

ENTREGA 3

DINÁMICA Y CONTROL DE PROCESOS - 2024

Se ha estudiado un equipo de extrusión y se encontró que la relación entre la humedad del producto H que se logra en el equipo depende de la velocidad de rotación del motor n y también de la temperatura de operación T en $^{\circ}\text{C}$, pudiéndose asumir la siguiente relación empírica:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{a * n_{(t-\theta)}}{H} - b * T$$

siendo θ un delay generado por el pasaje del fluido por el equipo. La expresión $n_{(t-\theta)}$ se refiere a que la variable n incide en la variable H con un retraso θ . Las condiciones nominales de operación son $n = 250$ rpm y $T = 60$ $^{\circ}\text{C}$ y se consigue una humedad de 72%, $\theta = 0.5$ min, para un caudal de 1.5 m^3/h . Se ha estimado un valor de $b = 3$ $\% / (\text{min} \cdot ^{\circ}\text{C})$.

El motor responde linealmente en un rango de 0 a 350 rpm para una entrada de 0 a 5 mV. Se cuenta con sensores de humedad lineales en el rango de 30 a 90 % para una salida de 4 a 20 mA.

- a) Halle las funciones de transferencia que vinculan la humedad de salida con las variables de entrada, trabajando en condiciones nominales.
- b) Por causas indeterminadas, durante 10 minutos se produce un aumento constante de temperatura a partir del valor nominal llegando hasta 70 $^{\circ}\text{C}$ y manteniéndose luego en este último valor. Graficar la respuesta de la concentración para los controladores indicados a continuación. Puede despreciarse la dinámica del sensor y considerarse que el motor responde instantáneamente a la señal del controlador.
 - b.1) Diseñe según Ziegler-Nichols un controlador P y calcule el offset.
 - b.2) Diseñe según Ziegler-Nichols un controlador PI.
 - b.3) Diseñe según Cohen-Coon un controlador PI.
 - b.4) Diseñe según IMC un controlador PI (si resultara un formato PID puede no tenerse en cuenta el término diferencial). Considerar $\tilde{G}_P = G_P$.

RESOLUCIÓN:

$$a) \frac{dH}{dt} = \frac{a \cdot n(t-\theta)}{H} - b \cdot T$$

En condiciones de estado estacionario $0 = \frac{a \cdot 250 \text{rpm}}{72\%} - 3 \frac{\%}{\text{min}^\circ\text{C}} \cdot 60^\circ\text{C}$

$$a = 51.84 \frac{\%^2}{\text{min.rpm}}$$

Linealizo: $\frac{dH}{dt} \cong \left(-\frac{a \cdot n_s}{H_s^2}\right)H - b \cdot T + \left(\frac{a}{H_s}\right)n(t - \theta)$

Paso a dominio de Laplace con variables desviación:

$$sH = -\frac{a \cdot n_s}{H_s^2}H - b \cdot T + \frac{a}{H_s}Ne^{-\theta s}$$

$$\left(s + \frac{a \cdot n_s}{H_s^2}\right)H = -b \cdot T + \frac{a}{H_s} \cdot Ne^{-\theta s}$$

$$H = -\frac{b}{\left(s + \frac{a \cdot n_s}{H_s^2}\right)} \cdot T + \frac{\frac{a}{H_s}}{\left(s + \frac{a \cdot n_s}{H_s^2}\right)} \cdot Ne^{-\theta s}$$

$$H = -\frac{b \frac{H_s^2}{a \cdot n_s}}{\left(\frac{H_s^2}{a \cdot n_s} s + 1\right)} \cdot T + \frac{\frac{H_s}{n_s}}{\left(\frac{H_s^2}{a \cdot n_s} s + 1\right)} \cdot Ne^{-\theta s}$$

$$H = \frac{A}{(\tau s + 1)} \cdot T + \frac{Be^{-\theta s}}{(\tau s + 1)} \cdot N$$

