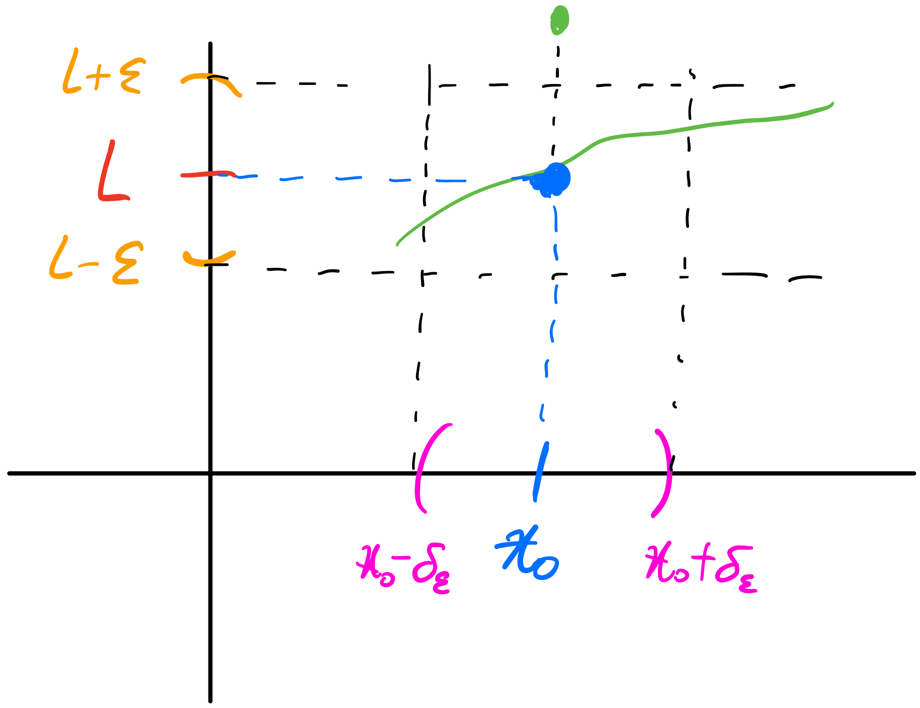
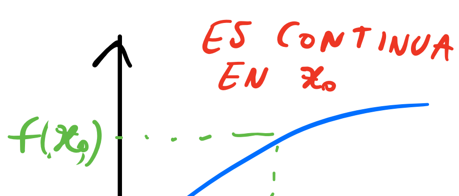
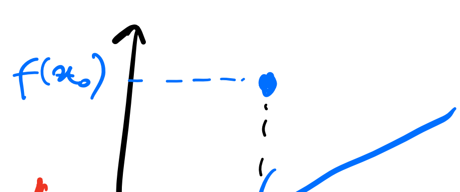


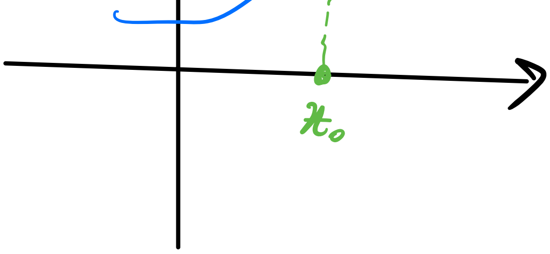
El hecho de que exista el límite en x_0 es independiente del valor de la función en x_0 de hecho, para que exista el límite de f en x_0, ni siquiera tiene porqué estar definida en x_0.

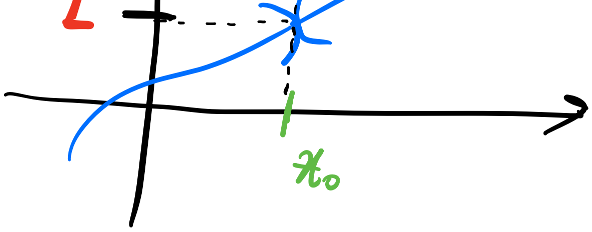
Def: decimos que una función $f: I \longrightarrow \mathbb{R}$ es continua en $x_0 \in I$, si

$$\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = L \quad y \quad f(x_0) = L$$





