



Elementos de Metrología

NIB

Clase # 1 – Martes 17-09-2024

Docente: Dr. Leonardo NICOLA SIRI

Objetivos

Entender que la MEDICION es un **procedimiento físico**

Entender el encuadre disciplinar “METROLOGIA”

Conocer y utilizar TERMINOLOGÍA LEGAL de METROLOGÍA

Eliminar ambigüedades y uso incorrecto de la terminología



DIDÁCTICA DE LA METROLOGÍA

Módulo I

El proceso de medición. El concepto de INCERTIDUMBRE de medida como contraposición al ERROR (de medida). Representación numérica y gráfica de intervalos de incertidumbre - notación. RESOLUCIÓN de un instrumento, INCERTIDUMBRE DE LECTURA. Álgebra de intervalos de incertidumbre en Metrología - igualdad / desigualdad de intervalos. INCERTIDUMBRES ABSOLUTA / RELATIVA / RELATIVA PORCENTUAL. Propagación de incertidumbres en operaciones algebraicas (+, -, x, ÷) y en funciones de una variable.

Módulo II

Exactitud / inexactitud en las mediciones. El ERROR de medición -incertidumbre del error. Procedimientos de ajuste y de calibración – uso de “patrones”. Valores corregidos – incertidumbre del valor corregido. Curvas de calibración. El ERROR informado como incertidumbre – convención de los fabricantes de instrumentos.

Módulo III (Estadística “convencional”)

Reiteración del procedimiento de medición – situación “se repiten” vs. “no se repiten. Representación gráfica – histogramas. Modelo estocástico de la medición – PRECISION del método de medición. Distribución de probabilidades – parametrización – valor esperado – varianza – desvío estándar – error estándar. Estimación numérica de los indicadores. La distribución Normal (Gaussiana). Intervalos de confianza.

Módulo IV

Causales de incertidumbre en Metrología – incertidumbre por lectura – incertidumbre por “calibración” - incertidumbre por “precisión”. Superposición de causales independientes - INCERTIDUMBRE COMBINADA. Modelo estocástico para la “lectura” - distribución de probabilidades “Uniforme” (rectangular) – representación gráfica y numérica – media – varianza – desvío estándar. Expresión de la incertidumbre combinada. Intervalos de confianza – INCERTIDUMBRE EXPANDIDA.

Por disponibilidad de tiempo, en este CURSO, desarrollaremos solamente los Módulos I y II (en dos clases)

El Modulo III es un curso convencional de Estadística

El Modulo IV puede estudiarse siguiendo la Bibliografía recomendada para Metrología

Bibliografía específica:

VIM - Vocabulario Internacional de Metrología – Conceptos fundamentales y generales, y asociados

Ed. BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) , 1ra edición en español, JCGM 2008

GUM - Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement (JCGM 100:2008, GUM 1995 with minor corrections) - First edition September 2008

Ed. BIPM (Bureau International des Poids et Mesures), JCGM 2008

Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones / ensayos; (GUI-LE-01)

Ed. OAA Organismo Argentino de Acreditación – 2013

Units and conversion charts – T. Wildi (1981)



Ed. IEEE PRESS, New York, EEUU (1981); ISBN 0-87942-273-4; IEEE Order number: PP0267-5



Bibliografía complementaria:

Foundations of Metrology, - J.A. Simpson – J. Res. Nat. Bureau of Standards (EEUU), Vol. 86, No.3, (1981)

Las definiciones de las unidades de medida en su nueva etapa – R.J. Lazos Martínez y J.M. López Romero; Simposio de Metrología 2010, SM2010-S5D1 Ed. Centro Nacional de Metrología (México) (2010)

Links útiles:

Vocabulario Internacional de Metrología navegable online: <http://jcgm.bipm.org/vim/en/index.html>

CENAM Publicaciones Gratuitas: <http://www.cenam.mx/publicaciones/gratuitas/>

Software Open para Cálculo de Incertidumbre: <http://www.npl.co.uk/science-technology/mathematics-modelling-and-simulation/mathematics-and-modelling-for-metrology/mmm-software-downloads>



METROLOGIA

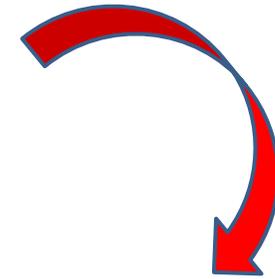
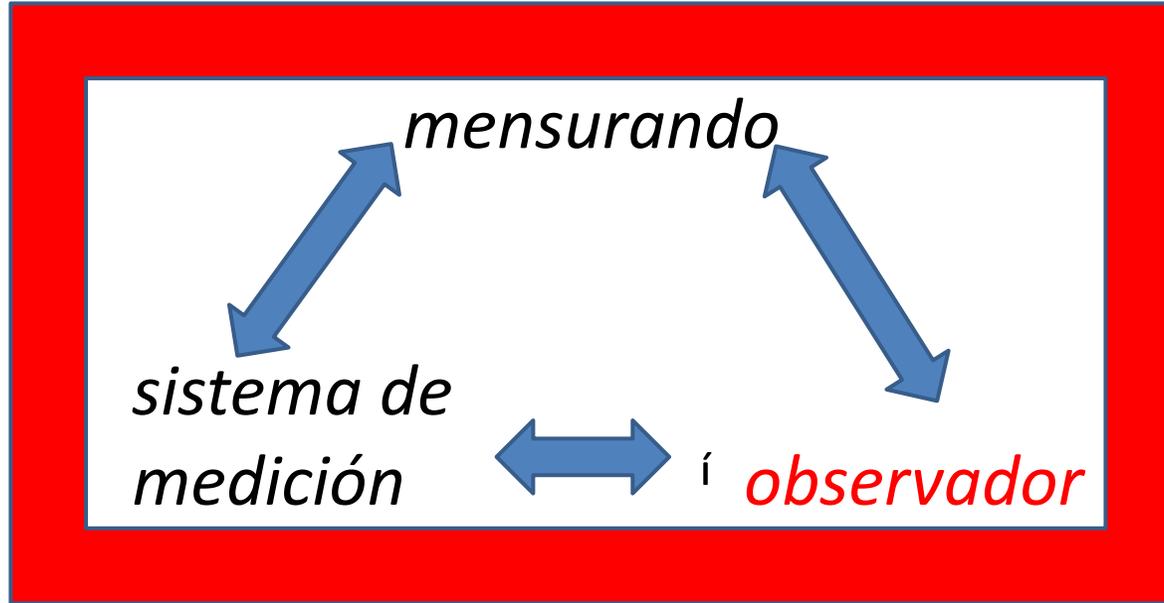
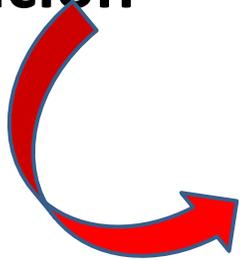
Contenidos de Metrología

Módulo I

El proceso de medición. El concepto de INCERTIDUMBRE de medida como contraposición al ERROR (de medida). Representación numérica y gráfica de intervalos de incertidumbre - notación. RESOLUCIÓN de un instrumento, INCERTIDUMBRE DE LECTURA. Álgebra de intervalos de incertidumbre en Metrología - igualdad / desigualdad de intervalos. INCERTIDUMBRES ABSOLUTA / RELATIVA / RELATIVA PORCENTUAL. Propagación de incertidumbres en operaciones algebraicas (+, -, x, ÷) y en funciones de una variable.