Con $\tau = \frac{H_s^2}{a \cdot n_s} = \frac{(72\%)^2}{51.84 \frac{\%^2}{\text{min.rpm}} \cdot 250 \text{rpm}} = 0.40 \text{ min}$

$$A = -b \frac{H_s^2}{a \cdot n_s} = -\frac{3 \frac{\%}{\text{min}^\circ\text{C}} (72\%)^2}{51.84 \frac{\%^2}{\text{min.rpm}} \cdot 250 \text{rpm}} = -1.2 \frac{\%}{^\circ\text{C}}$$

$$B = \frac{H_s}{n_s} = \frac{72\%}{250 \text{rpm}} = 0.288 \frac{\%}{\text{rpm}}$$

$$H = -\frac{1.2 \frac{\%}{^\circ\text{C}}}{(0.4 \text{ min} \cdot s + 1)} \cdot T + \frac{0.288 \frac{\%}{\text{rpm}} e^{-0.5s}}{(0.4 \text{ min} \cdot s + 1)} \cdot N$$

```

2
3 % ENTREGA 3
4 Hs = 72; %
5 ns = 250; % rpm
6 Ts = 60; %°C
7 b = 3; % %/min.°C
8 tita = 0.5; % min
9 a = b*Ts*Hs/ns; % %^2/min.rpm
10 tau = Hs^2/a/ns; % min
11 A = -b*Hs^2/a/ns; % %/°C
12 B = Hs/ns; % %/rpm
13
14 pkg load control
15 s = tf('s');
16 % Proceso; uso Padé 2/2 para la exponencial del tiempo muerto:
17 Gp = B/(tau*s+1)*(1-tita/2*s+tita^2/12*s^2)/(1+tita/2*s+tita^2/12*s^2);
18
19 % Carga:
20 GL = A/(tau*s+1);
21

```

- b) Para diseñar según Z-N tenemos que hallar primero la K_u y el P_u . Pero tenemos que tener en cuenta no solo la G_p sino también el motor y el sensor.

$$G_{mot} = \frac{(350 - 0)rpm}{(5 - 0)mV} = 70rpm/mV$$

$$G_m = \frac{(20 - 4)mA}{(90 - 30)\%} = 0.267 mA/\%$$

Esto lo podemos hacer en Octave usando el comando margin

```

21
22 Kmot = (350 - 0)/(5 - 0); % rpm/mV
23 Km = (20 - 4)/(90 - 30); % mA/%
24 Gg = Gp*Kmot*Km;
25
26 % Ku y Pu
27 [gamma,phi,w,w_phi] = margin(Gg);
28 Ku = gamma
29 Pu = 2*pi/w
30

```

$K_u = 0.3695$
 $P_u = 1.4644$

Con K en mV/mA y P en min

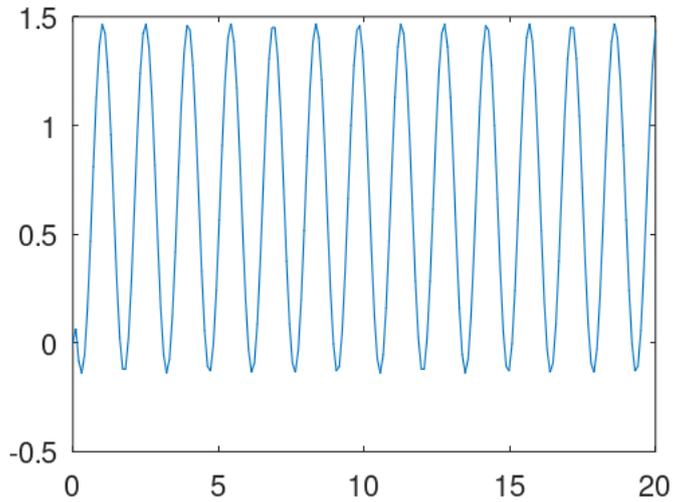
Y podemos verificarlo gráficamente:

```

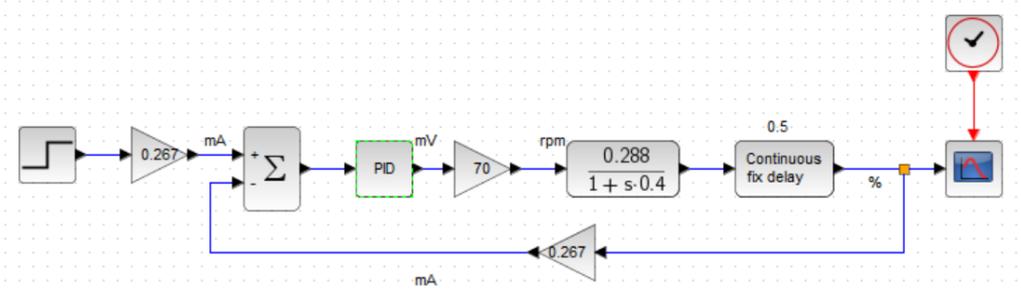
31 % verificación:
32 G = Ku*Gg/(1+Ku*Gg);
33 t = linspace(0,20,200);
34 y = step(G,t);
35 figure(1)
36 plot(t,y)
37 title('verificación de Ku')
38

