Ecuaciones diferenciales.

↳ Leibnitz : derivadas.

↳ Es un mecanismo formal para modelar leyes de evolución de un sistema.

Ejemplos que ya manejan : Mecánica clásica → 2^{da} Ley de Newton $(F_n = m\,a)$

$$\left.\begin{array}{ll} x(t) & \text{posición partícula} \\ x'(t) & \text{velocidad} \\ x''(t) & \text{aceleración} \end{array}\right\} \quad 2^{da} \text{ ley de Newton} \quad F_n = m.\ddot{x}$$

- **Ejemplo 1**: Caída libre :

$\downarrow m\cdot g$

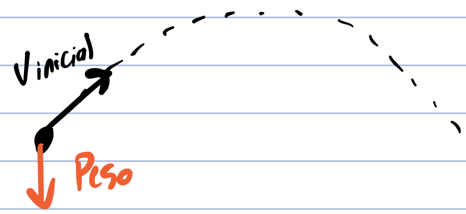
$$\left.\begin{array}{c} F_n = m.\ddot{x} \\ \parallel \\ -mg \end{array}\right\} \quad \ddot{x} = -g.$$

$$x''(t) = cte = g$$

$$x'(t) = gt + c \rightarrow x'(0) = c = V_0$$

$$\rightarrow x(t) = g\frac{t^2}{2} + ct + d \rightarrow x(0) = d = x_0$$

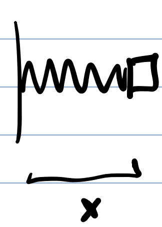
- **Ejemplo 2** : mov. proyectil.



$$(F_1, F_2) = m(x_1''(t), x_2''(t))$$

$$(0, -mg) = m(x_1'', x_2'') \longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1'' = 0 \\ x_2'' = -mg. \end{array}\right.$$

- **Ejemplo 3** : Sistema masa resorte :



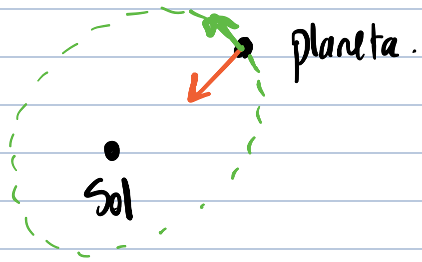
$-kx$ → fuerza elástica

$$F_n = m.a$$

$$\downarrow$$

$$-kx = m.\ddot{x} \longrightarrow m\ddot{x} + kx = 0. \rightarrow \text{ecuaciones lineales.}$$

- **Ejemplo 4** : Problema de Kepler. $(\ddot{x}_1, \ddot{x}_2) = -\frac{(x_1, x_2)}{\|x_1, x_2\|^3}$



- Esta ecuación diferencial no admite una escritura de solución con fórmulas elementales

Con estudios cualitativos se da mucha información de las soluciones.

- **Ejemplo 5** : Problema de tres cuerpos.

Este problema no solo no tiene solución con fórmulas elementales, y además con estudios cualitativos se prueba que es un sistema caótico.

Nos vamos a centrar en el estudio cualitativo (Decir cosas sobre las soluciones sin hallarla).

Pract 1

$x'(t) = F(t, x(t))$

- Ley de evolución
- campo de derivadas.

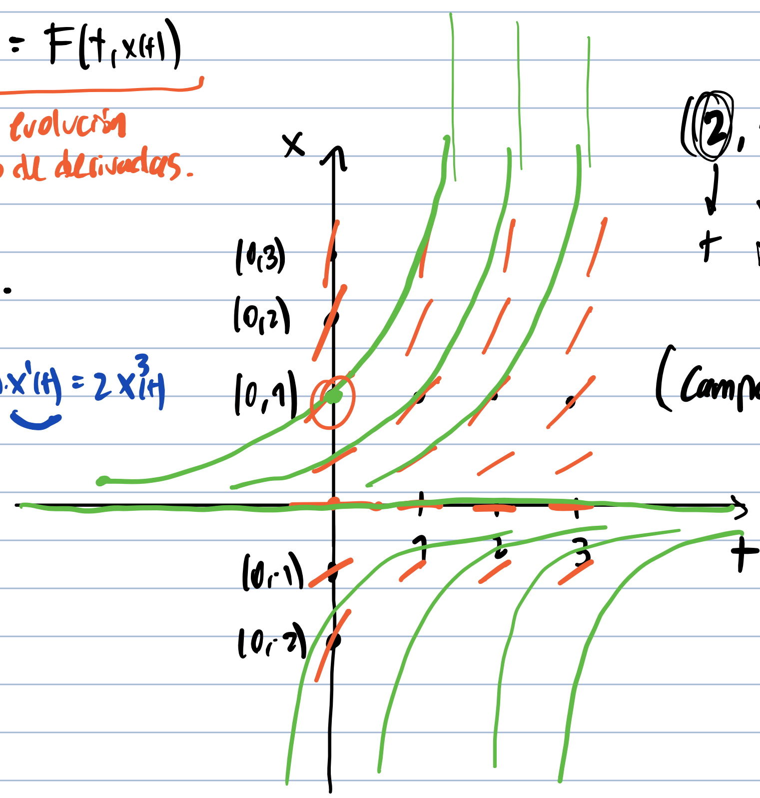
Ejercicio 1

b) $\dot{x} = x^2$.

$\ddot{x}(t) = 2x(t)\cdot x'(t) = 2x^3(t)$

$((2), 1) \xrightarrow{\text{Pendiente}} 1$

$t \quad x$



(Campo de pendientes)

$x(t) = 0$ solución cte.

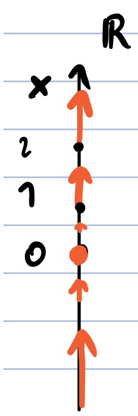
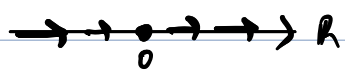


diagrama de fase.



Ahora la resolvemos :

b) $\dfrac{x'(t)}{x^2(t)} = 1 \xrightarrow{\text{integro}} \displaystyle\int \frac{1}{x^2(t)} x'(t)\,dt = \int 1\,dt$ *

Obtengo $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,dx = t + c \rightarrow \frac{-1}{x(t)} = t+c \rightarrow \boxed{x(t) = -\frac{1}{t+c}.}$

* $\displaystyle\int_{t_0}^{t} \frac{1}{x^2(s)} x'(s)\,ds \rightarrow \int_{x(t_0)}^{x(t)} \frac{1}{x^2}\,dx$

$f(t) = -\frac{1}{t}$

Observar que los intervalos maximales de las soluciones no son todo $\mathbb{R}$, de hecho son de la forma $(-\infty, a)$ o $(a, +\infty)$.