La información cuantitativa (“valor”) se obtiene mediante la “medición”:

procedimiento
de medición



(lectura)

Resultado

“valor de la medida”

Mensurando:

Sistema de Medición:

Observador:

la propiedad o atributo que quiero “valorar”

dispositivo físico / instrumento de medición

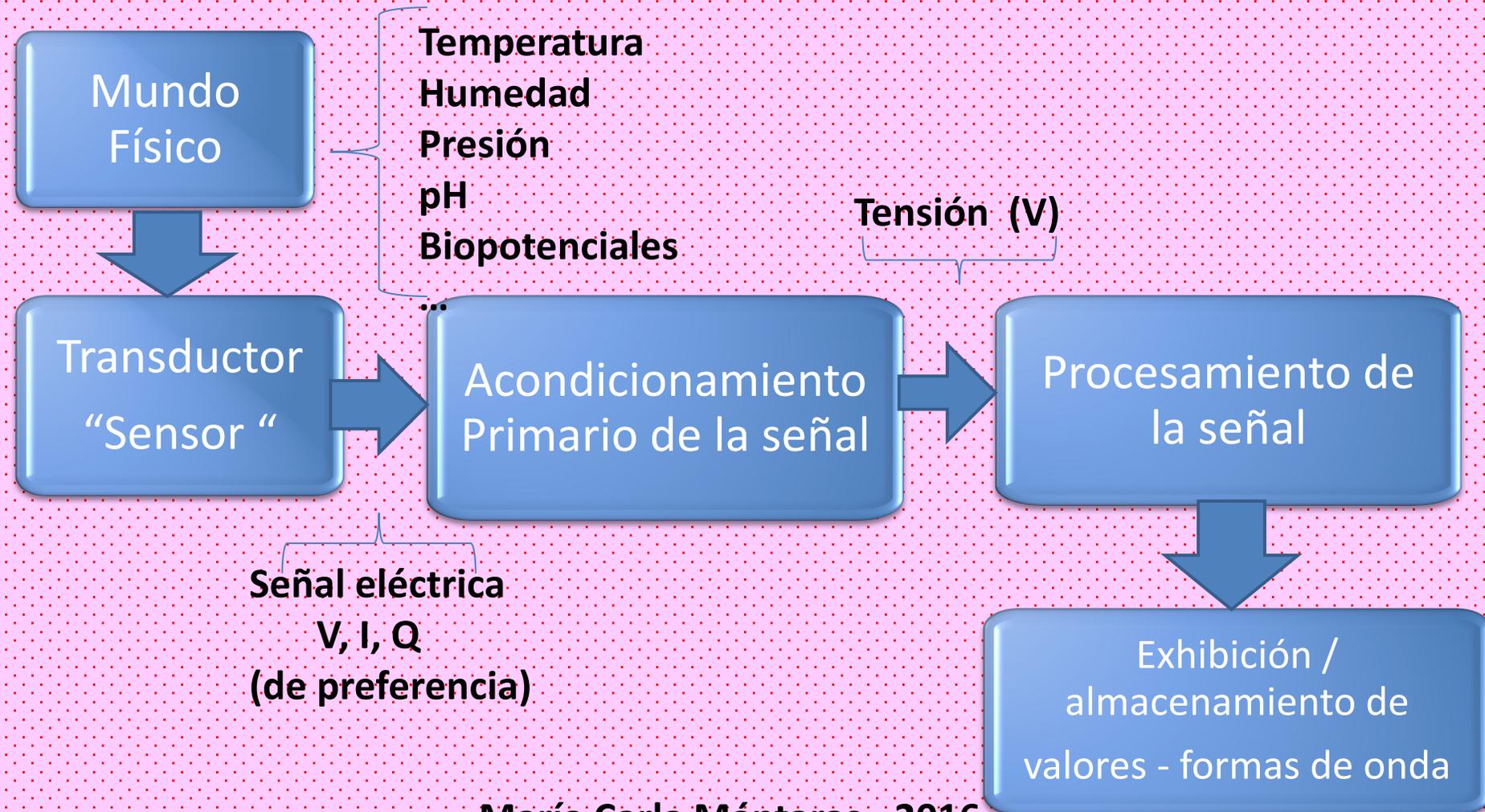
quien realiza la “medición”



Curso de Capacitación

Metrología Aplicada a Ensayos de Equipos Electromédicos

Esquema de un sistema de medida analógico "electrónico"

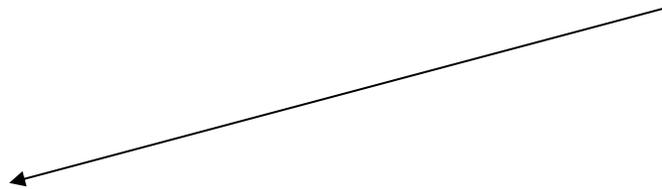


Concepto de Incertidumbre metrológica



¿A qué hora (t_f) fue tomada la fotografía del calendario?

1 MINUTO PARA RESPONDER



Respuesta?



Concepto de Incertidumbre metrológica



¿A qué hora (tf) fue tomada la fotografía del calendario?