```

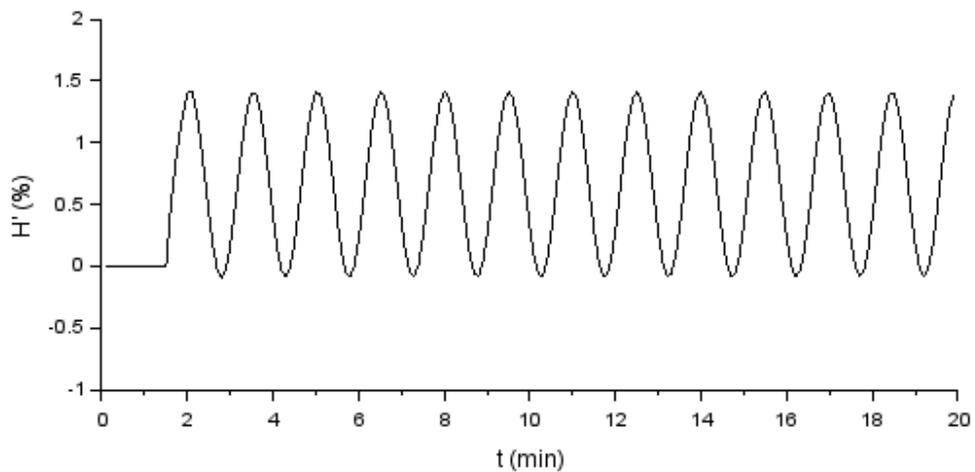
verificación de Ku



O también se puede hacer por tanteo en Xcos:



