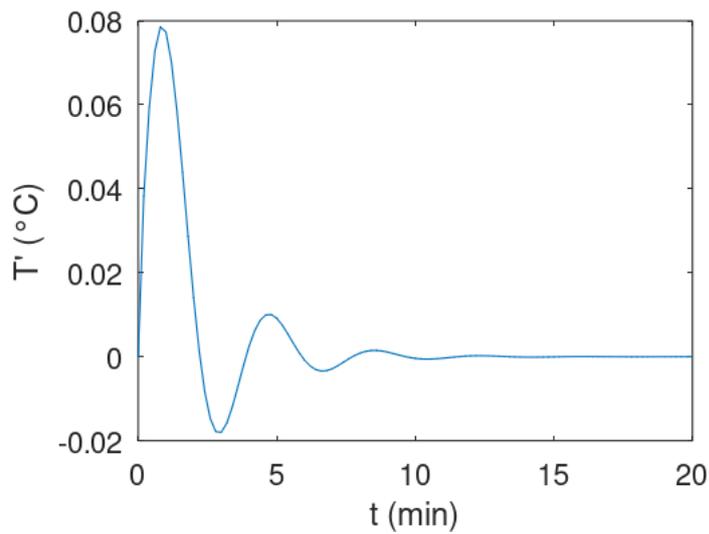
```

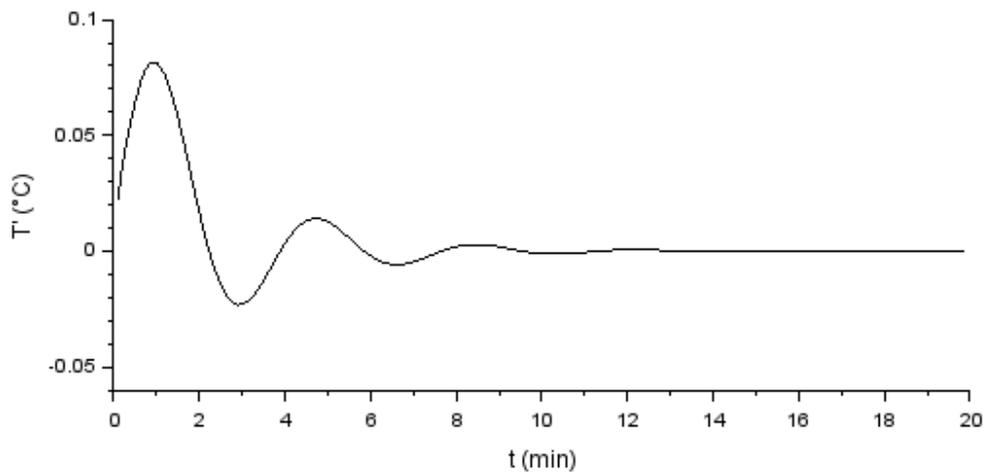
```

Gb = 2.0000e-03
Kc = -52.472
tauI = 1.6721

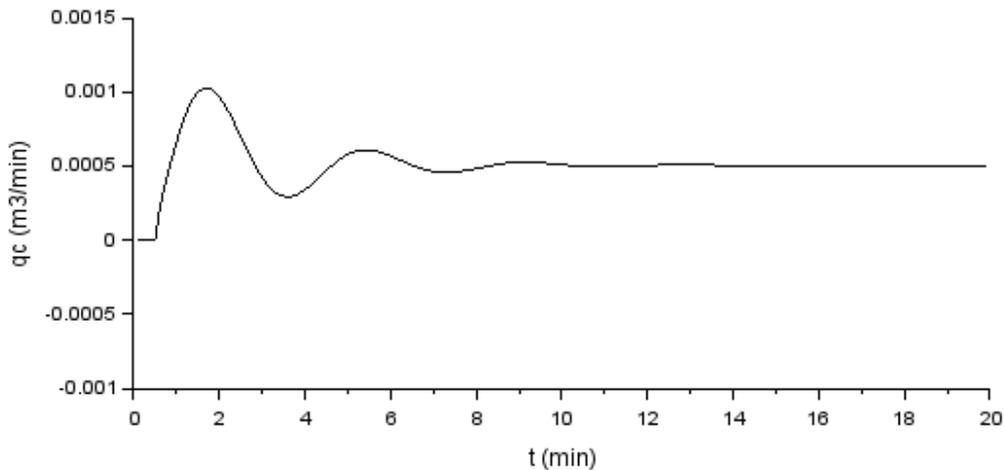
```

$G_b(s)$ en $m^3/min/mV$, K_c en mV/mA , τ_i en min





Observemos la variable intermedia:



$$\text{Por IMC: } G = G_p G_m G_b = \frac{-1289}{s^2 + 8.2s + 0.73} \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}^3/\text{min}} * 0.4 e^{0.5s} \frac{\text{mA}}{^\circ\text{C}} * 0.002 \frac{\text{m}^3/\text{min}}{\text{mV}} = \frac{-1.031 e^{0.5s} \text{ mA}}{s^2 + 8.2s + 0.73 \text{ mV}}$$

En la tabla el formato es $\frac{K}{\tau^2 s^2 + \tau \zeta s + 1}$