1 MINUTO PARA RESPONDER

Respuesta:

$tf \equiv$ algún instante entre 0hs y 24hs



Concepto de Incertidumbre metrológica

El “resultado” de la medición es un intervalo numérico denominado:

INTERVALO DE INCERTIDUMBRE



Resultado de la Medición:

Día 25 de Noviembre – $0 \text{ hs} \leq t_f \leq 24 \text{ hs}$

NOTACIÓN: el “intervalo de incertidumbre” se anota

$t_f = [0 \text{ hs} ; 24 \text{ hs}]$ (intervalo CERRADO)



Concepto de Incertidumbre metrológica

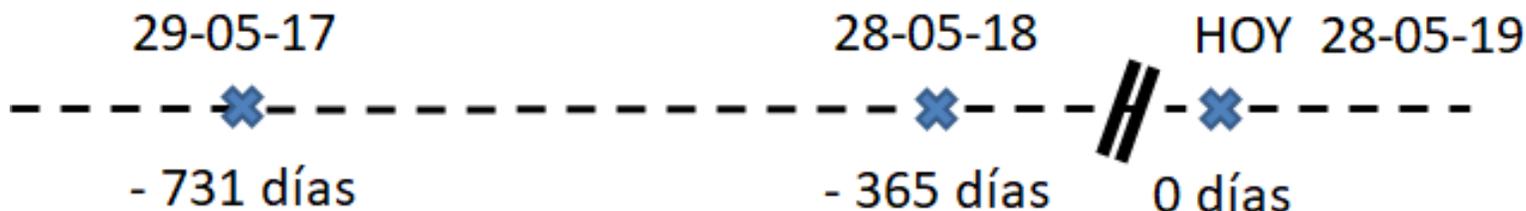
Escenario de medición – situación problemática:

“Hoy” 28-05-19, Jaimito tiene un año de edad,
Cual es su edad en días?.

Nacim. -----/ /-----+-----+-----
DIA de HOY

Hoy 28 cumple un año
Nació 1 año antes: 28-05-18

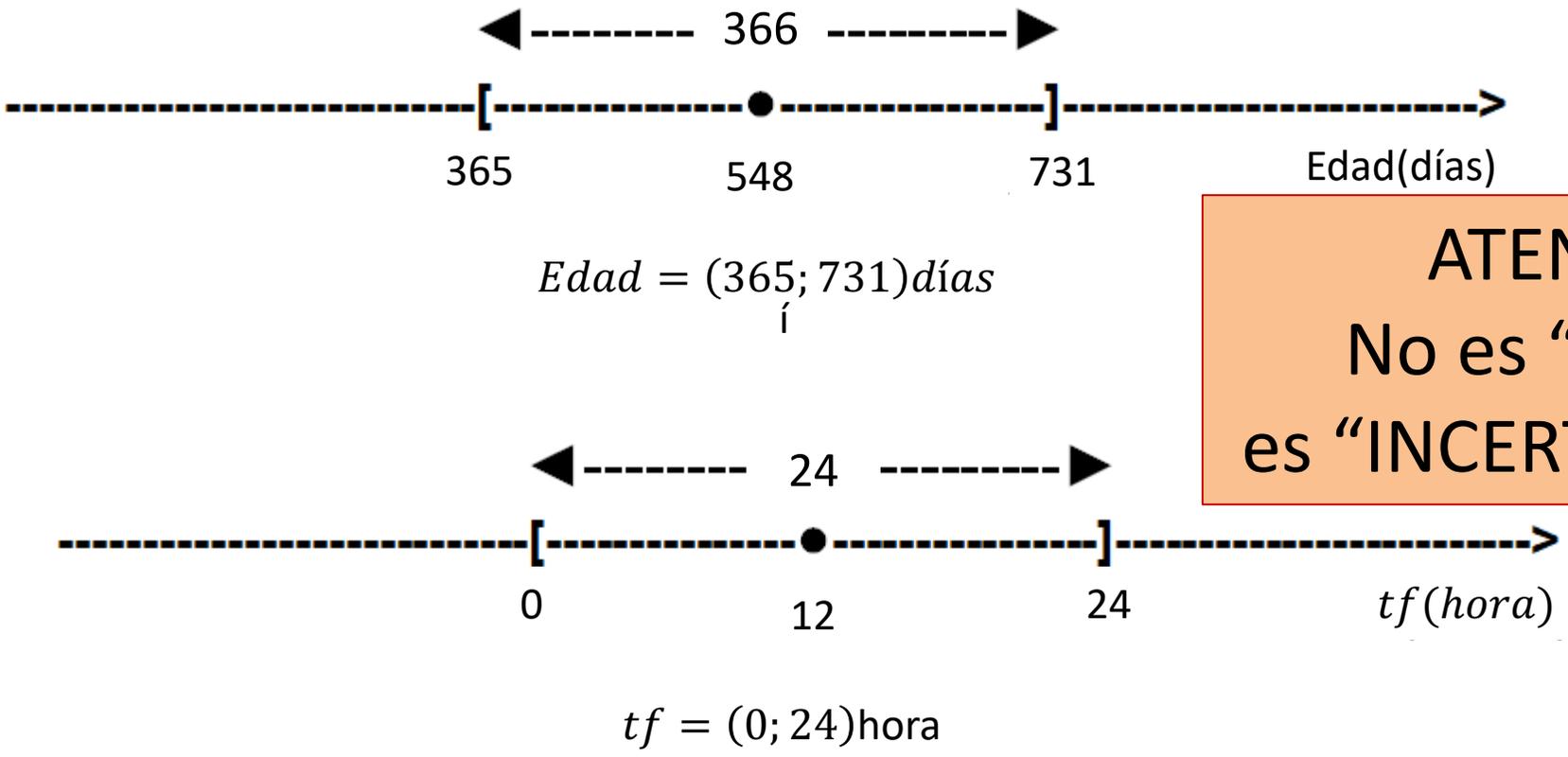
Mañana 29 cumple 2 años
Nació hace 2 años: 29-05-17



Resultado de la medición: **Edad de Jaimito = (365 ; 731) días**



Intervalo de incertidumbre

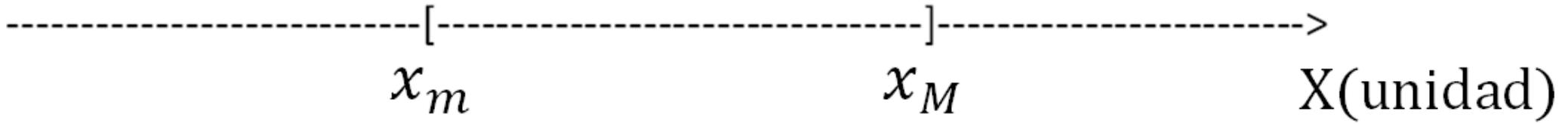


ATENCIÓN
No es "ERROR",
es "INCERTIDUMBRE"

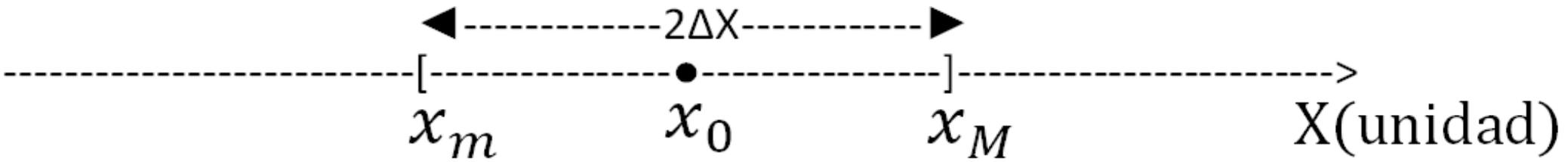


Intervalo de Incertidumbre

Representación y Notación



Notación: $x_L = [x_m; x_M]$ (unidad)