Con $K_c = 0.364 \text{ mv/mA}$

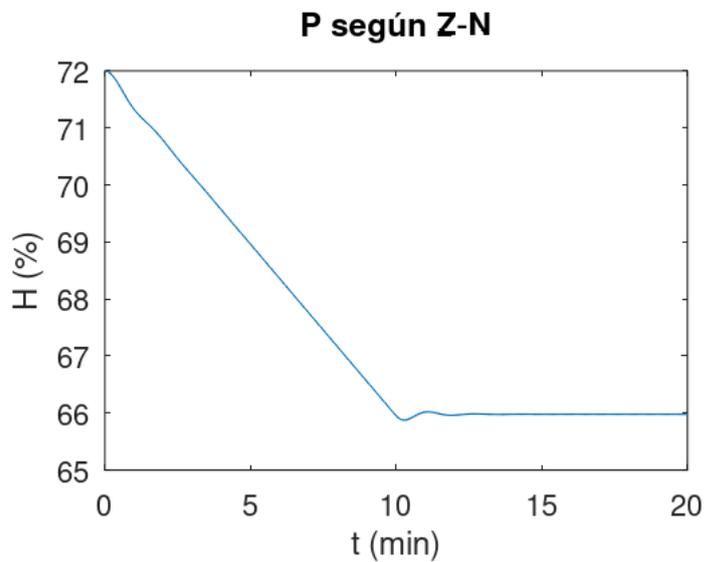


Para control P, tomo $K_c = 0.5 \cdot K_u$

```
38  
39 disp('P según Z-N:')  
40 Kc_zn = Ku/2  
41
```

```
P según Z-N:  
Kc_zn = 0.1847
```

```
41  
42 G1 = GL/(1+Kc_zn*Gg);  
43 ii = find(t<10); i = ii(end);  
44 U = [t(1:i) 10*ones(1,length(t)-i)];  
45 y1 = lsim(G1,U,t);  
46 figure(2)  
47 plot(t,y1+Hs)  
48 xlabel('t (min)');ylabel('H (%)');title('P según Z-N')  
49
```



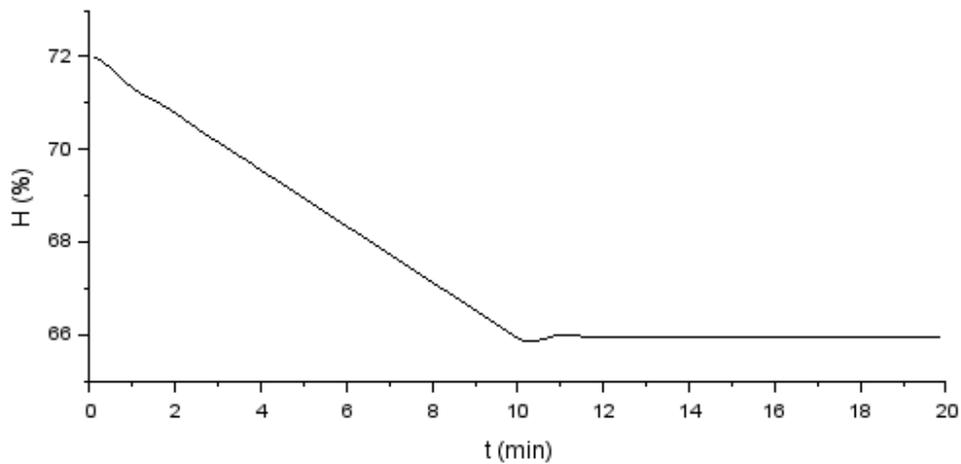
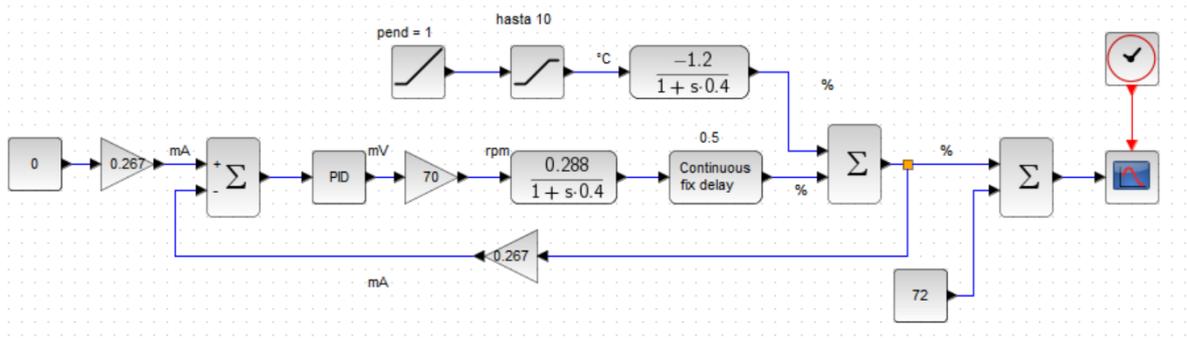
Y el offset es set point – valor a t infinito

```
50 disp('offset para P según Z-N:')  
51 offset = -y1(end)
```

```
offset para P según Z-N:  
offset = 6.0206
```

