

SEGUNDO PARCIAL DE CDIV - SEGUNDO SEMESTRE 2024 - VERSIÓN 4
JUEVES 28 DE NOVIEMBRE DE 2024

Nro de lista	Cédula	Apellido y nombre	Firma

- El puntaje total es 60 puntos.
- La duración del parcial es de 3 horas.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- **Se debe entregar la hoja de escáner y las hojas de la propuesta con todos los campos completos.**
- Al completar los campos en la hoja de escáner, pintar (con lapicera) correctamente dentro de los círculos.
- No se permite usar ni calculadora ni material de consulta.
- La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Respuestas

Puntajes: 6 puntos si la respuesta es correcta, -1 punto si la respuesta es incorrecta, 0 punto por no contestar.

Llenar cada casilla con la respuesta **A,B,C,D, E ó F** según corresponda.

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5	Ej 6	Ej 7	Ej 8	Ej 9	Ej 10
E	B	A	C	D	E	E	D	F	C

Notación:

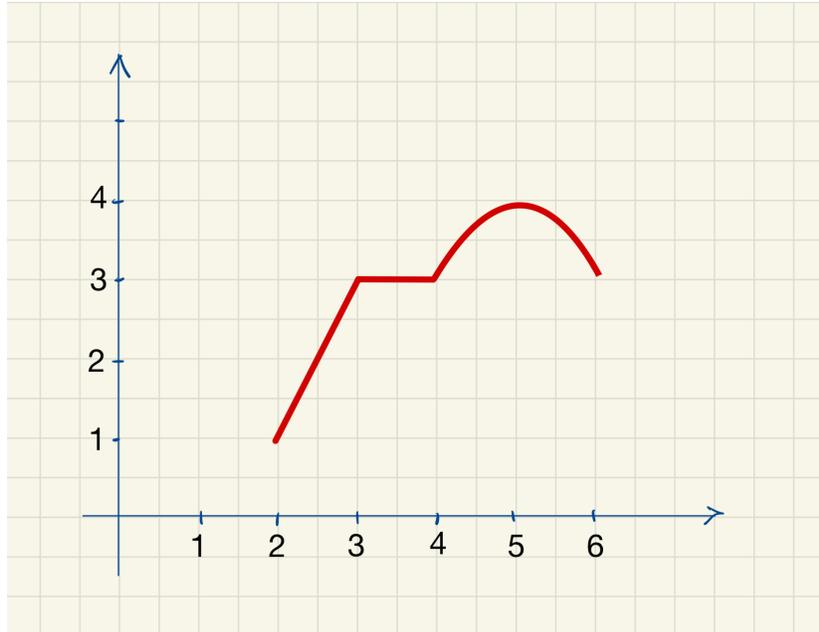
En el parcial se usa la siguiente notación:

- f' denota la derivada primera de f y f'' la derivada segunda de f .
- $p_n(f, a)(x)$ denota el polinomio de Taylor de orden n de la función f alrededor del punto a .

página en blanco

Ejercicio 1

Sea $f : [2, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ una función derivable con $f(2) = 0$ y tal que el gráfico de su derivada f' se da en la siguiente imagen.



Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- A) $f(6) > 13$.
- B) Existen $x, y \in [2, 3]$ tales que $f(x) = f(y)$.
- C) $f(6) = 12$.
- D) f es decreciente.
- E) f restringida al intervalo $[5, 6]$ es creciente.
- F) No existe $x \in [4, 6]$ tal que $f''(x) = 0$.

Ejercicio 2

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por la siguiente fórmula:

$$f(x) = \log(2x^2)e^{x^3+1}$$

Entonces $f'(1)$ vale:

- | | | |
|-------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| A) $3e^2 + 2$ | C) $e^2(\log(2) + \frac{1}{2})$ | E) $e^2(3 \log(2) + \frac{1}{4})$ |
| B) $e^2(3 \log(2) + 2)$ | D) $e^2(2 \log(2) + 1)$ | F) $e^2 \log(2)$ |

Ejercicio 3

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función que sabemos que es derivable en el punto $x = 2$ y cuya recta tangente por el punto $(2, f(2))$ tiene la ecuación

$$y = 6x - 4$$

Indicar la opción correcta.

