# Ecuaciones dif en $\mathbb{R}^n$ (de orden 1)

- En $\mathbb{R}$ : $\dot{x} = F(t,x)$
- En $\mathbb{R}^2$ : $(\dot{x},\dot{y}) = F(t,x,y) = (F_1(t,x,y), F_2(t,x,y)) \longrightarrow \begin{cases} \dot{x} = F_1(t,x,y) \\ \dot{y} = F_2(t,x,y) \end{cases}$

  ↳ Por ejemplo $(\dot{x},\dot{y}) = (x, y+x)$

¿Por qué me interesa esto?

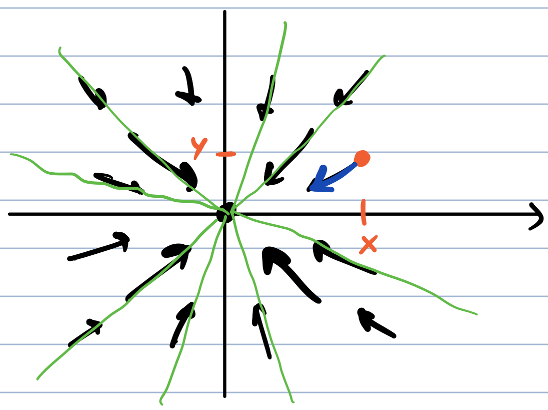
- Puedo estudiar ecuaciones dif de orden $n$ en $\mathbb{R}$ como ecuaciones dif de orden 1 en $\mathbb{R}^n$

  ejemplo: $x'' + 3x' + 2x^2 = 1$

  Considerando nueva variable $y$, puedo estudiar el sistema

  $$\begin{cases} x' = y \\ y' + 3y + 2x^2 = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x' = y \\ y' = 3y + 2x^2 - 1 \end{cases}$$

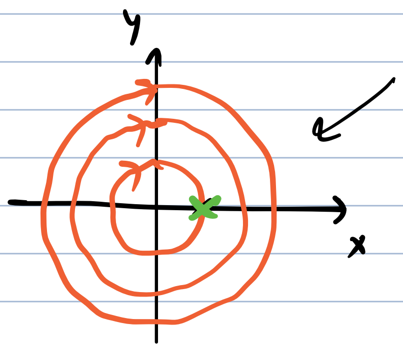
- Aparecen naturalmente en física.

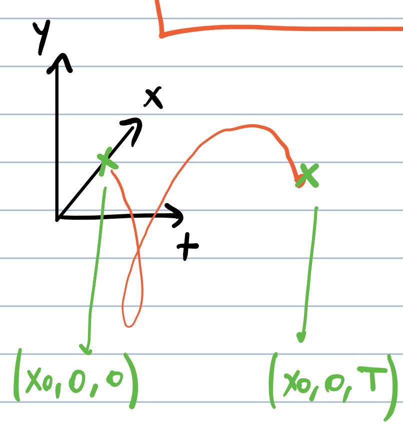



$(\dot{x},\dot{y}) = \swarrow = (-,-)$

$(x(t), y(t)) = \alpha(t)$ soluciones son curvas en el plano

→ Vamos a considerar ecuaciones autónomas $\boxed{(\dot{x},\dot{y}) = (F_1(x,y), F_2(x,y))}$

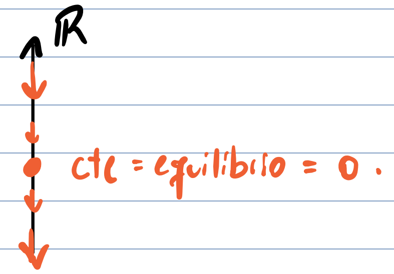


Diagramas de fase : Esbozo de algunas flechas (vectores) que indiquen la velocidad de las soluciones en el plano.

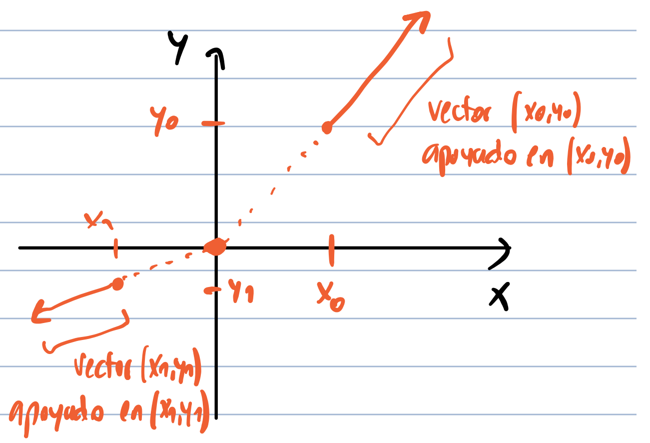
Pract 3 , ej 1 (diagrama de fase en $\mathbb{R}$)