Notación: x_0 (unidad) valor representativo (ubicación)

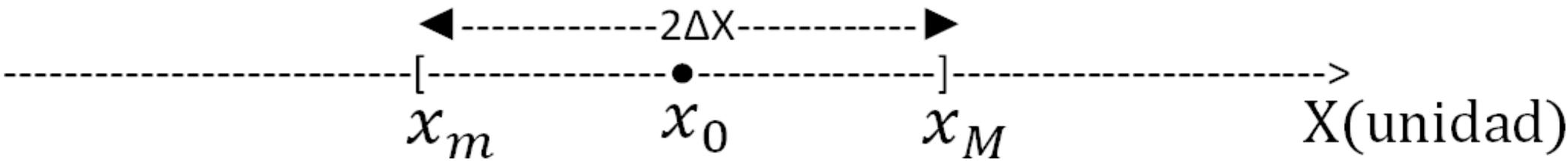
$2\Delta x$ (unidad) "incertidumbre" - (U, "uncertainty")

$x_L = [x_0 ; \Delta x]$ (unidad)



Intervalo de Incertidumbre

Representación y Notación

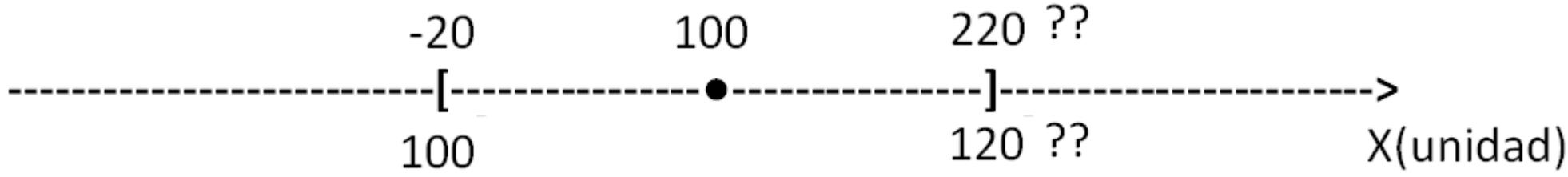


Notación 1: $x_L = [x_m; x_M]$ (unidad)

Notación 2: $x_L = [x_0; \Delta x]$ (unidad)

Ejemplo: $x_L = [100; 120]$ (unidad)

¡Genera confusión!



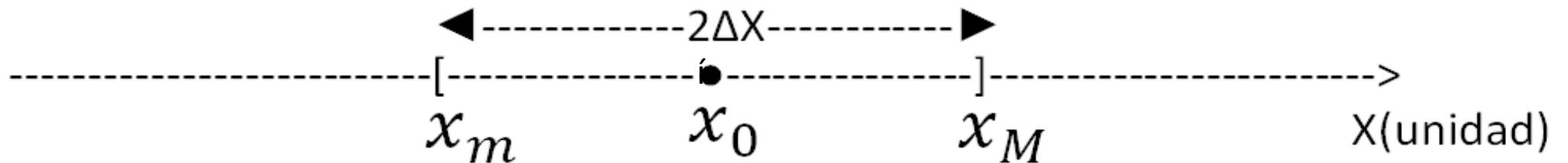
Incertidumbre de medida – notación:

Situación posible: $x = [-10 ; 10] u$



PRODUCE AMBIGÜEDAD!

Solución:



$$X_M = X_0 + \Delta x$$

$$X_m = X_0 - \Delta x$$



$$X = (X_0 \pm \Delta x) \text{ (unidad)}$$

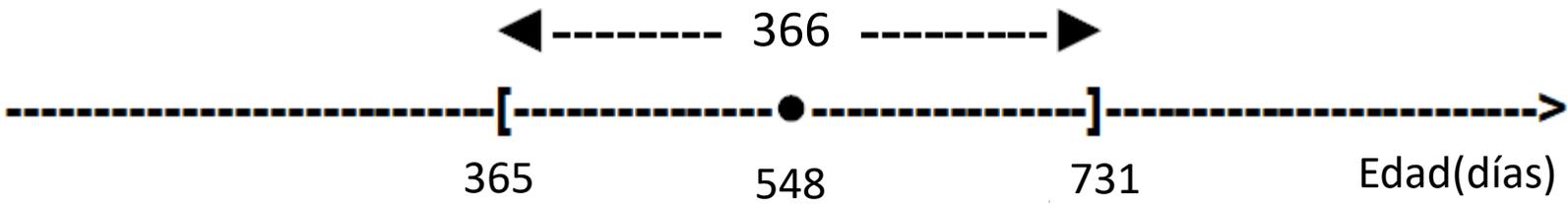
Complementariamente:

$$X_0 = \frac{1}{2} (X_M + X_m)$$

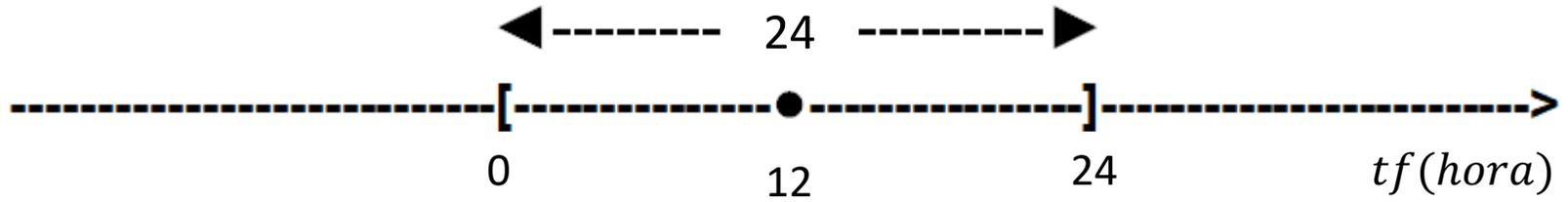
$$\Delta x = \frac{1}{2} (X_M - X_m)$$



Resolución de la confusión



$$Edad = (548 \pm 183) días$$

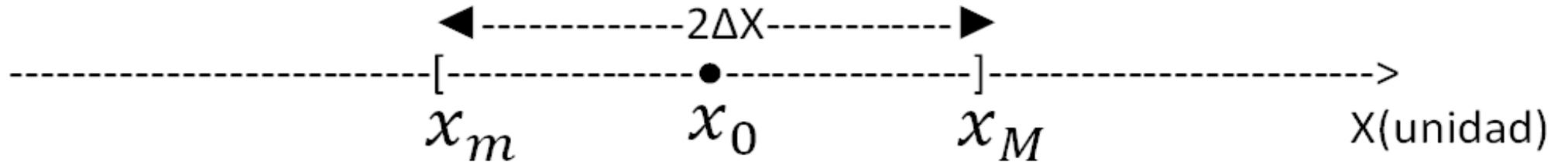


$$tf = (12 \pm 12) hora$$



RESUMIENDO

Incertidumbre de medida – representación grafica - notación:



