

ENTREGA 1

DCP 2024

Un campo experimental está comprobando el rendimiento de una especie nueva de trébol. La cantidad de biomasa que puede rendir el campo puede expresarse a través de un modelo poblacional sencillo, que indica que el crecimiento de la población es proporcional al número de individuos, pero está limitado por los recursos disponibles, que son finitos:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha P \left(1 - \frac{P}{P_m}\right)$$

Donde α es la tasa neta de crecimiento de las plantas y P_m la cantidad máxima de plantas posible en el territorio ocupado por esa población. A su vez, $\alpha = \alpha_n - \alpha_d$ donde α_n es la tasa de crecimiento y α_d la de muerte de las plantas.

La tasa de crecimiento depende del estado nutricional del suelo que se cuantificará con un factor γ que puede variar entre 0 y 1. Se sabe que $\alpha_n = 0.16e^{-\gamma}$, en d^{-1} .

La tasa de muerte (en d^{-1}) es función de la presencia de un parásito Q según la expresión

$$\alpha_d = 0.01 + 0.2 \frac{Q}{Q_m}$$

Siendo Q la cantidad de parásitos y Q_m la cantidad máxima de parásitos por metro cuadrado. A su vez el parásito también sigue una dinámica poblacional

$$\frac{dQ}{dt} = \beta Q \left(1 - \frac{Q}{Q_m}\right)$$

Siendo la tasa de crecimiento neta $\beta = \beta_n - \beta_d$; la tasa de crecimiento es proporcional a la cantidad de trébol $\beta_n = \beta_0 \frac{P}{P_m}$, con $\beta_0 = 0.09 d^{-1}$; y la tasa de decaimiento (en d^{-1}) depende de la concentración de un insecticida I (en unidades por metro cuadrado) de la siguiente manera: $\beta_d = 0.026 + 0.015 \frac{I}{Q_m}$

Más allá de su acción insecticida este producto deteriora la calidad del suelo afectando al parámetro γ de la siguiente manera: $\gamma = 1 - I/228$. La actividad del insecticida decae en el tiempo según $I = I_0 \exp(-0.00008 t)$

Estudios preliminares han determinado que $P_m = 500$ plantas por metro cuadrado y $Q_m = 230$ parásitos por metro cuadrado.

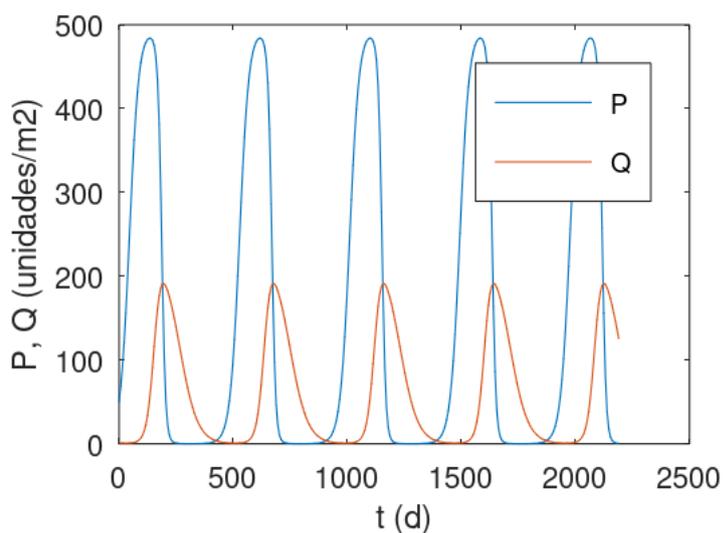
- i) Indique cuáles considera variables de estado, variables de entrada, variables de salida y parámetros
- ii) Sobre un horizonte de 6 años grafique como será la evolución de P y Q en el tiempo si se parte de 50 plantas y 1 parásito por metro cuadrado, sin aplicar insecticida.
- iii) Realice el diagrama de fase.
- iv) Repita la parte ii) con una dosis de insecticida de 180 unidades por metro cuadrado.
- v) Como alternativa al uso de insecticida se ha propuesto irradiar el terreno, con lo cual se genera una mutación en el insecto que reduce a la tercera parte la tasa de crecimiento β_0 . Verifique los resultados graficando nuevamente las variables.