°C

También se puede hacer en Xcos:



c) Para PI según Z-N tomo $K_c = 0.45 K_u$ y $\tau_{au} = P_u/1.2$

```

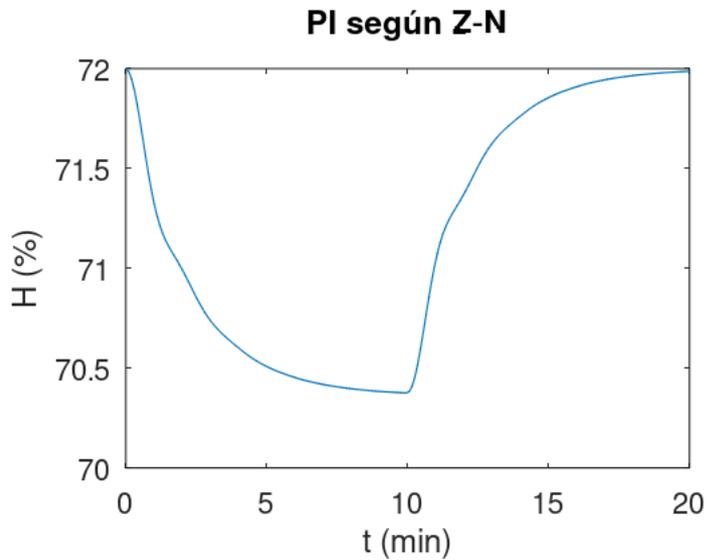
52
53 disp('PI según Z-N:')
54 Kc_zn2 = 0.45*Ku
55 tauI = Pu/1.2
56
57 Gc2 = Kc_zn2*(1+1/tauI/s);
58 G2 = GL/(1+Gc2*Gg);
59 y2 = lsim(G2,U,t);
60 figure(3)
61 plot(t,y2+Hs)
62 xlabel('t (min)');ylabel('H (%)');title('PI según Z-N')
63

```

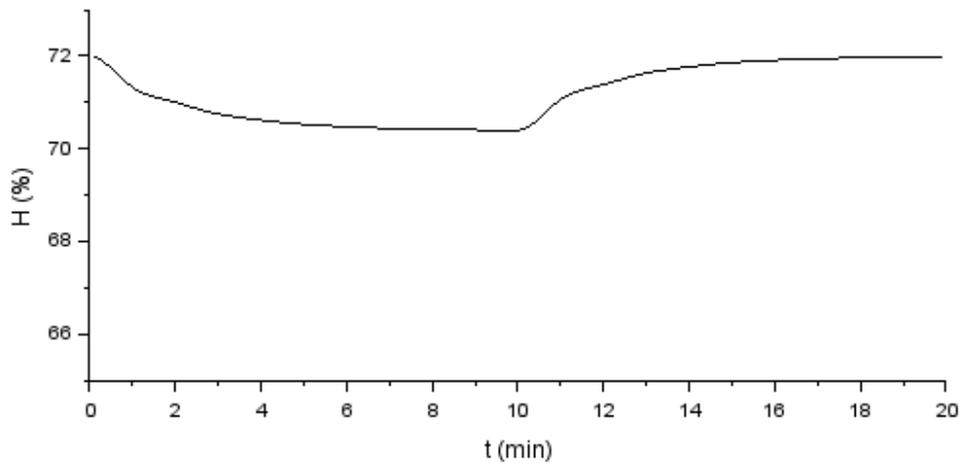
```

PI según Z-N:
Kc_zn2 = 0.1663
tauI = 1.2203

