

Facultad de Ingeniería – Udelar

Departamento de Diseño industrial – IIMPI

**MODELADO DE SISTEMAS MECÁNICOS EMPLEANDO EL
MÉTODO DE LOS ELEMENTO FINITOS**

LISTA DE EJERCICIOS PROPUESTOS CURSO 2024

PROFESOR

Dr. Henry Figueredo Losada

**Montevideo. Uruguay.
Noviembre 2024**

Orientaciones

Todos los ejercicios deben ser escrito en forma de reporte. Cada ejercicio puede presentar su enunciado y otros comentarios, que sirven de introducción como figuras, fotos y aplicaciones son bienvenidas. Todos los detalles de soluciones deben ser presentadas, una vez solucionado el problema se pasa a la fase de resultados: entra aquí cuando sea pertinente tablas comparativas, errores, comparación con programas comerciales, etc. En esta sección pueden ser presentadas la discusión de resultados e incluir conclusiones. Algunos ejercicios no siguen esta lógica y el estudiante podrá tomar sus propias decisiones para presentar el ejercicio.

Parte I Conceptos

Ejercicio 1. En un problema que envuelve un análisis de una barra, decidió por modelarla usando elementos finitos con función de forma cuadrática. El elemento de largura L y posee un nodo en el extremo izquierdo, grado de libertad u_1 , otro en el centro, grado de libertad u_2 , y en el extremo derecho, grado de libertad u_3 . Obtenga la matriz de rigidez de este elemento considerando conocido la constante EA .

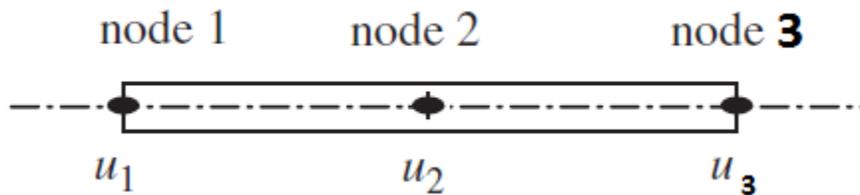


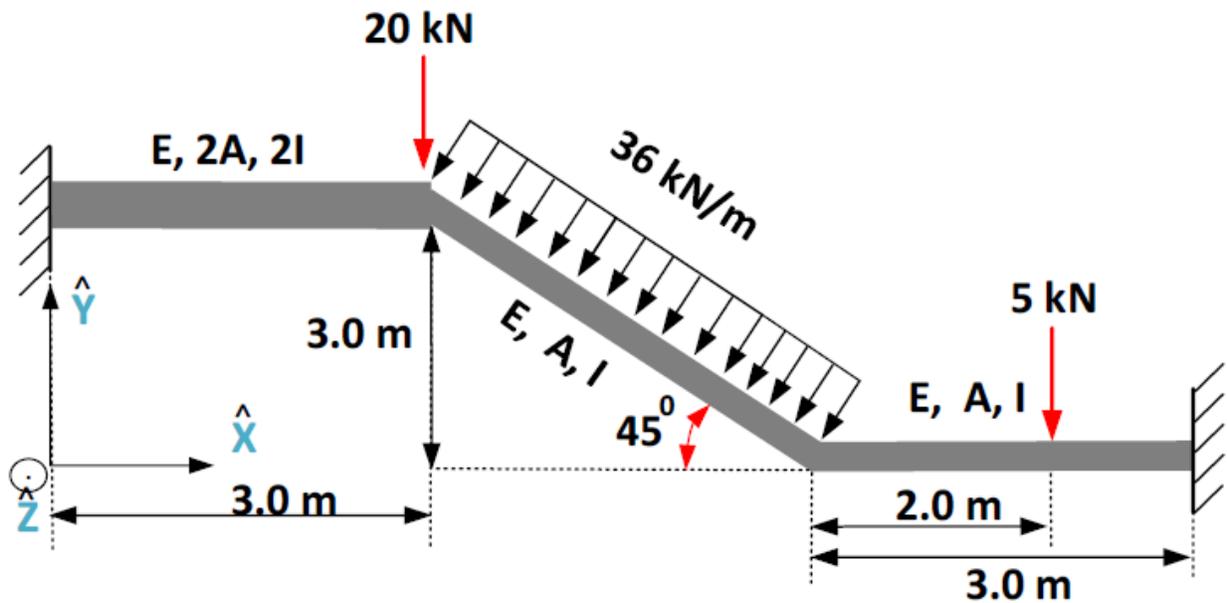
Figura Elemento 1-D con 3 nodos.

- Compare los resultados de desplazamientos entre una barra con función de forma lineal vs cuadrática.

(Nota: simplemente empotre uno de los extremos de la barra utilizando un solo elemento de tipo barra con matriz de rigidez lineal vs cuadrática, aplique un valor horizontal de fuerza F en el otro extremo libre.).

