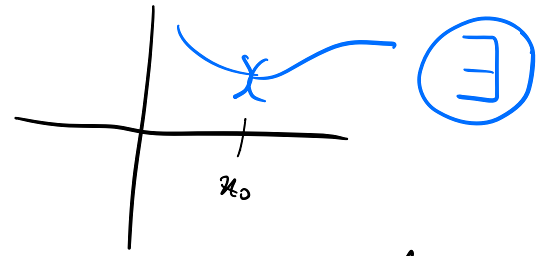
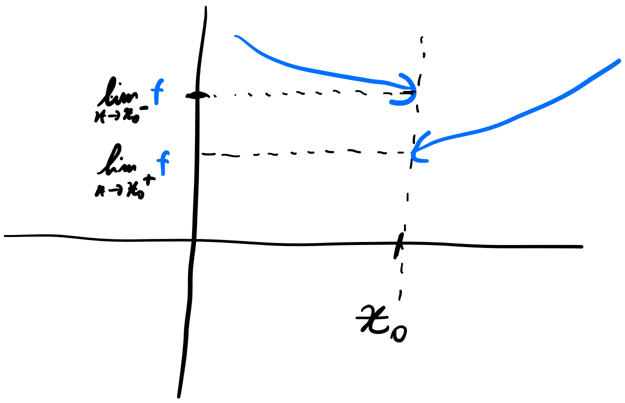


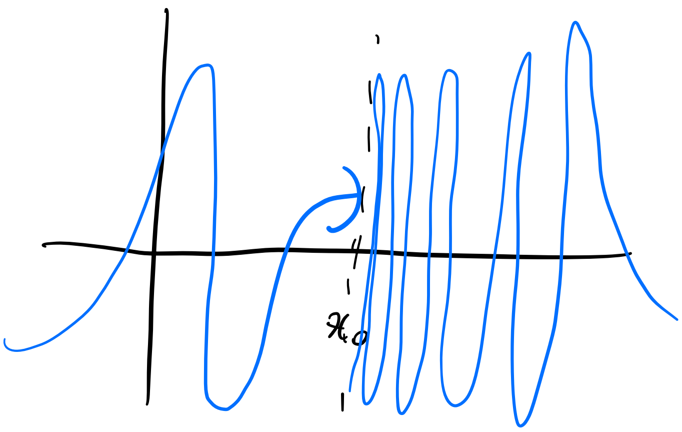
Proposición:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L \iff \lim_{x \to x_0^+} f(x) = \lim_{x \to x_0^-} f(x) = L$$



$\nexists \lim_{x \to x_0} f$ pero $\exists \lim_{x \to x_0^-} f$

$\exists \lim_{x \to x_0^+} f$



$\exists \lim_{x \to x_0^-} f$

$\nexists \lim_{x \to x_0^+} f$

INDETERMINACIONES

LÍMITE DE LA SUMA

$\lim_{x\to\square} g$ / $\lim_{x\to\square} f$	$L_2 \in \mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$
$L_1 \in \mathbb{R}$	$L_1 + L_2$	$+\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	INDETERMI-

$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	NACIÓN
$-\infty$	$-\infty$	INDETERMINACIÓN	$-\infty$

Ej:

$f(x) = x$ $\qquad \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$

$g(x) = -2x$ $\qquad \lim_{x \to +\infty} -2x = -\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} x + (-2x) = \lim_{x \to +\infty} -x = -\infty$$

$f(x) = 2x$ $\qquad \lim_{x \to +\infty} 2x = +\infty$

$g(x) = -x$ $\qquad \lim_{x \to +\infty} -x = -\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} 2x + (-x) = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$$

LÍMITE DE $f \cdot g$

$\lim_{x \to \square} f$ \ $\lim_{x \to \square} g$	$L_2 < 0$	$L_2 = 0$	$L_2 > 0$	$+\infty$	$-\infty$
$L_1 < 0$					
$L_1 = 0$				INDETERMINADO	INDETERMINADO
$L_1 > 0$					
$+\infty$		INDETERMINADO			
$-\infty$		INDETERMINADO			

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to +\infty} f(x) \cdot \frac{1}{g(x)}$$

