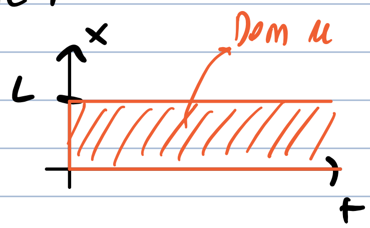
1) · $u(x,t)$ → temp del punto $x$ en la barra en el instante $t$




- $u_t(x,t) = u_{xx}(x,t)$, $x \in [0,L]$, $t \in [0,+\infty)$
- Condiciones de borde
  - $u_0(x)$ = temp inicial = $u(x,0)$
  - $u(0,t)$ = temp borde inferior
  - $u(L,t)$ = temp borde superior
- $u$ de clase $C^2$ en el interior de su dominio y continua en clausura del dominio

En 1) a) $u(0,t) = u(L,t) = 0$ buscamos solución por método de var sep:

$u(x,t) = X(x).T(t)$

Considerando ec de calor y cond de borde nulas en los extremos de la barra:

$$\boxed{u(x,t) = cte \cdot e^{-\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \cdot sen\left(\frac{n\pi}{L}.x\right)} \longrightarrow u(x,0) = u_0(x) = cte \cdot Sen\left(\frac{n\pi}{L}.x\right)$$

1) b)

- · $u_t(x,t) = u_{xx}(x,t)$
- · $u(0,t) = 0 = u(L,t)$

<u>Observación</u>: Si $u$ y $\bar{u}$ soluciones ⇒ $u+\bar{u}$ también

- derivar es lineal ✓
- $(u+\bar{u})(x,0) = u(x,0) + \bar{u}(x,0)$
- $(u+\bar{u})(0,t) = u(0,t) + \bar{u}(0,t) = 0+0 = 0$ ✓
- $(u+\bar{u})(L,t) = u(L,t) + \bar{u}(L,t) = 0+0 = 0$ ✓

1) c)

$(*)\begin{cases} u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) \\ u(0,t) = u(L,t) = 0 \\ u_0(x) = \sum_{i=1}^{k} b_i \, sen\left(\frac{n_i\pi}{L}.x\right) = \underbrace{b_1 \, Sen\left(\frac{n_1\pi}{L}.x\right)}_{u_0^1} + \dots + \underbrace{b_k \, sen\left(\frac{n_k\pi}{L}x\right)}_{u_0^k} \end{cases}$

Por lo hecho en la parte a la soluc a $\begin{cases} u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) \\ u(0,t) = 0 = u(L,t) \\ u_0(x) = u_0^i \end{cases}$

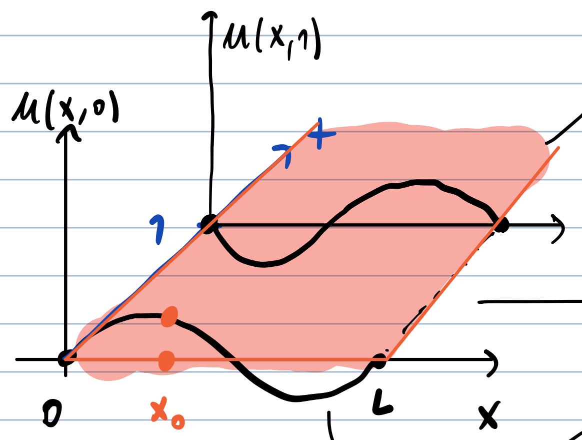
es $\left[u^i(x,t) = b_i . e^{-\left(\frac{n_i\pi}{L}\right)^2 t} . Sen\left(\frac{n_i\pi}{L}x\right)\right]$

Por la parte b), la soluc. a (+) es $u(x,t) = u^1(x,t) + \dots + u^k(x,t)$

$$\boxed{u(x,t) = \sum_{1}^{k} b_i\, e^{-\left(\frac{n_i\pi}{L}\right)^2 t} \operatorname{sen}\left(\frac{n_i\pi}{L}x\right).}$$

---

$u_{tt} = c^2 u_{xx}$ → $u(x,t)$ → altura de partícula $x$ en el instante $t$




Dom $u = [0,L] \times [0,+\infty)$.

- $u(L,t) = 0$, $u(0,t) = 0$ extremos fijos
- $u(x,0) = u_0(x)$ posición inicial de la cuerda.
- $u_t(x,0) = v_0(x)$ veloc. inicial de la cuerda

- Sin preocuparse por $u_0$ y $v_0$ busco soluc. con sep. variables:

$$u(x,t) = X(x)\cdot T(t) = \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\left(a\cdot\cos\left(\frac{n\pi c}{L}t\right) + b\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi c}{L}t\right)\right)$$

- $u(x,0) = u_0(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right).a$
- $u_t(x,0) = v_0(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\left(b\frac{n\pi c}{L}\right)$

¿Qué pasa si?
- $u_0(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{L}.x\right)a_1 + \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{L}.x\right)a_2 + \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{L}.x\right)a_3$
- $v_0(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{L}.x\right)b_1 + \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{L}.x\right)b_2 + \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{L}.x\right)b_3$