Ejercicio 6 : $\boxed{\dot{x} + ax = bx^n}$

Sugerencia : Considerar $z = x^{1-n}$

$z = x^{1-n}$

$$\frac{\dot{x}}{x^n} + \frac{ax}{x^n} = b \rightarrow \underbrace{x' \cdot x^{-n}} + a\overbrace{x^{-n+1}}^{z} = b$$

• Si $z = x^{-n+1} \longrightarrow z' = (-n+1)\underbrace{x^{-n} \cdot x'} \Rightarrow \frac{z'}{1-n} = x'x^{-n}$

Sustituyendo la ecuación queda $\boxed{z' \cdot \left(\frac{1}{1-n}\right) + az = b}$

El resto del ejercicio se reduce a resolver lineales de primer orden.

Ejercicio 2 : a) $\dot{x} = tx^{1/2} \rightarrow \dot{x}x^{-1/2} = t \longrightarrow \frac{-1}{2}x^{1/2} = t^2 + c$

$x = [(t^2+c)-2]^2$

$$\left[\int \overline{x'(t)} \cdot \overline{x^{-1/2}(t)}\, \overline{dt} = \int x^{-1/2} dx\right]$$

Ejercicio 7 : $* \quad \boxed{\dot{x} = p + q \cdot x + rx^2}$

a) · Supongamos que conozco $x_1(t)$ una solución particular de $*$
· Sea $x(t)$ otra solución.

$$(x - x_1)' = x' - x_1' = \cancel{p} + qx + rx^2 - \cancel{p} - qx_1 - rx_1^2$$

$$= q(x-x_1) + r(x-x_1)^2 + 2rxx_1 - 2rx_1^2$$

$$= q(x-x_1) + r(x-x_1)^2 + 2rx_1(x-x_1)$$

Si llamo $u = x - x_1$ tengo que u verifica

$$u' = qu + ru^2 + 2rx_1u = u(q + 2rx_1) + ru^2$$

Esta es una ecuación de Bernoulli (ejercicio 6)

En limpio, • Si conozco x_1 soluc part
• Si resuelvo u de la ecuación de Bernoulli } obtengo soluc gral de *

$$\boxed{x(t) = x_1(t) + u(t)}$$

Soluc gral de Ricatti — Soluc part de Ricatti — soluc gral de la ec de Bernoulli $\left[u' = u(q + r\,2x_1) - r u^2\right]$

[Paso 1 : Encontrar x_1 particular
Paso 2 : Encontrar u solución de Bernoulli (con cambio var $z = u^{1-n}$)
Paso 3 : La soluc gral es $x_1 + u = x$

Proximamente :

$x'' = F(t, x, x')$ ec dif de orden 2.

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = F(t, x, v) \end{cases}$$

$$(\dot{x}, \dot{v}) = (\sim, \sim) = A(x, v)$$