$$X = (X_0 \pm \Delta x) \text{ (unidad)}$$

Relaciones entre los parametros:

$$X_M = X_0 + \Delta x$$

$$X_m = X_0 - \Delta x$$



$$X_0 = \frac{1}{2} (X_M + X_m)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} (X_M - X_m)$$



Clases de instrumentos (por forma de exhibir la lectura)



í



Resolución de un instrumento digital

Es el valor (con la unidad correspondiente) que corresponde a 1 (uno) en el **dígito menos significativo** (lsd, *less significant digit*, en el extremo derecho)

Forma de anotación convencional: $res = \pm 1 \text{ lsd}$

í

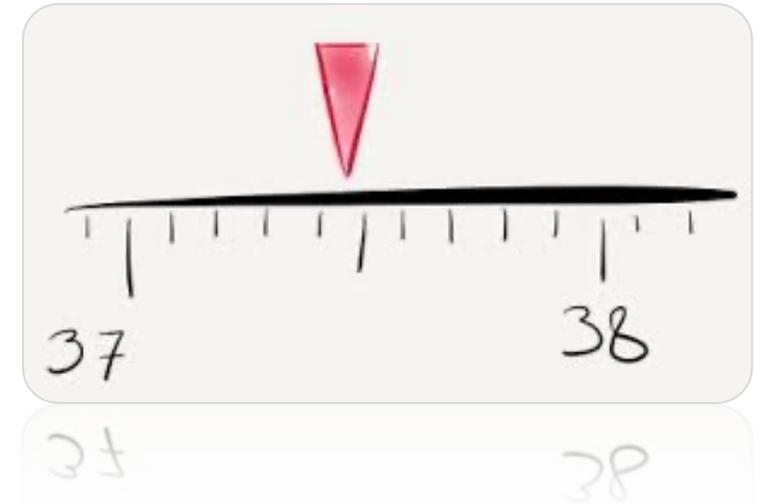
Referencia: Vocabulario Internacional de Metrología



Resolución de un instrumento analógico

Para un **instrumento analógico** la resolución no es única, y depende de:

- Características constructivas del instrumento, por ejemplo
 - Tamaño y calidad de la escala
 - Número de divisiones de la escala
 - Grosor de las marcas divisorias y de la aguja
 - etc.
- Entrenamiento del observador
- Cuidado puesto por el observador durante la medición



Forma de anotación convencional: $res = \pm 1/n$ del valor de la menor división de la escala

NOTA: en una buena práctica de medición es esperable que el **observador** pueda asegurar una resolución de 1/4 a 1/5 de división



Definiciones

Rango (de un instrumento) (*range*): INTERVALO que abarca desde el **valor mínimo** hasta el **valor máximo** que puede ser registrado. El valor nulo (**'0' del instrumento**) puede corresponder a un extremo del rango, o estar entre ambos extremos (con frecuencia en el punto medio)

Alcance (de un instrumento) (*span*): Amplitud (tamaño) del INTERVALO del **rango**; es la **diferencia** entre el valor máximo y el valor mínimo de la escala

Ejemplo: un termómetro cuyo rango es $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $+110\text{ }^{\circ}\text{C}$, tiene alcance de $115\text{ }^{\circ}\text{C}$

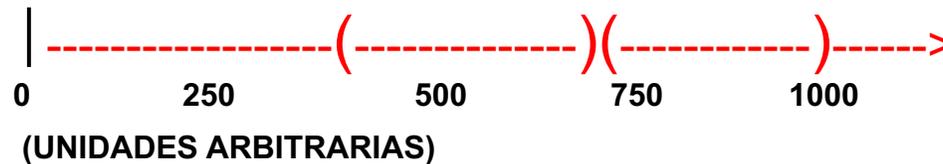
Resolución (de un instrumento) (*resolution*): **Mínima diferencia** reconocible entre dos lecturas posibles

Referencia: Vocabulario Internacional de Metrología

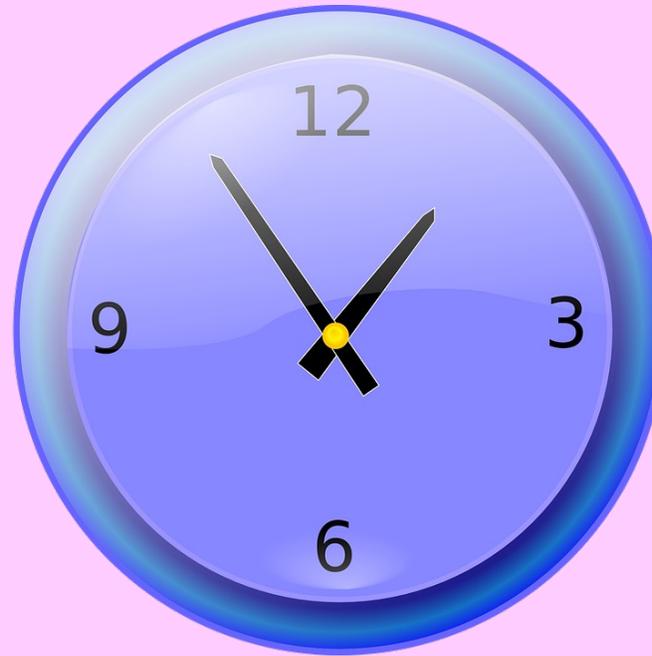


CONSECUENCIA IMPORTANTE

Tanto para los instrumentos de medida digitales como para los analógicos la **incertidumbre de lectura** es igual a la **resolución**



EJERCICIO



¿Cuál es la resolución en cada reloj?
¿Cuál es la lectura de tiempo en cada reloj?

Tiempo para descanso = $(4,5 \pm 0,5x)$ (min)

Hay preguntas?

Igualdad y desigualdad de Intervalos de Incertidumbre

¿A qué hora (tf) fue tomada la fotografía del calendario?



¿A qué hora (tf) fue tomada la fotografía del calendario?