- A) $f(2) = 8$ y $f'(2) = 6$. C) $f(2) = 6$ y $f'(2) = \frac{1}{6}$. E) $f(2) = 8$ y $f'(2) = -6$.
 B) $f(2) = 6$ y $f'(2) = 8$. D) $f(2) = 8$ y $f'(2) = \frac{1}{6}$. F) $f(2) = 4$ y $f'(2) = -6$.
-

Ejercicio 4

Sea $p_3(f, 0)(x)$ el polinomio de Taylor de orden 3 de la función $f(x) = a \sin(2x)$ en el punto 0. Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que se verifique la siguiente igualdad:

$$p_3(f, 0)(1) = 2$$

- A) $a = \frac{6}{5}$ C) $a = 3$ E) $a = \frac{4}{3}$
 B) $a = 2$ D) $a = 5$ F) $a = \frac{3}{2}$
-

Ejercicio 5

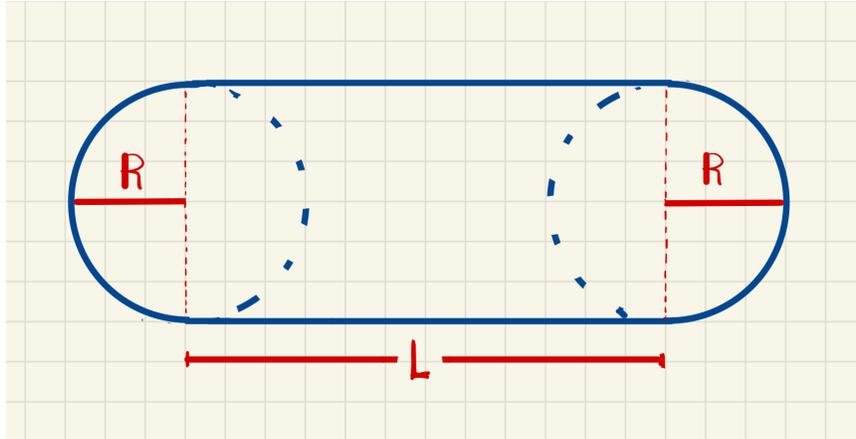
Sea $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \int_1^{x^2} e^{\sqrt{t}} dt$.

Entonces el límite $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{x - 1}$

- A) existe y es igual a 0 D) existe y es igual a $2e$
 B) existe y es igual a e E) existe y es igual a $+\infty$
 C) no existe F) existe y es igual a $\frac{1}{2}e$
-

Ejercicio 6

Se desea construir una mesa de cristal con la siguiente forma:



El precio del cristal a medida con forma rectangular es de 90 dólares el metro cuadrado y el precio del cristal a medida con forma circular viene dado por la función $C(R) = 150R^2$. (Es decir que un círculo de cristal de radio 1 metro va a costar 150 dólares).

Se quiere que la mesa tenga una superficie total de 6 metros cuadrados y que $1 \leq R \leq 2$.

Indicar el valor de la medida L (en metros) de forma que el costo de la mesa sea mínimo.

A) $L = \frac{1}{5}$
B) $L = \frac{1}{4}$

C) $L = \frac{6-\pi}{2}$
D) $L = \frac{2}{3}$

E) $L = \frac{3-2\pi}{2}$
F) $L = \frac{1}{2}$

Ejercicio 7

La integral $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{x}{\sqrt{1+2x}} dx$ vale:

A) $-\frac{2}{3}$
B) $-\frac{3}{16}$

C) $\frac{3}{4}$
D) $-\frac{3}{4}$

E) $\frac{2}{3}$
F) $\frac{3}{16}$

Ejercicio 8

La integral $\int_1^2 x^2 \log(x) dx$ vale:

A) $\frac{8}{3} \log(2) - 3$
B) $\frac{8}{3} \log(2) - \frac{8}{9}$

C) $\frac{8}{3} \log(2) - \frac{10}{9}$
D) $\frac{8}{3} \log(2) - \frac{7}{9}$

E) $4 \log(2) - 2$
F) $4 \log(2)$

Ejercicio 9

La integral $\int_0^1 \frac{5x+3}{x^2+4} dx$ vale:

A) $\frac{5}{2} \log\left(\frac{5}{4}\right) + 3 \arctan(1)$

B) $5 \log\left(\frac{5}{4}\right) + 3 \arctan(1)$

C) $\frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{2}\right)$

D) $\frac{5}{2} \log\left(\frac{5}{4}\right)$

E) $\frac{3}{2} \arctan(1)$

F) $\frac{5}{2} \log\left(\frac{5}{4}\right) + \frac{3}{2} \arctan\left(\frac{1}{2}\right)$

Ejercicio 10

Sea $p_n(f, 0)(x)$ el polinomio de Taylor de orden n de la función $f(x) = \sin(x)$ alrededor de 0.

¿Cuál es el mínimo n para el cual podemos afirmar que $|\sin(1) - p_n(f, 0)(1)| < \frac{1}{10}$?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

F) 6
