Universidad de la República **Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables.**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Setiembre 2024**

PRIMER PARCIAL – SÁBADO 28 DE SETIEMBRE DE 2024

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y nombre

Escribir nombre y cédula en todas las hojas que se entreguen.

EJERCICIOS DE DESARROLLO
3 ejercicios, 15 puntos totales.

Ejercicio 1.(4 pts.) Demostrar que $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$.

Ejercicio 2.(6 pts.) Sean $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ y $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dos sucesiones de números reales.

a) Si $\lim_{n\to\infty} a_n = L\in\mathbb{R}$ y $\lim_{n\to\infty}(a_n-b_n)=0$, demostrar que $\lim_{n\to\infty} b_n = L$.

b) Supongamos que $\lim_{n\to\infty} a_n=+\infty$ y que existe $m>0$ tal que $m<b_n$ para todo $n\in\mathbb{N}$. Demostrar que $\lim_{n\to\infty} a_nb_n=+\infty$.

Ejercicio 3.(5 pts.) Demostrar que $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ diverge .

EJERCICIOS DE MÚLTIPLE OPCIÓN
5 ejercicios, 25 puntos totales.

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5

Ejercicio 1.(5 pts.) Se consideran el conjunto $A=\{z\in\mathbb{C}: |z|\geq 1\}$, $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ tal que $f(z)=e^z$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ tal que $g(z)=z^4$ y el conjunto $B=\{z\in\mathbb{C}: (f\circ g)(z)\in A\}$. Elegir la opción correcta:

A) $B=\{z=\rho e^{i\theta}:\rho\geq 0, \frac{-\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\leq\theta\leq\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}: k\in\mathbb{Z}\}$.

B) $B=\{z=\rho e^{i\theta}:\rho> 0, \frac{-\pi}{8}\leq\theta\leq\frac{\pi}{8}\}$.

C) $B=\{z=\rho e^{i\theta}:\rho> 0, \frac{-\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\leq\theta\leq\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}: k\in\mathbb{Z}\}$.

D) $B=\{z=\rho e^{i\theta}:\rho\geq 0, \frac{-\pi}{8}\leq\theta\leq\frac{\pi}{8}\}$.

Ejercicio 2.(5 pts.) Hallar a y b para que $y(x) = e^{2x}\cos x$ sea solución de $y'' + ay' + by = 0$. Elegir la opción correcta:

A) $a = -4, b = 5$.

B) $a = 4, b = -11$.

C) No se pueden determinar a y b sin las condiciones iniciales.

D) $a = \pm 4$ y para determinar b se necesita la condición inicial $y(0)$.

Ejercicio 3.(5 pts.) Clasificar las series (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n)}{e^n}$ y (2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-2}}{(2n-2)!}$. Elegir la opción correcta:

A) (1) converge y (2) diverge.

B) (1) diverge y (2) converge.

C) Ambas convergen.

D) Ambas divergen.

Ejercicio 4.(5 pts.) Se considera la integral $\int_0^{\pi/2} \tan x dx$. Elegir la opción correcta:

A) El valor de la integral es $\frac{\pi}{2}$.

B) El valor de la integral es $-\log(\frac{\pi}{2})$.

C) El valor de la integral es $\arctan(\frac{\pi}{4})$.

D) La integral diverge.

Ejercicio 5.(5 pts.) Sea $f : [a, +\infty) \to \mathbb{R}$ tal que la integral $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ converge. Se consideran las siguientes afirmaciones:

(1) Existe $L \in \mathbb{R}$ tal que: dado $\epsilon > 0$ existe $s \in \mathbb{R}$ tal que para todo $t \geq s$, se tiene $|\int_a^t f(x)dx - L| < \epsilon$.

(2) $F(t) = \int_a^t f(x)dx$ está acotada.

(3) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

(4) Dado $K > 0$ existe $s \in \mathbb{R}$ tal que para todo $t \geq s$, se tiene $|\int_a^t f(x)dx| > K$.

Elegir la opción correcta:

A) Solamente (1),(2) y (3) son correctas.

B) Solamente (1) y (2) son correctas.

C) Las 4 afirmaciones son correctas.

D) Solamente (2) y (3) son correctas.