Cartografía Matemática

1480

TCI13

Roberto Pérez Rodino - rodino@fing.edu.uy
Esteban Striewe - estriewe@fing.edu.uy

Año 2024

Cartografía Matemática

Aspectos prácticos del curso:

Roberto Pérez Rodino - rodino@fing.edu.uy
Esteban Striewe - estriewe@fing.edu.uy

Año 2024

Cartografía Matemática

Aspectos prácticos del curso:

Clases teóricas: 1 vez por semana, asistencia libre.

Instancias prácticas: Se irán coordinando. Comienzan luego de que avancemos algunas clases con el teórico. Asistencia obligatoria. Habrá prácticas de cálculo y prácticas de campo.

Entregas: Se deberá realizar un breve informe luego de las instancias prácticas, individual o grupal según el caso.

Evaluación: No hay pruebas parciales. Examen obligatorio.

Roberto Pérez Rodino - rodino@fing.edu.uy
Esteban Striewe - estriewe@fing.edu.uy

Año 2024

Definición de Cartografía

Cartografía es la ciencia que estudia la representación plana del total de la superficie curva de la Tierra o parte de ella.

Ing. D'Alvia, Luis Antonio, **Cartografía Matemática**
Centro Argentino de Cartografía

Un poco de historia

La cartografía surge en tiempos remotos como una necesidad de la humanidad de representar el entorno físico donde se asienta.

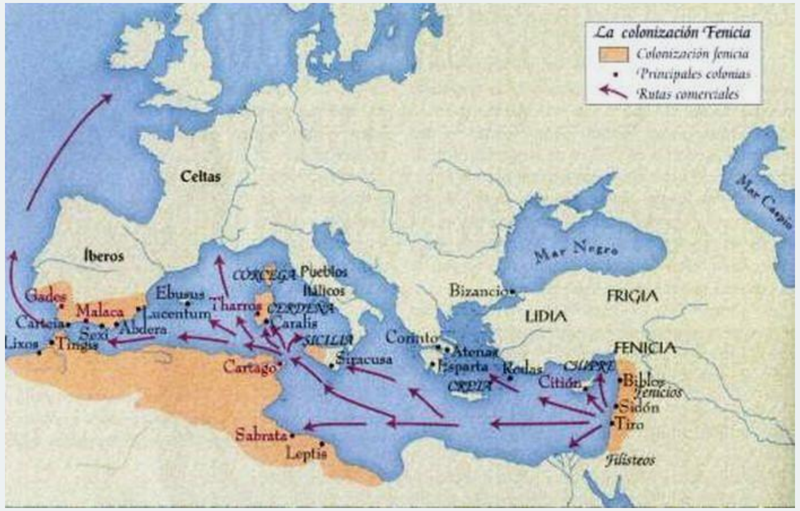
Un poco de historia

La cartografía surge en tiempos remotos como una necesidad de la humanidad de representar el entorno físico donde se asienta.

Y de esa manera poder registrar y transmitir a los demás la ubicación y las rutas hacia, entre otras cosas, los recursos naturales.

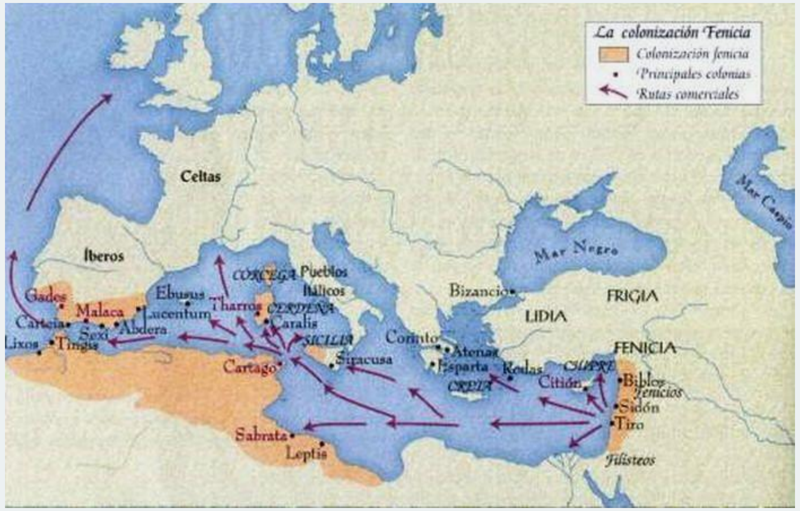
Un poco de historia

Con el tiempo, crecen las civilizaciones y junto con ellas la necesidad de navegar, para lo que la representación cartográfica se hace esencial.