$$\text{Por lo tanto considero } G_- = \frac{-1.031}{s^2 + 8.2s + 0.73} \frac{\text{mA}}{\text{mV}} = \frac{-1.413}{1.37s^2 + 11.2s + 1} \frac{\text{mA}}{\text{mV}}$$

Entonces $\tau = 1.17 \text{ min}$ $\zeta = 4.8$

Tomo $\lambda = 1 \text{ min}$

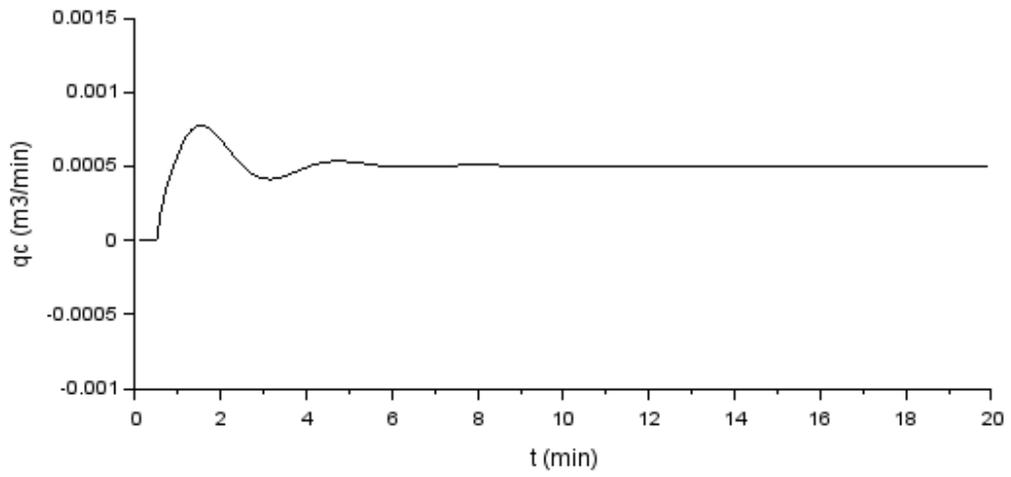
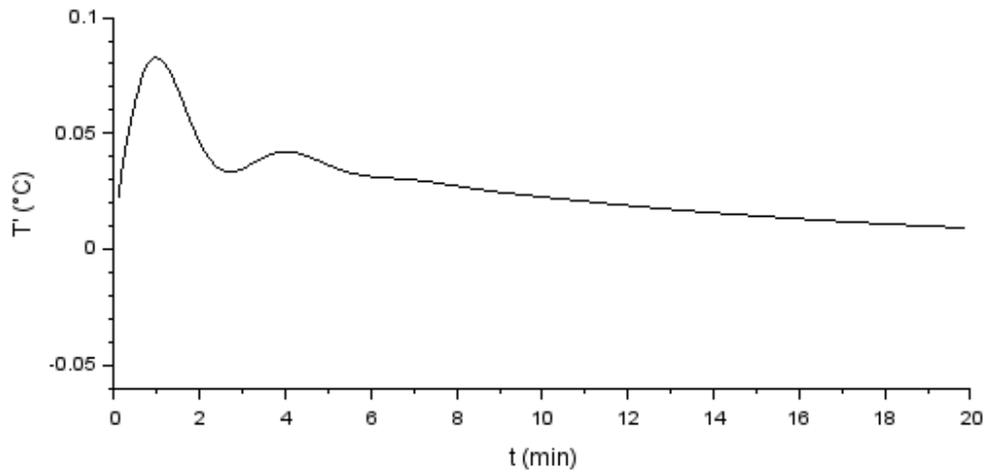
Según la tabla de IMC $K_c = \frac{2\zeta\tau}{K_p\lambda} = -7.9 \frac{\text{mV}}{\text{mA}}$ pero si utilizo en el xcos

$$G_- = \frac{-1.031}{s^2 + 8.2s + 0.73} \frac{\text{mA}}{\text{mV}}$$

Entonces tengo que dividir entre 0.73, $K_c = -10.9 \frac{\text{mV}}{\text{mA}}$