Igualdad y desigualdad de Intervalos de Incertidumbre

¿A qué hora (tf) fue tomada la fotografía del calendario?



$$tf = 3hs9\text{ min}50s \pm 0.5s$$

¿A qué hora (tf) fue tomada la fotografía del calendario?



$$tf = 3hs7\text{ min}4s \pm 0.5s$$

Igualdad y desigualdad de Intervalos de Incertidumbre

Fueron tomadas ambas fotos a la misma hora?

si / no

Justificar la respuesta

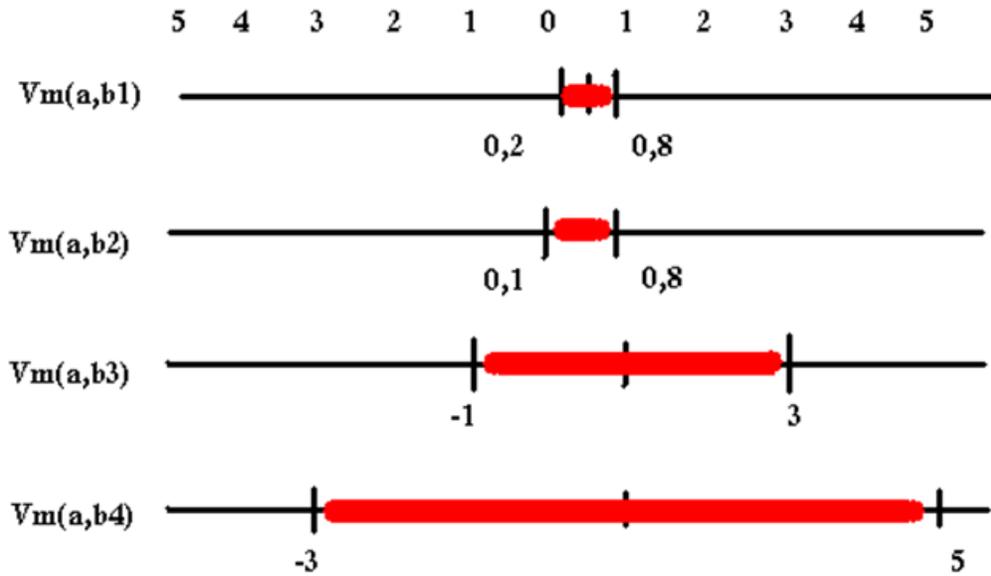


$$t_f = 3\text{hs}9\text{ min}50\text{s} \pm 0.5\text{s}$$



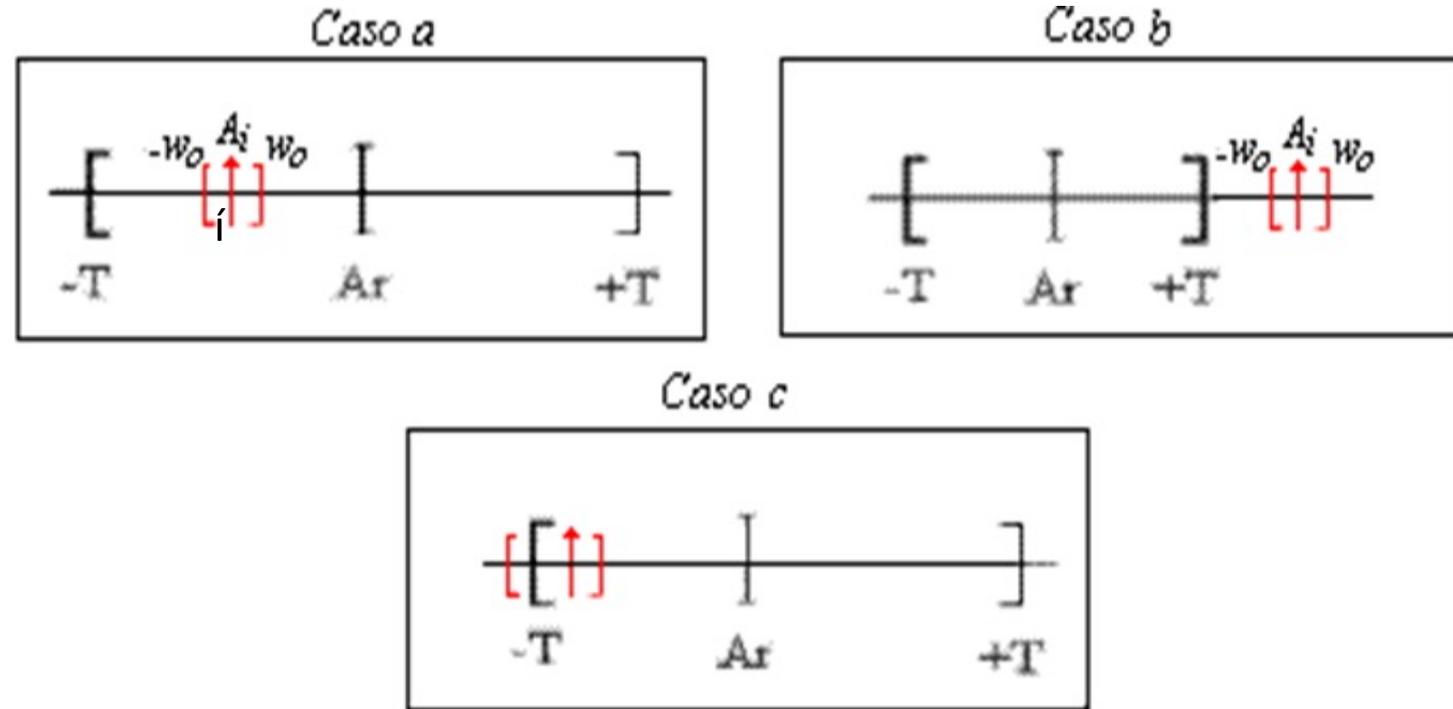
$$t_f = 3\text{hs}7\text{ min}4\text{s} \pm 0.5\text{s}$$