RESOLUCIÓN

- i. Variables de estado y salida: P, Q (ver a continuación)
Variables de entrada: podría considerarse I como variable de entrada, pero también esta variable podría ser una variable de estado del sistema si se incluyera al “suelo” dentro del sistema y no solo el trébol y los parásitos.
Parámetros: P_m , Q_m y valores de constantes numéricas.

ii.

```
1 % Entrega 1 2024
2
3 Pm = 500;
4 Qm = 230;
5
6 function dx_dt = trebol(x,t,Pm,Qm,b0,I0)
7     P = x(1); Q = x(2);
8     c = 1-I0*exp(-0.00008*t)/228;
9     an = 0.16*exp(-c);
10    ad = 0.01 + 0.2*Q/Qm;
11    bn = b0*P/Pm;
12    bd = 0.026 + 0.15*I/Pm;
13    a = an - ad;
14    b = bn - bd;
15
16    dP_dt = a*P*(1 - P/Pm);
17    dQ_dt = b*Q*(1 - Q/Qm);
18    dx_dt = [dP_dt dQ_dt];
19 endfunction
20
21 P0 = 50;
22 Q0 = 1;
23 x0 = [P0 Q0];
24 t = linspace(0,365*6,300);
25 x = lsode(@(x,t) trebol(x,t,Pm,Qm,0.09,0),x0,t);
26
27 figure(1)
28 plot(t,x)
29 xlabel('t (d)');ylabel('P, Q (unidades/m2)');legend('P','Q')
30
```

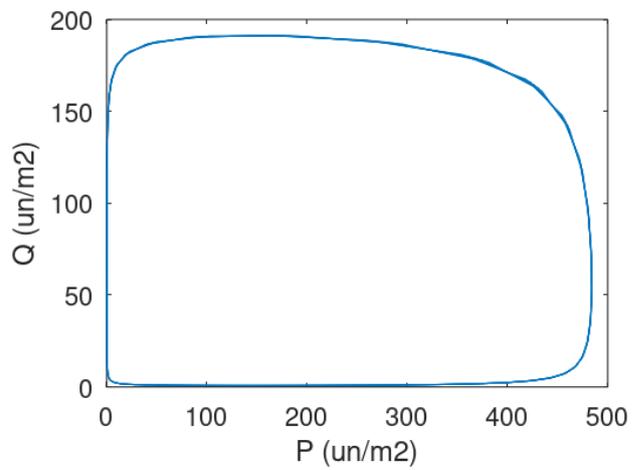


iii.

```

31 figure(2)
32 plot(x(:,1),x(:,2))
33 xlabel('P (un/m2)');ylabel('Q (un/m2)')
34

```

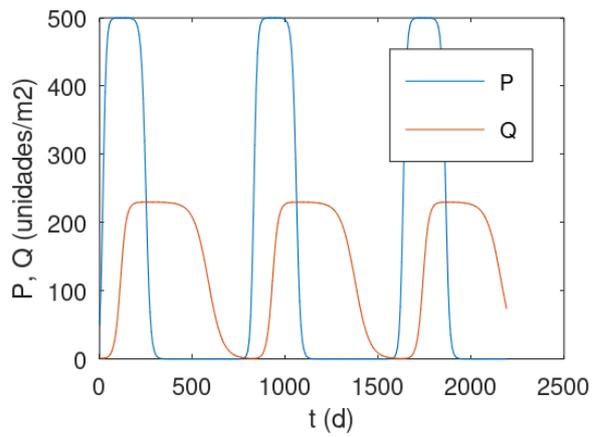


iv.

```

34
35 x = lsode(@(x,t) trebol(x,t,Pm,Qm,0.09,180),x0,t);
36 figure(3)
37 plot(t,x)
38 xlabel('t (d)');ylabel('P, Q (unidades/m2)');legend('P','Q')
39

```



v.

```
40 x = lsode(@(x,t) trebol(x,t,Pm,Qm,0.03,0),x0,t);
41 figure(4)
42 plot(t,x)
43 xlabel('t (d)');ylabel('P, Q (unidades/m2)');legend('P','Q')
```