EJERCICIO HACER LA TABLA DE LÍMITE DEL COCIENTE

Ejemplo:

$$f(x) \xrightarrow[x \to \square]{} +\infty \qquad g(x) \xrightarrow[x \to]{} +\infty$$

$$\frac{f(x)}{g(x)}$$ ES INDETERMINADO

EQUIVALENTES PARA RESOLVER INDETERMINACIONES

$\square$: $+\infty$, $-\infty$, x_0, x_0^+, x_0^-

Def: decimos que f y g son equivalentes en $\boxed{+\infty}$ si

$$\boxed{\lim_{x \to \boxed{+\infty}} \frac{f(x)}{g(x)} = 1}$$

"equivalente a"

Proposición: Si $f(x) \sim g(x)$ cuando $x \to \boxed{+\infty}$

Entonces $\exists \lim_{x \to \boxed{+\infty}} \left(f(x) h(x)\right) \Longleftrightarrow \exists \lim_{x \to \boxed{+\infty}} \left(g(x) \cdot h(x)\right)$

- Si los límites existen

$$\lim_{x \to \boxed{+\infty}} f(x) h(x) = \lim_{x \to \boxed{+\infty}} g(x) h(x)$$

Lo mismo vale para: $f \sim g$ cuando $x \to \boxed{+\infty}$

$$\lim_{x \to \boxed{+\infty}} \frac{h(x)}{f(x)} = \lim_{x \to \boxed{+\infty}} \frac{h(x)}{g(x)}$$

Ejemplo: $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

$P(x) \sim a_n x^n$ cuando $x \to \boxed{+\infty}$

Veamoslo:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{P(x)}{a_n x^n}\right) =$$

$$= \lim \left(\frac{a_n x^n}{\ } + \frac{a_{n-1} x^{n-1}}{\ } + \dots + \frac{a_1 x}{\ } + \frac{a_0}{\ }\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{a_{n-1}}{a_n x} + \frac{a_{n-2}}{a_n x^2} + \dots + \frac{a_1}{a_n x^{n-1}} + \frac{a_0}{a_n x^n} \right)$$

$\to 0$ $\to 0$ $\to 0$ $\to 0$

$$= 1$$

Entonces $P(x) \sim a_n x^n$ cuando $x \to \boxed{+\infty}$

Proposición $f \sim g$ cuando $x \to \boxed{+\infty}$

Entonces $f^{\alpha} \sim g^{\alpha}$ cuando $x \to \boxed{+\infty}$

$(\alpha \in \mathbb{R})$

Dem:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)^{\alpha}}{g(x)^{\alpha}} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)^{\alpha} = 1$$

$\xrightarrow{x \to +\infty} 1$

Ejemplo:

$$\lim \frac{x\sqrt{2x}}{4\sqrt{}}$$

$\to +\infty$

INDETERMINACIÓN $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt[4]{x^6+7x} \to +\infty$$

$x^6+7x \sim x^6$ cuando $x\to+\infty$

$$\boxed{(x^6+7x)^{\frac{1}{4}}} \sim (x^6)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{6}{4}} = \boxed{x^{\frac{3}{2}}}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2x}}{\underbrace{(x^6+7x)^{\frac{1}{4}}}_{\sim x^{\frac{3}{2}}}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{2x}}{x^{3/2}} =$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{2}\,\cancel{x^{3/2}}}{\cancel{x^{3/2}}} = \sqrt{2}$$

Órdenes de infinitos

Si $\lim_{x\to \boxed{+\infty}} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to \boxed{+\infty}} g(x) = +\infty$

decimos que f es un un infinito de mayor orden que g en $\boxed{+\infty}$ si

$$\lim_{x\to \boxed{+\infty}} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty \iff \lim_{x\to \boxed{+\infty}} \frac{g(x)}{f(x)} = 0^+$$

y lo anotamos $\operatorname{ord}(g) < \operatorname{ord}(f)$ en $\boxed{+\infty}$

Ejemplo: $\operatorname{ord}(x^m) < \operatorname{ord}(x^n)$ en $\boxed{+\infty}$

si $0 < m < n$.

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{x^n}{x^m} = \lim_{x\to+\infty} x^{\overbrace{(n-m)}^{>0}} = +\infty$$

Vamos a ver

$\boxed{\operatorname{ord}(\log(x)) < \operatorname{ord}(x^\alpha)} < \operatorname{ord}(e^x)$ en $\boxed{+\infty}$

$(\alpha > 0)$

Primero vamos a ver que si $(\alpha > 1)$

$\operatorname{ord}(\log(x)) < \operatorname{ord}(x^\alpha)$ si $x \to +\infty$