Igualdad / desigualdad de Intervalos numéricos

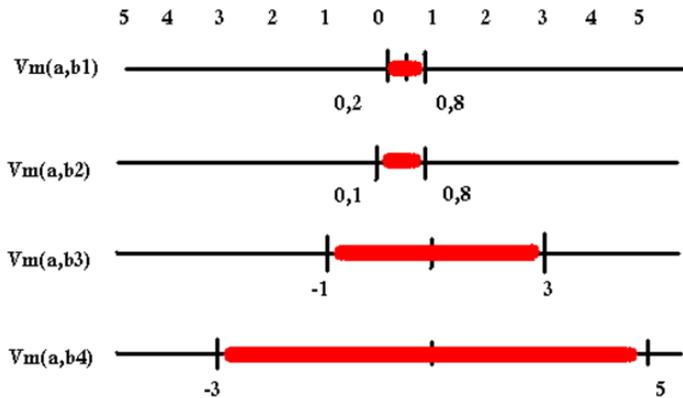


Matemáticamente, todos son DISTINTOS

Matemáticamente, todos son DISTINTOS



Igualdad / desigualdad de Intervalos de **Incertidumbre metrológica**



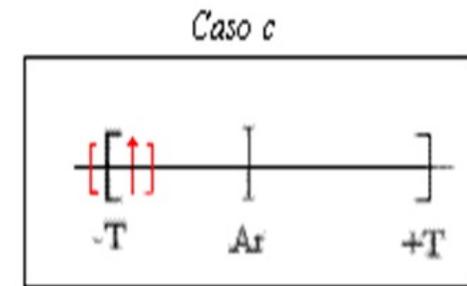
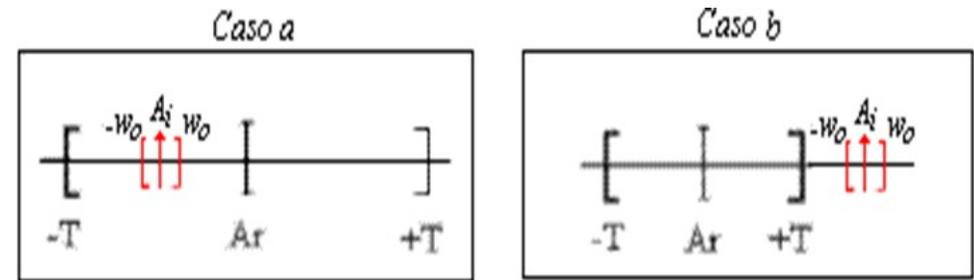
Aunque comparando entre pares,

Matemáticamente todos son DIFERENTES

ARBITRARIAMENTE, definimos:

$$X_1 = X_2 \quad \text{si} \quad |X_{o1} - X_{o2}| \leq (\Delta X_1 + \Delta X_2) \quad (\text{casos "a" y "c"})$$

$$X_1 \neq X_2 \quad \text{si} \quad |X_{o1} - X_{o2}| > (\Delta X_1 + \Delta X_2) \quad (\text{caso "b"})$$



ARBITRARIAMENTE, definimos:

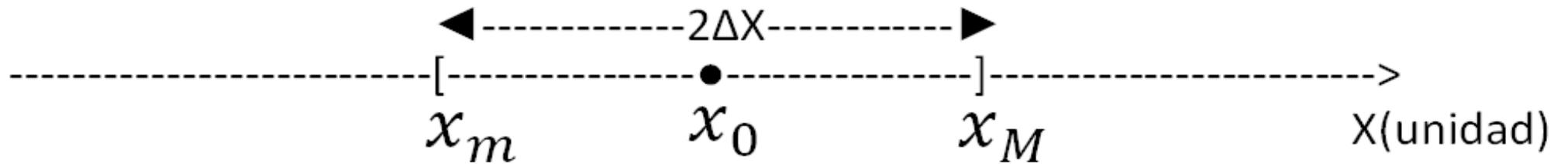
$X1 = X2$ si $|X_{o1} - X_{o2}| \leq (\Delta X1 + \Delta X2)$ (casos "a" y "c")

$X1 \neq X2$ si $|X_{o1} - X_{o2}| > (\Delta X1 + \Delta X2)$ (caso "b")



DEFINICIONES

Sea el mensurando representado por el intervalo de incertidumbre



Se define: $X = (X_0 \pm \Delta x)$ (unidad)

$X_0 \equiv$ valor representativo del mensurando (indica la UBICACION)

$\Delta x \equiv$ incertidumbre absoluta (tiene las mismas unidades que X_0)

$\varepsilon = \Delta x / X_0 \equiv$ incertidumbre relativa (adimensional)

$\varepsilon(\%) = 100 \cdot \Delta x / X_0 \equiv$ incertidumbre relativa porcentual (adimensional)

 Ref.: Vocabulario Internacional de Metrología



Operaciones algebraicas con Intervalos de Incertidumbre

Propagación de la incertidumbre en los cálculos

Dados los intervalos de incertidumbre

$$\mathbf{a} = [a_m; a_M] = (a_o \pm \Delta a)$$

$$\mathbf{b} = [b_m; b_M] = (b_o \pm \Delta b)$$

$$\mathbf{c} = [c_m; c_M] = (c_o \pm \Delta c)$$

donde **c** se obtiene mediante alguna de las siguientes

operaciones entre intervalos: $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$; $\mathbf{c} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$; $\mathbf{c} = \mathbf{a} * \mathbf{b}$; $\mathbf{c} = \mathbf{a} / \mathbf{b}$

Se trata de calcular c_m y c_M conociendo a_m , a_M , b_m y b_M , y finalmente, **obtener** c_o y Δc a partir de a_o , Δa , b_o y Δb



Propagación de la incertidumbre en los cálculos

Procedimiento general:

Se calculan los extremos del intervalo c , a partir de los extremos de a y b :

c_m = el valor más pequeño posible

c_M = el valor más grande posible

A continuación se calculan c_o y Δc :

$$c_o = \frac{1}{2} (c_M + c_m) \quad \Delta c = \frac{1}{2} (c_M - c_m)$$



Operaciones algebraicas con Intervalos de Incertidumbre

Ejemplo: Suma de intervalos de incertidumbre

$$\mathbf{a} = [a_m ; a_M] = (a_o \pm \Delta a)$$

$$\mathbf{b} = [b_m ; b_M] = (b_o \pm \Delta b)$$

$$\mathbf{c} = [a + b] = [c_m ; c_M] = (c_o \pm \Delta c)$$

Procedimiento:

Se calculan los extremos del intervalo c:

$$c_m = a_m + b_m \quad (\text{el valor más pequeño posible})$$

$$c_M = a_M + b_M \quad (\text{el valor más grande posible})$$

A continuación se calculan c_o y Δc :

$$c_o = \frac{1}{2} (c_M + c_m) = \frac{1}{2}\{(a_M+b_M) + (a_m+b_m)\} = \frac{1}{2}\{(a_M+a_m) + (b_M+b_m)\} = a_o + b_o$$

$$\Delta c = \frac{1}{2} (c_M - c_m) = \frac{1}{2}\{(a_M+b_M) - (a_m+b_m)\} = \frac{1}{2}\{(a_M-a_m) + (b_M-b_m)\} = \Delta a + \Delta b$$