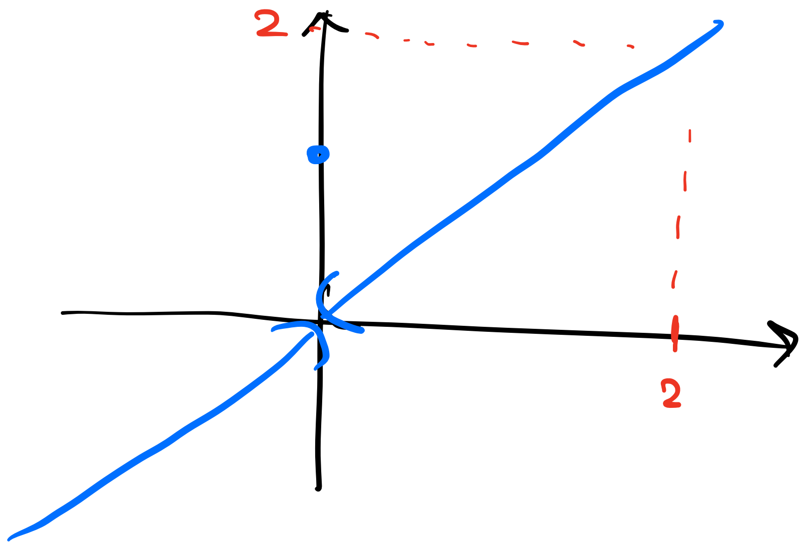




$$\left.\begin{array}{l}\text{EXISTE } \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \\ \text{PERO es DISTINTO} \\ \text{DE } f(x_0)\end{array}\right\} \Longrightarrow f \text{ NO ES CONTINUA EN } x_0$$

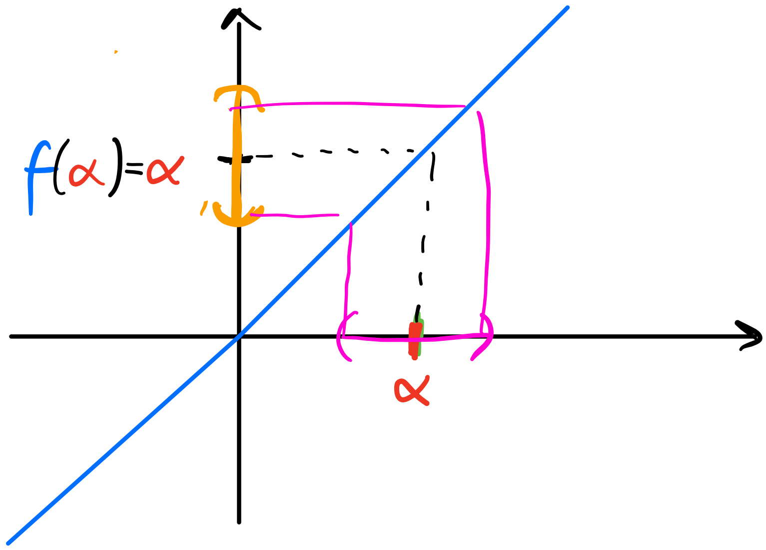
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

f



Def: Decimos que $f: I \longrightarrow \mathbb{R}$ es continua si es continua en x_0 $\forall x_0 \in I$

Ejemplos: $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ / $f(x) = x$



Veamos que f es continua en $x_0 = 1$

Tenemos que ver que $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = f(\alpha) = \alpha$

Para ver que $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = \alpha$, tenemos que ver que:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta_\varepsilon > 0 \ / \ f(x) \in E(\alpha, \varepsilon) \ \forall x \in E^*(\alpha, \delta_\varepsilon)$$

Si definimos $\delta_\varepsilon := \varepsilon$, entonces, se cumple que:

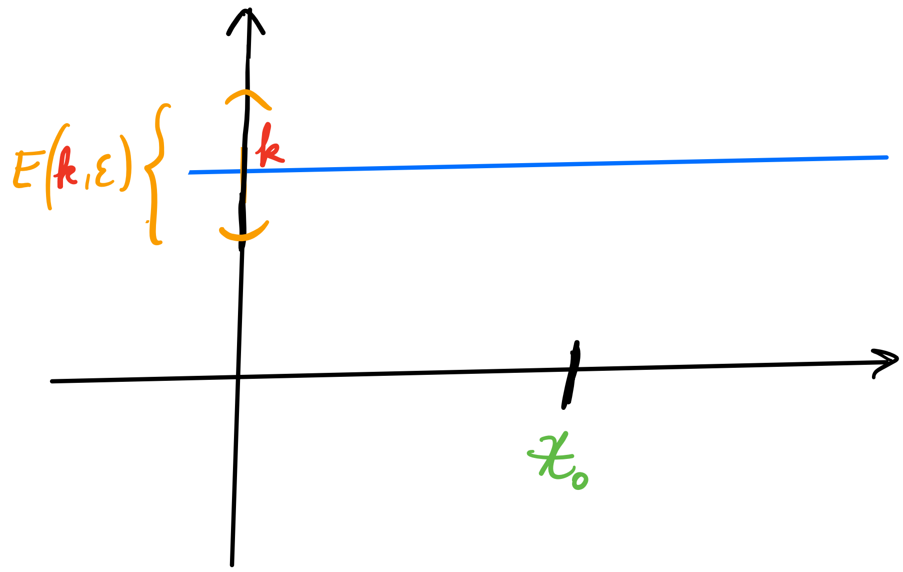
$$\text{Si } \boxed{x \in E^*(\alpha, \underbrace{\varepsilon}_{= \delta_\varepsilon}) \Rightarrow f(x) = x \in E(\alpha, \varepsilon)}$$

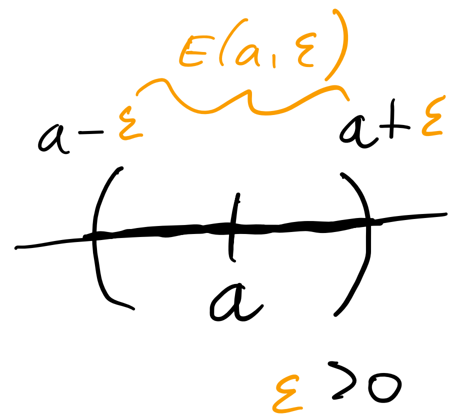
Entonces, $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = \alpha = f(\alpha)$;

Por lo que concluimos que f es continua en α. Como α es genérico;

concluimos que f es continua.

Ejemplo: $f(x) = k$ (constante)





Queremos ver que f es continua en x_0.

Verifiquemos que $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) = k$

En este caso, cualquier δ sirve:

Dado $\varepsilon > 0$, podemos definir $\delta_\varepsilon = 10$; y

se va a cumplir que $f(x) \in E(k, \varepsilon)$
$\forall x \in E^*(x_0, 10)$

Entonces f es continua en x_0; como x_0

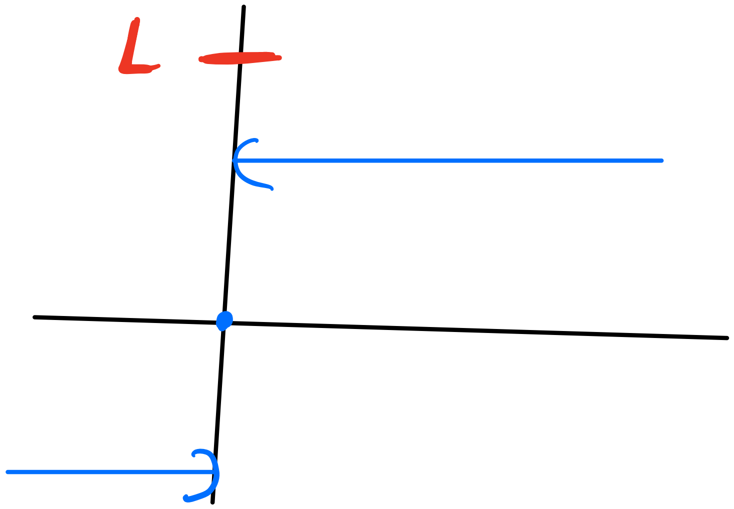
es cualquier punto de $\mathbb{R}$; concluimos que

f es continua en x $\forall x \in \mathbb{R}$;

es decir f es continua

Veamos un Ejemplo de una función que

Veamos un ejemplo de una función que no es continua en un punto.