Parte II Prácticos

Ejercicio 2: Calcule los desplazamientos nodales, momentos flectores, fuerza cortante, momentos y reacciones para el sistema de cargas mostrado en la figura.



Las vigas poseen diferentes propiedades físicas, las cuales pueden ser determinadas en la figura 1 utilizando las constantes definidas:

- $E = 210 \text{ GPa}$
- $D = 357 \text{ mm}$
- $d = 252 \text{ mm}$

- Compare los resultados obtenidos con su programa de elementos de vigas implementado con el programa comercial de elementos finitos utilizado y discuta los resultados. Además, presente en su respuesta la parte de su programa que asigna los valores de fuerzas y momentos nodales, así como las condiciones de fronteras utilizadas.
- Obtenga la deformada de la viga en los **Punto 1** ($x = 4.0\text{m}$, $y = 1.5$) y **Punto 2** ($x = 8\text{m}$, $y = 0 \text{ m}$) usando elementos finitos 2D lineales de 4 y 8 nodos (triangulares y cuadriláteros) y compare el resultado con la solución anterior.
- Establezca un enriquecimiento de *tipo h* del problema y verifique si hay mejoras de los resultados. A continuación, establezca un enriquecimiento de *tipo p*, con elementos finitos

de 20 nodos. Discuta sobre estos enriquecimientos tomando en cuenta los problemas de tiempo.

- ¿Por qué los resultados obtenidos por elementos cuadriláteros de 8 nodos son mejores de que los obtenidos por elementos de 4 nodos?
- ¿Cuál es la influencia del efecto de dimensionamiento de la malla sobre los resultados del modelo numérico analice?

Nota: (Resp: Graficar Error relativo (desplazamiento) vs Número de Elementos y Error relativo (Tensiones) vs Número de Elementos).

Ejercicio 3. Determine los desplazamientos nodales y las tensiones en la parte estructural. (discretizar la estructura en 2 elementos triangulares linear CST).

Datos $E=200$ GPa; $\nu=0.3$; $a=70$ cm; $b=35$ cm; $t=2$ cm; $q_x=240$ MPa; $q_y=200$ MPa;

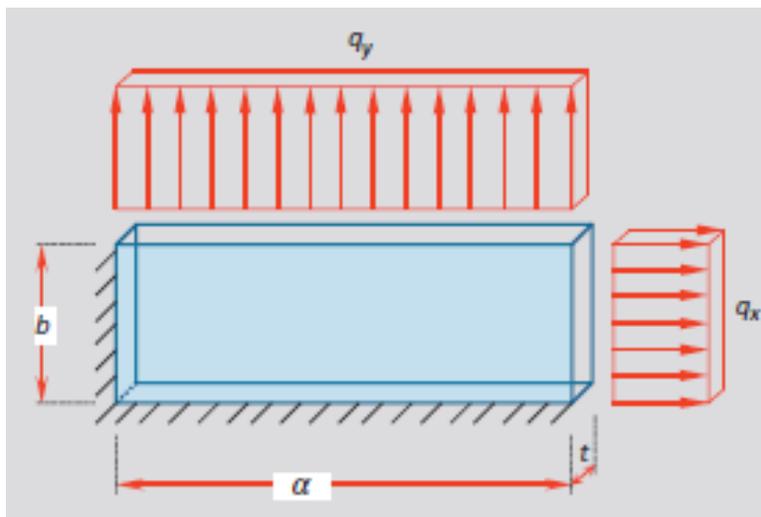


Figura 2 Esquema de cargas sobre la parte estructural.

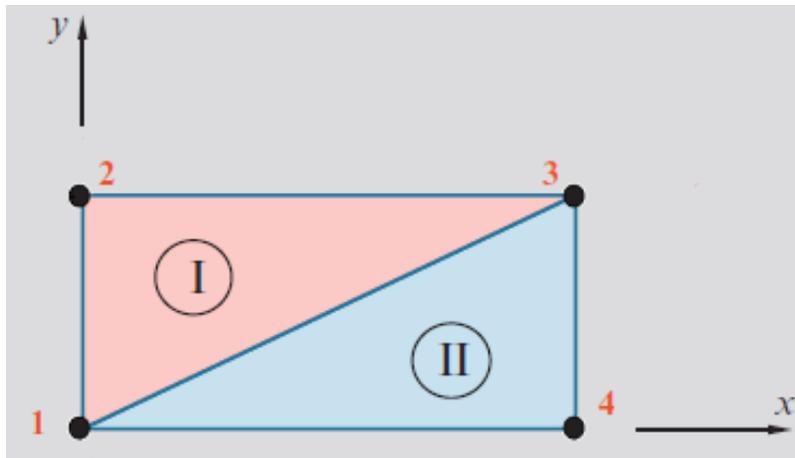


Figura 2.1 Parte Discretizada con 2 elementos CST.