Es decir: $[c_o \pm \Delta c] = [(a_o+b_o) \pm (\Delta a+\Delta b)]$

En la SUMA, se suman los valores y se suman las incertidumbres



Operaciones algebraicas con Intervalos de Incertidumbre

Ejemplo: Diferencia (resta) de intervalos de incertidumbre

$$\mathbf{a} = [a_m ; a_M] = (a_o \pm \Delta a)$$

$$\mathbf{b} = [b_m ; b_M] = (b_o \pm \Delta b)$$

$$\mathbf{c} = [a - b] = [c_m ; c_M] = [c_o \pm \Delta c]$$

Procedimiento:

Se calculan los extremos del intervalo **c**:

$$c_m = a_m - b_M \quad (\text{el valor más pequeño posible, nótese que estamos RESTANDO})$$

$$c_M = a_M - b_m \quad (\text{el valor más grande posible, nótese que estamos RESTANDO})$$

A continuación se calculan c_o y Δc :

$$c_o = \frac{1}{2} (c_M + c_m) = \frac{1}{2} \{ (a_M - b_m) + (a_m - b_M) \} = \frac{1}{2} \{ (a_M + a_m) - (b_M + b_m) \} = a_o - b_o$$

$$\Delta c = \frac{1}{2} (c_M - c_m) = \frac{1}{2} \{ (a_M - b_m) - (a_m - b_M) \} = \frac{1}{2} \{ (a_M - a_m) + (b_M - b_m) \} = \Delta a + \Delta b$$

$$\mathbf{Es\ decir:} [c_o \pm \Delta c] = [(a_o - b_o) \pm (\Delta a + \Delta b)]$$

En la **RESTA**, se restan los valores y se suman las incertidumbres



Operaciones algebraicas con Intervalos de Incertidumbre

Ejercicio:

Mediante procedimientos análogos a los utilizados para la *suma* (+) y la *resta* (-) de intervalos de incertidumbre, obtener los intervalos de incertidumbre para las operaciones *producto* (*) y *cociente* (/) de intervalos.

Dados:

$$\mathbf{a} = [a_m ; a_M] = (a_o \pm \Delta a)$$

$$\mathbf{b} = [b_m ; b_M] = (b_o \pm \Delta b)$$

Obtener:

$$\mathbf{c} = [a * b] = [c_m ; c_M] = [c_o \pm \Delta c]$$

$$\mathbf{c} = [a / b] = [c_m ; c_M] = [c_o \pm \Delta c]$$

Ayuda: para cualquier intervalo $X = [X_m ; X_M] = (X_o \pm \Delta X)$, se cumple :

$$\mathbf{X_M} = \mathbf{X_o} + \Delta \mathbf{X}$$

$$\mathbf{X_m} = \mathbf{X_o} - \Delta \mathbf{X} ;$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \Delta \mathbf{x} / \mathbf{X_o}$$

$$\mathbf{X_o} = \frac{1}{2} (\mathbf{X_M} + \mathbf{X_m})$$

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{1}{2} (\mathbf{X_M} - \mathbf{X_m})$$

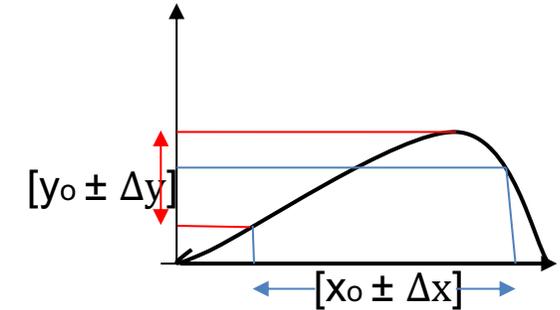
$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{a.b}) \cong \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{a}) + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{b}) \quad \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{a/b}) \cong \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{a}) + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{b})$$

utilizar estas expresiones



Álgebra de los intervalos de incertidumbre Propagación de la incertidumbre

Propagación de la incertidumbre en funciones



Dada una función $y = f(x)$ y el intervalo de incertidumbre de la variable independiente $\mathbf{x} = [x_0 \pm \Delta x]$

DEBEN identificarse $[y_m ; y_M]$ y luego calcular $[y_0 \pm \Delta y]$

Nótese que no necesariamente se corresponden los extremos de X con los de Y, ni es $y_0 = f(x_0)$

EXCEPCIONES:

- 1) $f(x)$ monótonamente creciente en el intervalo $[x_0 \pm \Delta x] \rightarrow y_m = f(x_m) ; y_M = f(x_M)$
- 2) $f(x)$ monótonamente decreciente en el intervalo $[x_0 \pm \Delta x] \rightarrow y_m = f(x_M) ; y_M = f(x_m)$
- 3) $f(x) = k =$ constante $\rightarrow y_m = y_M = y_0 = k ; \Delta y = 0$

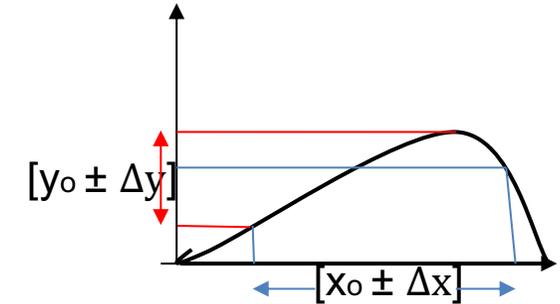
NOTA: si $k = [k_0 \pm \Delta k] \rightarrow y = [k_0 \pm \Delta k]$ (pero no depende de x)

- 4) $f(x) = a + b \cdot x =$ función lineal $\rightarrow y_0 = f(x_0) = a + b \cdot x_0 ; \Delta y = b \cdot \Delta x$ (puede demostrarse por semejanza de triángulos)



Álgebra de los intervalos de incertidumbre Propagación de la incertidumbre

Propagación de la incertidumbre en funciones



Dada una función $y = f(x)$ y el intervalo de incertidumbre de la variable independiente $\mathbf{x} = [x_0 \pm \Delta x]$
DEBEN identificarse $[y_m ; y_M]$ y luego calcular $[y_0 \pm \Delta y]$

APROXIMACIÓN:

Si $f(x)$ es monótonamente creciente o decreciente en el intervalo $[x_0 \pm \Delta x]$
con $f'(x_0) \neq 0$, y se cumple $\Delta x \ll x_0 \rightarrow$ es válida la siguiente **aproximación**:

$$y_0 \cong f(x_0)$$

$$\Delta y \cong |f'(x_0)| \cdot \Delta x$$



Actividad Práctica

Reconocimiento de instrumentos de medición diversos

Identificar: alcance, rango y resolución

Confeccionar una ficha técnica



FIN de la CLASE # 1
(por fin)

Hay preguntas?