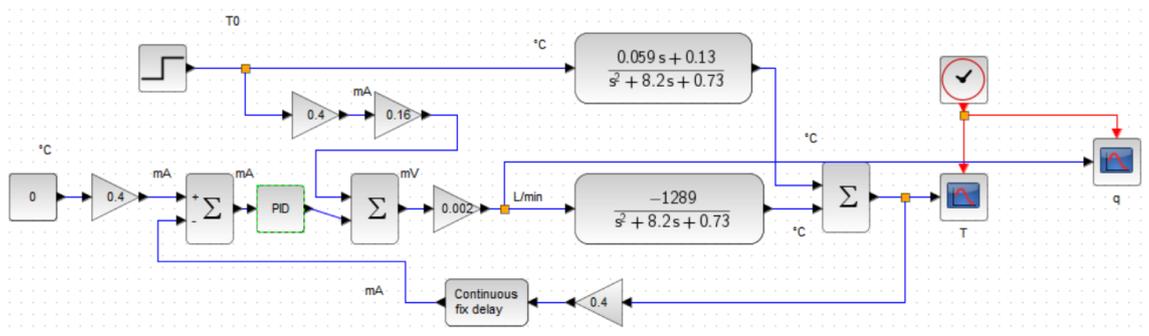
$$\tau_I = 2\zeta\tau = 11 \text{ min}$$

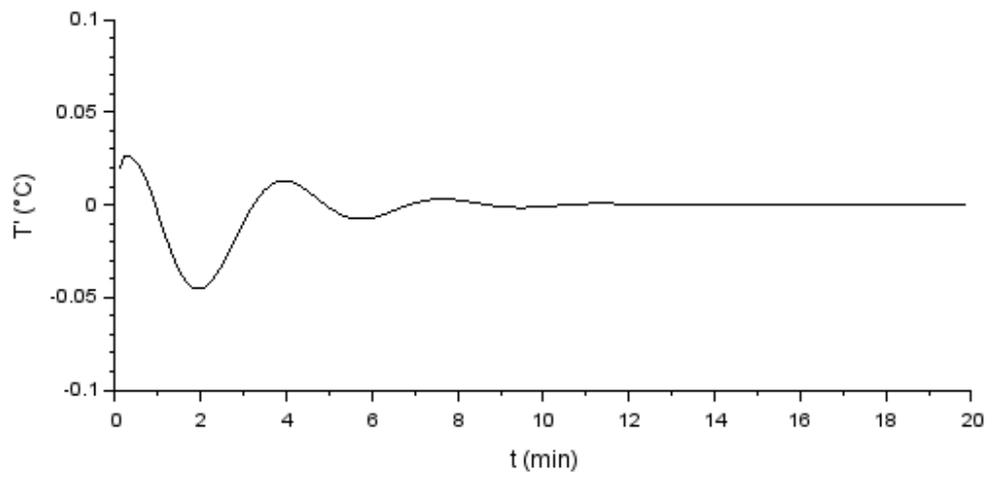
$$\tau_D = \frac{\tau}{2\zeta} = 0.12 \text{ min} \approx 0$$



d)

$$G_{cf} = -\frac{K_{T0}}{K_{qc}K_mK_b} = \frac{\frac{0.13 \text{ } ^\circ\text{C}}{0.73 \text{ } ^\circ\text{C}}}{\left(1413 \frac{\text{ } ^\circ\text{C}}{\text{m}^3/\text{min}}\right) \left(0.4 \frac{\text{mA}}{\text{ } ^\circ\text{C}}\right) \left(0.002 \frac{\text{m}^3/\text{min}}{\text{mV}}\right)} = 0.16 \frac{\text{mV}}{\text{mA}}$$





El control feedforward mejora algo pero no demasiado.