```



O también se puede hacer en Xcos



d) Para Cohen-Coon

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left(0.9 + \frac{\theta}{12\tau} \right) \quad \tau_I = \frac{\theta \left(30 + 3 \frac{\theta}{\tau} \right)}{9 + 20 \frac{\theta}{\tau}}$$

```

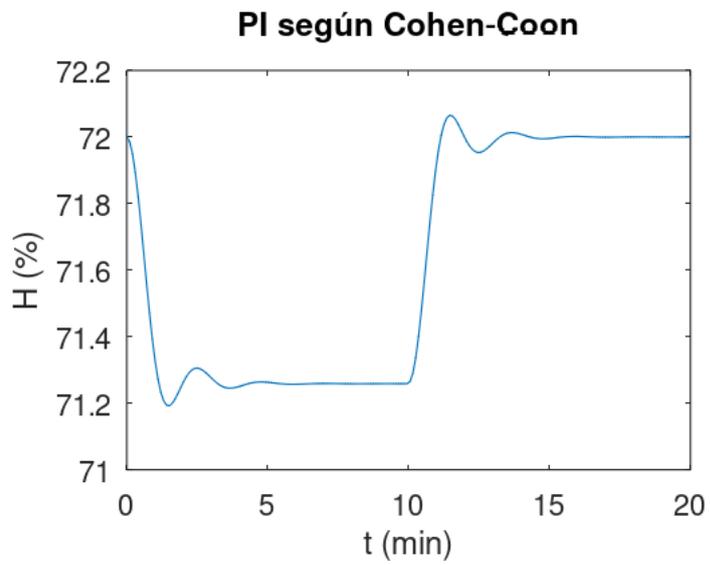
64 disp('PI según Cohen-Coon:')
65 Kc_cc = 1 / (B*Kmot*Km) * (tau/tita) * (0.9+tita/12/tau)
66 tauI_cc = tita * (30+3*tita/tau) / (9+20*tita/tau)
67 Gc3 = Kc_cc * (1+1/tauI_cc/s);
68 G3 = GL / (1+Gc3*Gg);
69 y3 = lsim(G3,U,t);
70 figure(4)
71 plot(t,y3+Hs)
72 xlabel('t (min)');ylabel('H (%)');title('PI según Cohen-Coon')
73

```

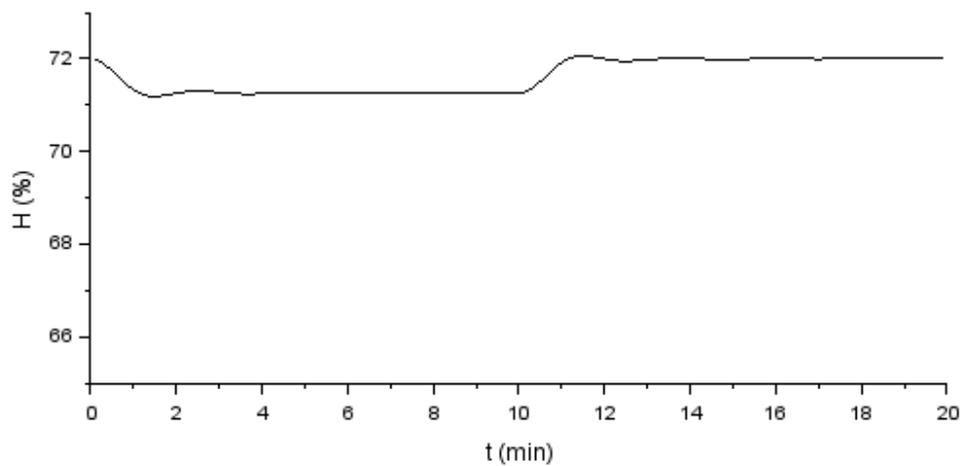
PI según Cohen-Coon:

Kc_cc = 0.1494

tauI_cc = 0.4963



O haciéndolo en Xcos



e) Para IMC voy a elegir $\lambda = 0.4$ min que es igual al tau del proceso

Para primer orden con tiempo muerto me queda un formato PID con

$$K_c = \frac{\tau_p + \frac{\theta}{2}}{K_p(\lambda + \frac{\theta}{2})} \quad \tau_I = \tau_p + \frac{\theta}{2} \quad \tau_D = \frac{\tau_p \theta}{2\tau_p + \theta}$$