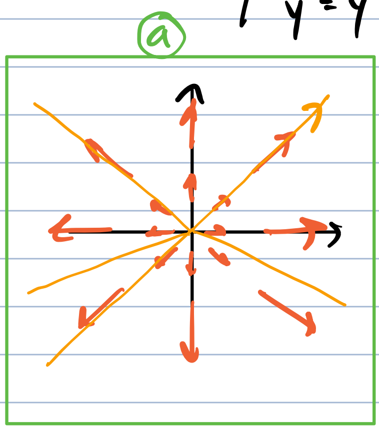
b) $\dot{y} = -y^2$




ej 3 (diagrama de fase en $\mathbb{R}^2$)

a) $\begin{cases} \dot{x} = x \\ \dot{y} = y \end{cases}$ $(\dot{x}, \dot{y}) = (x, y)$

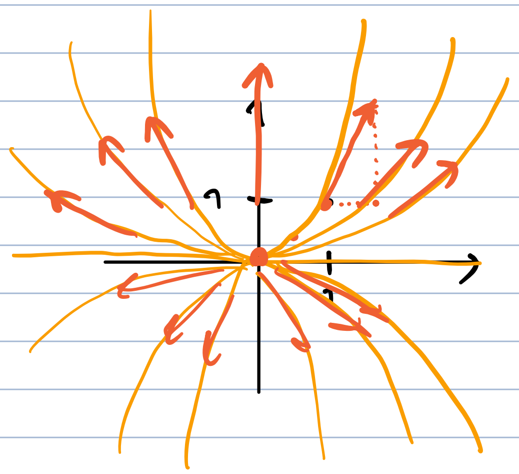



más completo

en amarillo las trayectorias

b) $\begin{cases} \dot{x} = x \\ \dot{y} = 2y \end{cases}$ $(\dot{x}, \dot{y}) = (x, 2y)$




- Si quisiéramos resolver a y b , podemos :

a) $\begin{cases} \dot{x} = x \\ \dot{y} = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(t) = x_0 e^t. \\ y(t) = y_0 e^t \end{cases}$

$\alpha(t) = (\underbrace{x_0 e^t}_{x}, \underbrace{y_0 e^t}_{y})$ parametriza la recta $\frac{y(t)}{y_0} . x_0 = x(t)$

$\left[ y = x . \left( \frac{y_0}{x_0} \right) \right]$ → representado en amarillo

b) $\begin{cases} \dot{x} = x \\ \dot{y} = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(t) = x_0 e^{t} \\ y(t) = y_0 e^{2t} \end{cases}$

$$\alpha(t) = (\underbrace{x_0 e^{t}}_{x}, \underbrace{y_0 e^{2t}}_{y})$$

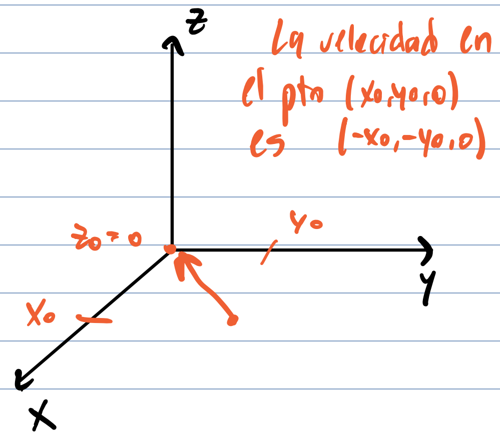
$$\left(\frac{x(t)}{x_0}\right)^2 \cdot y_0 = y(t)$$

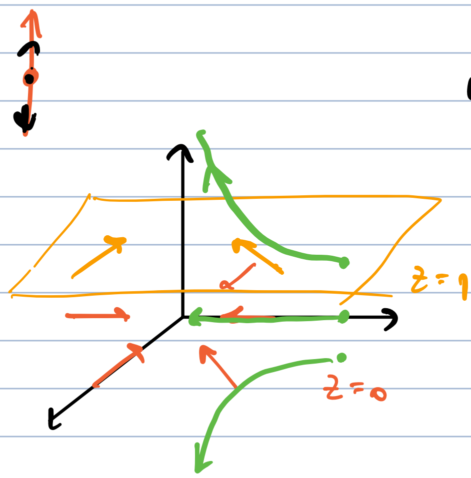
$$\rightarrow \left[ y = \frac{y_0}{x_0^2} \cdot x^2 \right] \rightarrow \text{en amarillo}$$

$$x(t) = x_0 e^{t}$$

$$\frac{x(t)}{x_0} = e^{t} \rightarrow t = \log\left(\frac{x(t)}{x(0)}\right)$$

Ej 3, f) $\begin{cases} \dot{x} = -x \\ \dot{y} = -y \\ \dot{z} = z \end{cases}$ Soluc $\alpha(t) = (x_0 e^{-t}, y_0 e^{-t}, z_0 e^{t})$




Observar que las comp de velocidad en x y en y no dependen de z.

las flechas acá salen del plano z=1

Ej3, inciso inventado $\begin{cases} \dot{x} = -x \\ \dot{y} = 2y \end{cases}$