Un poco de historia

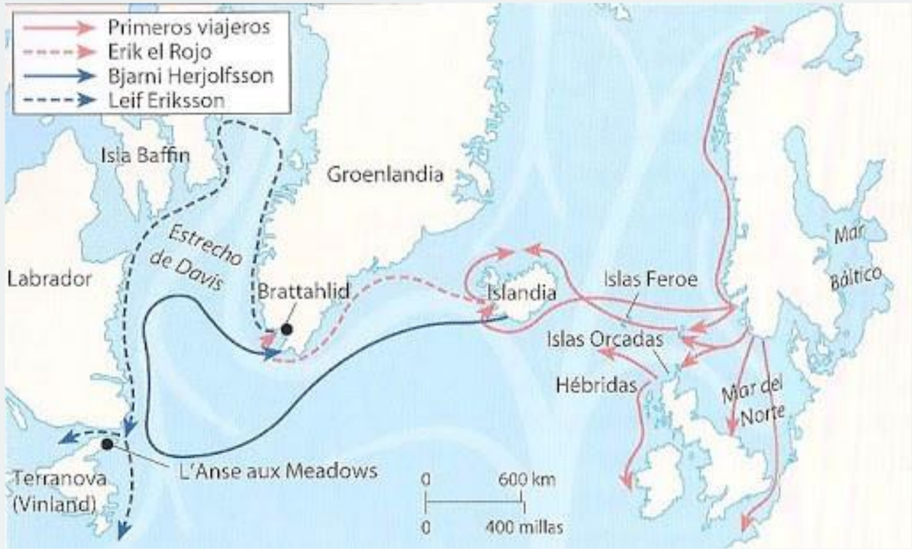
Con el tiempo, crecen las civilizaciones y junto con ellas la necesidad de navegar, para lo que la representación cartográfica se hace esencial.



Inicialmente, la navegación se realizaba teniendo tierra a la vista; tal es el caso de los Fenicios siglos antes de Cristo, que llegaron a dominar el comercio en el mar Mediterráneo.

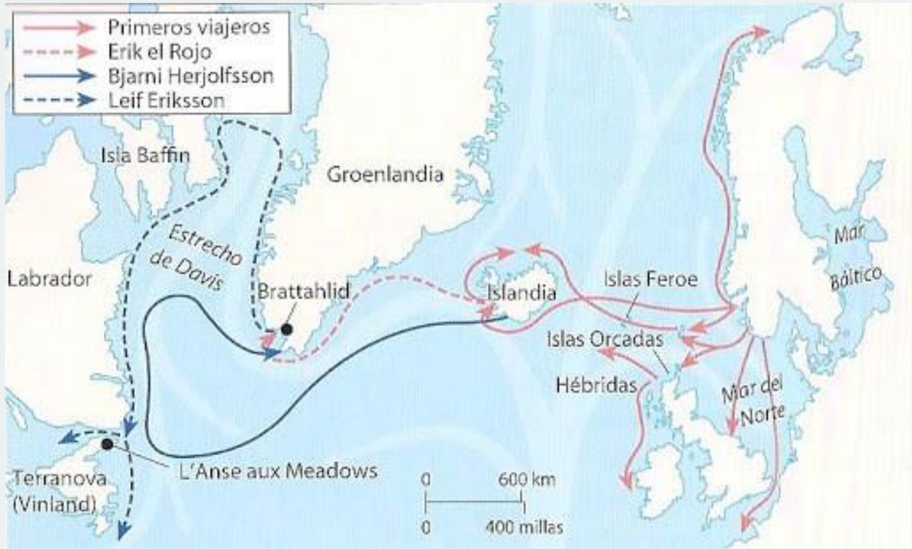
Un poco de historia

Existen evidencias arqueológicas en la Isla de Terranova y la Península del Labrador en América del Norte, de que ya en el siglo X los Vikingos cruzaron el Océano Atlántico.