Pero no voy a considerar el término diferencial.

```

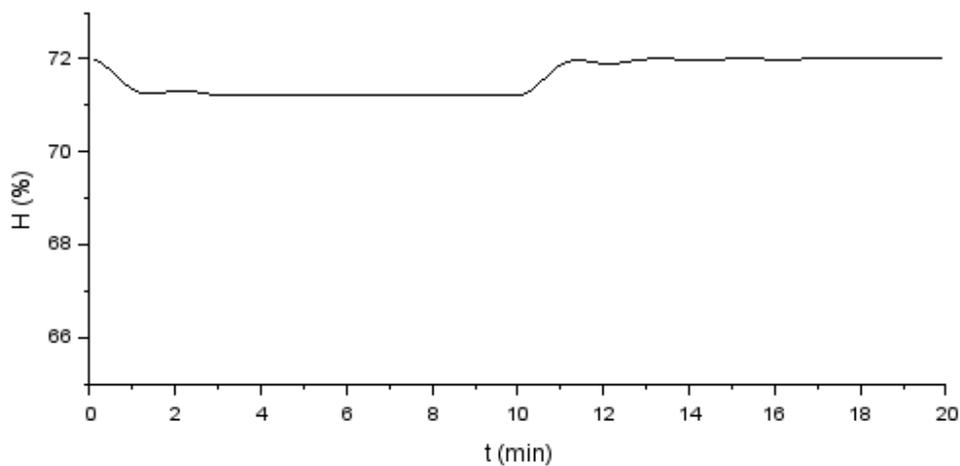
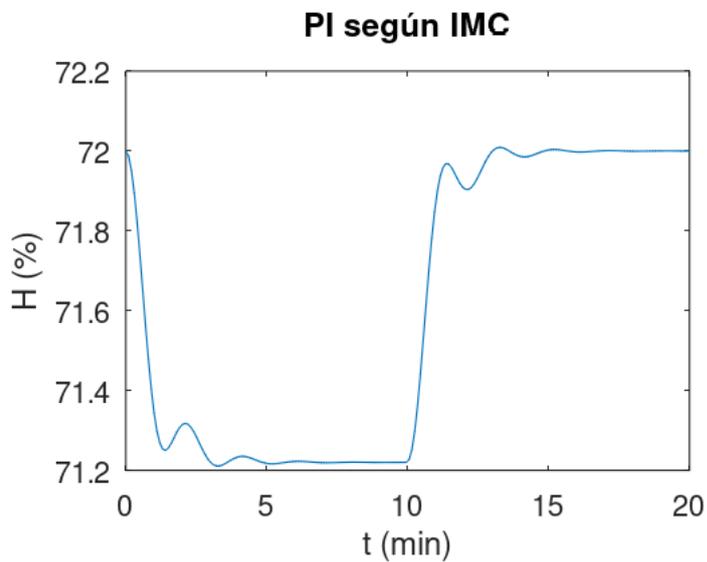
73
74 disp('PI según IMC:')
75 lambda = 0.4 % elijo lambda = tau
76 Kc_imc = (tau+tita/2)/(B*Kmot*Km)/(lambda+tita/2)
77 tauI_imc = tau+tita/2
78 Gc4 = Kc_imc*(1+1/tauI_imc/s);
79 G4 = GL/(1+Gc4*Gg);
80 y4 = lsim(G4,U,t);
81 figure(5)
82 plot(t,y4+Hs)
83 xlabel('t (min)');ylabel('H (%)');title('PI según IMC')
84

```

```

PI según IMC:
lambda = 0.4000
Kc_imc = 0.1860
tauI_imc = 0.6500

```



Se pueden graficar todas en una figura para comparar:

```
85 figure(6)
86 plot(t, [y1 y2 y3 y4]+Hs)
87 xlabel('t (min)'); ylabel('H (%)'); legend('Z-N (P)', 'Z-N (PI)', 'C-C', 'IMC')
```