Ejercicio 4. Considere el tetraedro de la figura con coordenadas (x,y,z) . Datos módulo de Young ($E=207$ GPa); coeficiente de Poisson ($\nu=0.3$). Determine la matriz de rigidez del Elemento.

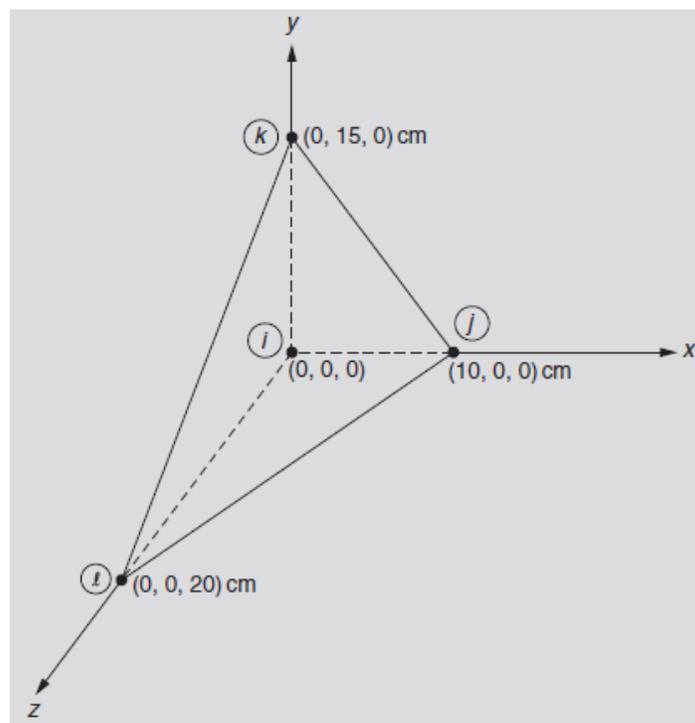


Figura 4 Coordenadas del Elemento Solido tetraedro.

Ejercicio 5. Utilice algún programa de Elementos Finitos. En la figura se muestra una viga en cantilever modelada con elementos hexaédricos iguales de $2 \times 2 \times 3$. La viga es sujeta a un momento

de 800 lb-in como indica la figura. Complete la tabla mostrada abajo modificando el número de elementos y tipo.

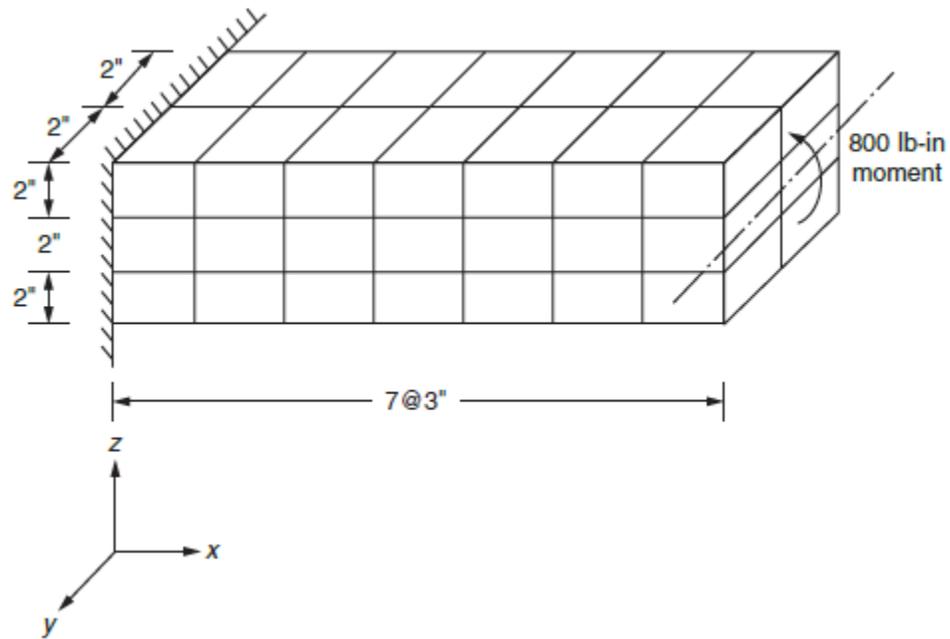


Figura 5 Viga en cantilever discretizada con elementos solidos hexaédricos.

Tabla para la comparación de resultados para una viga en cantilever usando tetraedros de 4-nodos, 10 nodos, hexaedros de 8 nodos (brick) y 20 nodos.

Solid Element Used	Number of Nodes	Number of Degrees of Freedom	Number of Elements	Free End Displ., in.	Principal Stress, psi
4-noded tet					
4-noded tet					
4-noded tet					
4-noded tet					
10-noded tet					
10-noded tet					
8-noded brick					
8-noded brick					
8-noded brick					
20-noded brick					
20-noded brick					
20-noded brick					
Classical solution					

Nota: Para cada tipo de Elemento en orden descendente aumentar siempre el número de elementos.