Un poco de historia

Existen evidencias arqueológicas en la Isla de Terranova y la Península del Labrador en América del Norte, de que ya en el siglo X los Vikingos cruzaron el Océano Atlántico.



En ese entonces, la navegación se hacía por latitud. Sabían que la altura de la estrella Polar indicaba la latitud del lugar. Así, sabiendo la latitud del puerto de partida y la del destino, podían tanto regresar al punto de partida como volver a ubicar el lugar conquistado. Lo que era una incógnita era la longitud, o la distancia recorrida en sentido este-oeste.

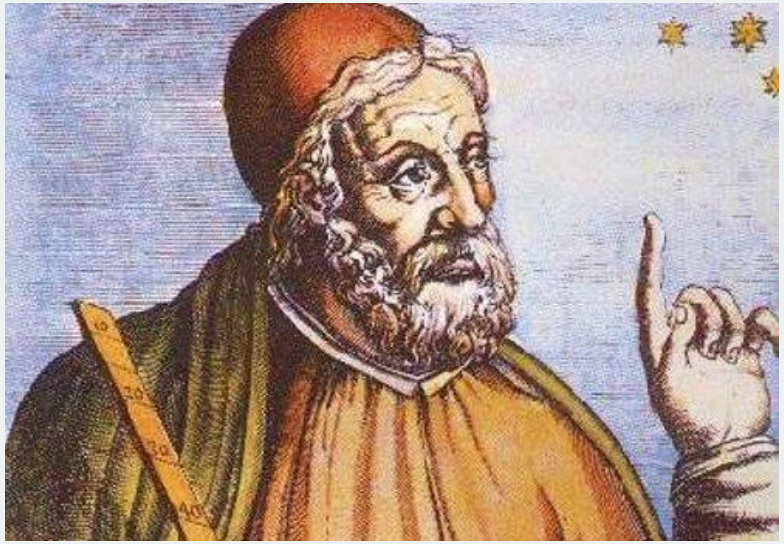
Un poco de historia

A finales del siglo XV se perfeccionan los cronómetros portátiles, que permiten a los navegantes saber su desplazamiento en longitud.

Un poco de historia

A finales del siglo XV se perfeccionan los cronómetros portátiles, que permiten a los navegantes saber su desplazamiento en longitud.

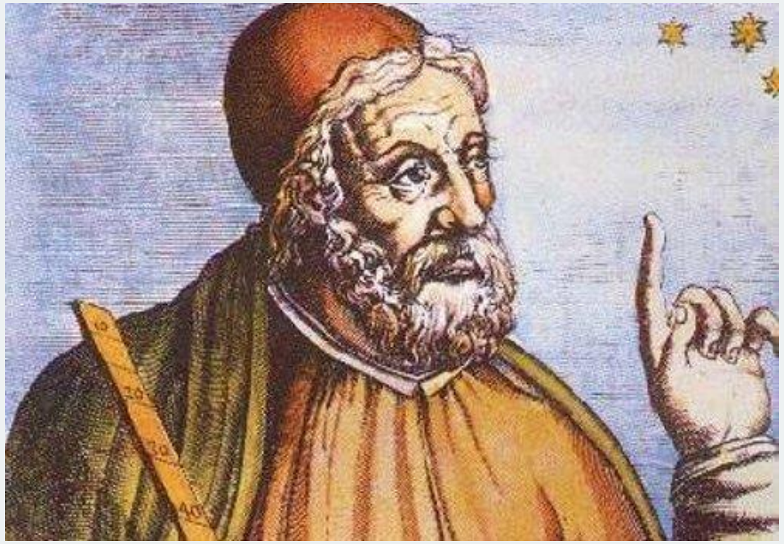
Para ello es necesario conocer las efemérides de determinados acontecimientos astronómicos en el puerto de partida, y determinar a qué hora se producen en el lugar de destino.



