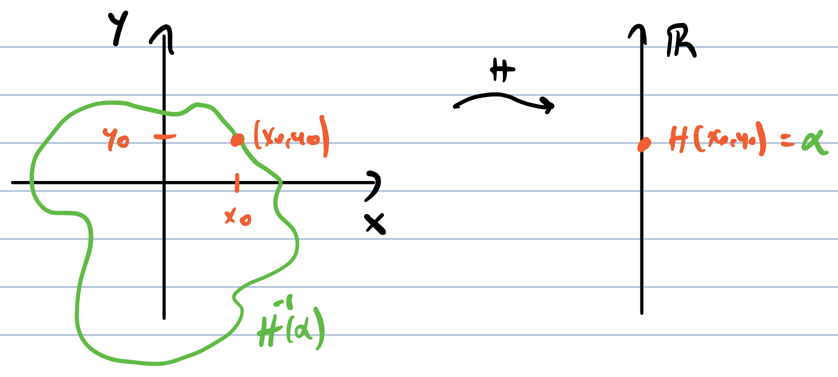
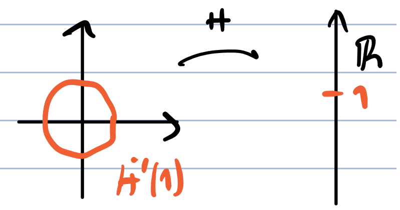
Recordamos: Si $(\dot{x},\dot{y}) = F(x,y)$, decimos que $H: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es una preintegral si se verifica $H(x(t),y(t)) = cte$ $\forall (x(t),y(t))$ solución.



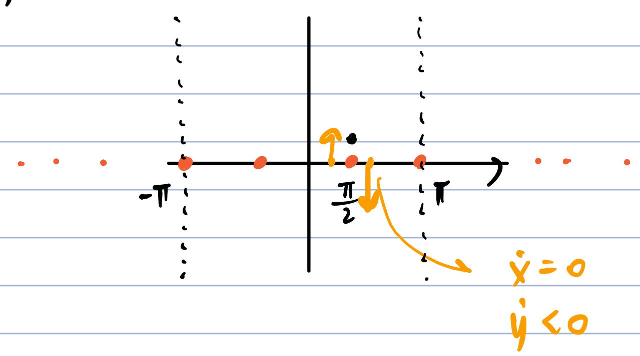
En particular si $(x(t),y(t))$ solución $\frac{d}{dt}\left(H(x(t),y(t))\right) = 0$.

Ej: Si $H(x,y) = x^2+y^2$ es una preintegral de cierto sistema, entonces las soluciones viven en círculos.



Pract 5

1) $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \cos(x) \end{cases}$ ptos de eq: $\left(\frac{\pi}{2}+n\pi, 0\right)$



a) · Si $H(x,y) = \frac{y^2}{2} - \operatorname{sen}(x)$ → $H(x,y)$ es una preintegral

Si $(x(t),y(t))$ solución → $\frac{d}{dt}\left(H(x(t),y(t))\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{y(t)^2}{2} - \operatorname{sen}(x(t))\right)$

$= \dot{y}\cdot y - \cos(x)\dot{x}$

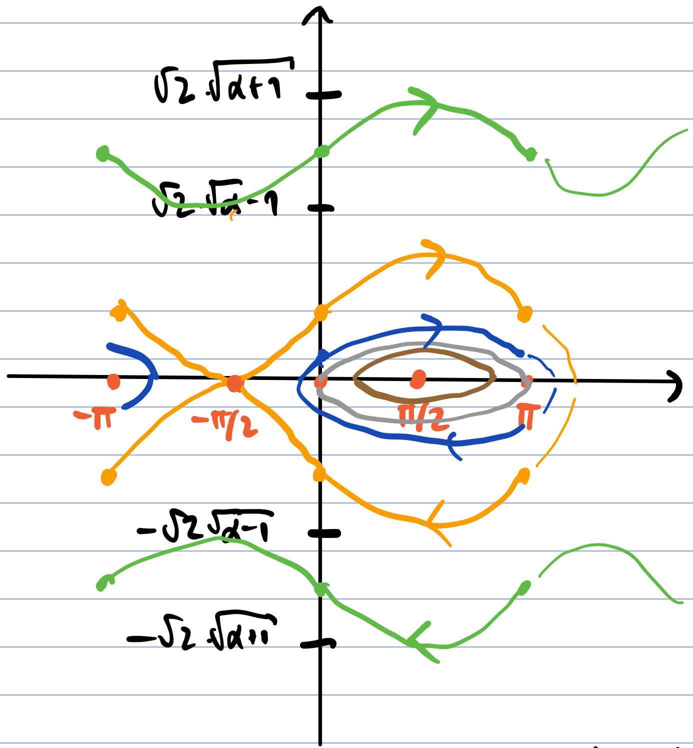
$= \cos(x)y - \cos(x)y = 0$ ✓

Por lo tanto H preintegral.

b) $H(x,y) = \frac{y^2}{2} - \text{sen}(x)$ $\longrightarrow$ $H(x,y) = \alpha$ cte sii $\frac{y^2}{2} - \text{sen}(x) = \alpha$

sii $y^2 = \left(\alpha + \text{sen}(x)\right)2$

sii $y = \pm\sqrt{2}\cdot\sqrt{\alpha + \text{sen}(x)}$



- Si $\alpha > 1$ → dibujo verde
- Si $\alpha = 1$ → amarillo
- Si $\alpha \in (0,1)$
- Si $\alpha \in (-1,0)$
- Si $\alpha = 0$

Comentario: H es la energía mecánica del péndulo.

Estudio de ptos de equilibrio:

- Pensando como sistema de $\mathbb{R}^2$:
  - $\pi/2 + 2n\pi$ equilibrio estable.
  - $-\pi/2 + 2n\pi$ equilibrio inestable.

- Podemos interpretar x como un ángulo, aquí la diferencia es que todas las órbitas que pasan cerca de $-\pi/2 + 2n\pi$ "vuelven", si bien sigue siendo inestable.

Obs / ejercicio: Todas las órbitas están def para todo tiempo.

2) $\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y^2 \\ \dot{y} = 2x^3 - 2xy^2 \end{cases}$ → $\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y^2 \\ \dot{y} = (x^2 - y^2)\,2x \end{cases}$

b) $H(x,y) = y - x^2$ → haciendo cuenta verifico $\dot{y} - 2x\dot{x} = 0$

c) Estudiar conj de nivel de H