$$sg(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

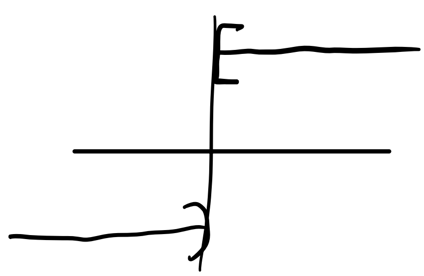
sg es continua en x_0 $\forall x_0 \neq 0$

Veamos que $\cancel{\exists} \lim_{x \to 0} sg(x)$

NO EXISTE

Veamos primero, que ningún $L \neq 1$ puede ser límite de sg en 0.

Recordamos la def de límite

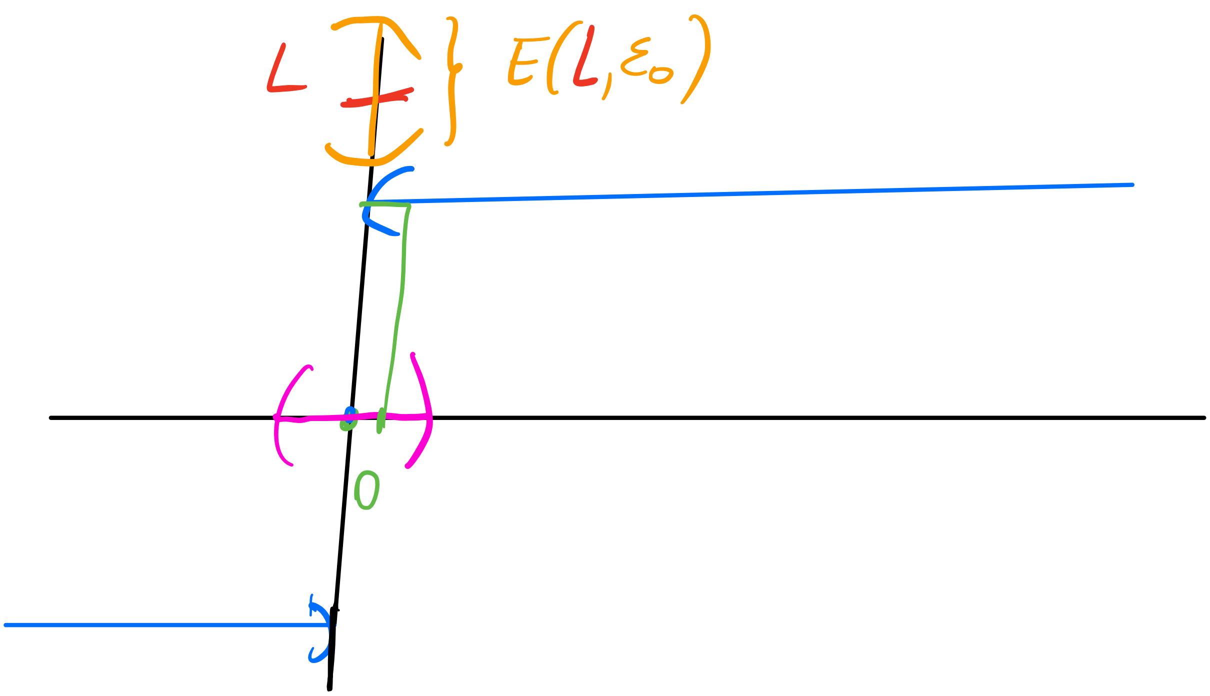


$\lim_{x \to 0} sg(x) = L$ si:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta_\varepsilon > 0 \ / \ sg(x) \in E(L, \varepsilon) \ \forall x \in E^*(0, \delta_\varepsilon)$$

Si (*) no se cumple:

$$\exists\, \varepsilon_0 > 0 \,/\, \forall \delta > 0,\ \exists x \in E^*(0,\delta) \,/\, g(x) \notin E(L,\varepsilon)$$



VER **VIDEO 19** de LA VERSIÓN 2022 EN OPENFING DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN UNA VARIABLE ENTRE 1:09:00 Y 1:39:00