Un poco de historia

A finales del siglo XV se perfeccionan los cronómetros portátiles, que permiten a los navegantes saber su desplazamiento en longitud.

Para ello es necesario conocer las efemérides de determinados acontecimientos astronómicos en el puerto de partida, y determinar a qué hora se producen en el lugar de destino.



Por ejemplo, si sabemos que la culminación superior de Sirio en cierta fecha del año, se produce en Barcelona a la una de la madrugada, y al observar dicha culminación desde otro lugar, ésta se produce a las cuatro de la madrugada, hora de Barcelona, el fenómeno observado se ha retrasado en tres horas, lo que significa que el nuevo lugar de observación se encuentra a tres horas de longitud hacia el oeste respecto de Barcelona.

Un poco de historia

En 1569, se publica la proyección Mercator.

Su creador: Gerardo Kramer.

Un poco de historia

En 1569, se publica la proyección Mercator.

Su creador: Gerardo Kramer.

Conociendo la posición del origen y la del destino, con esta proyección se podía calcular el rumbo a seguir fácilmente.

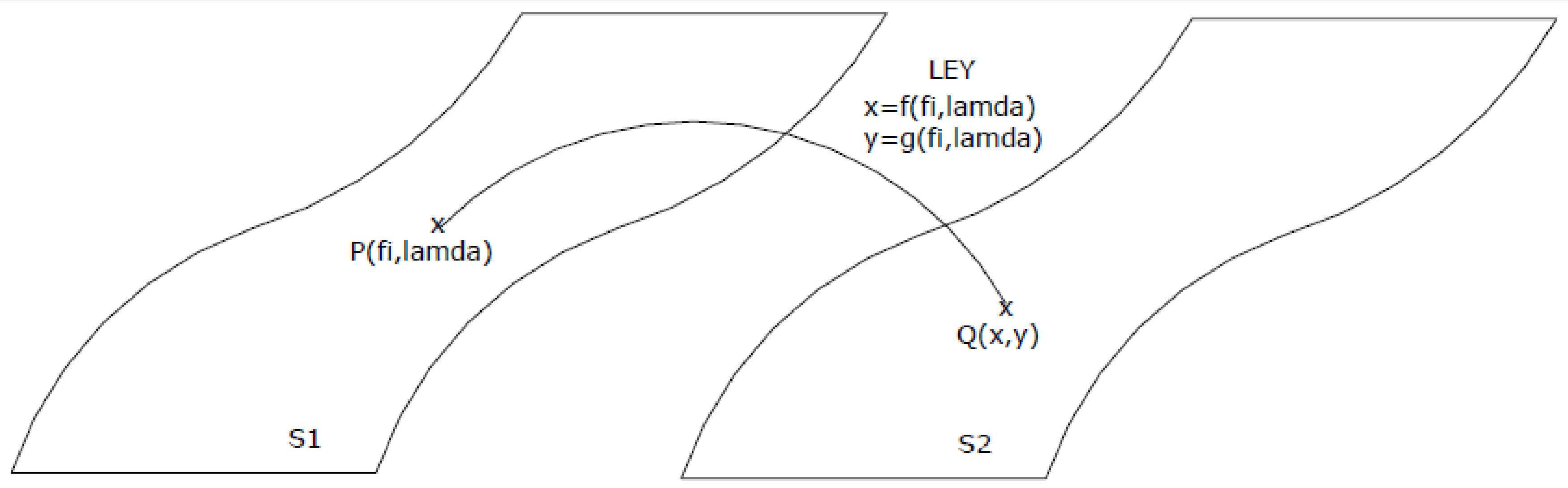
Las loxodromias o curvas loxodrómicas se representan como rectas, por lo que conociendo el origen y el destino, trazando en la carta una recta que los une, se puede medir directamente el acimut al que se tiene que orientar la proa del barco.

Proyección cartográfica

Una proyección cartográfica es una correspondencia biunívoca entre los puntos de dos superficies en la que a cada punto de una, llamada “superficie objetiva”, le corresponde uno y sólo uno de la otra, llamada “superficie subjetiva”, y viceversa. A los puntos correspondientes se los denomina puntos homólogos.

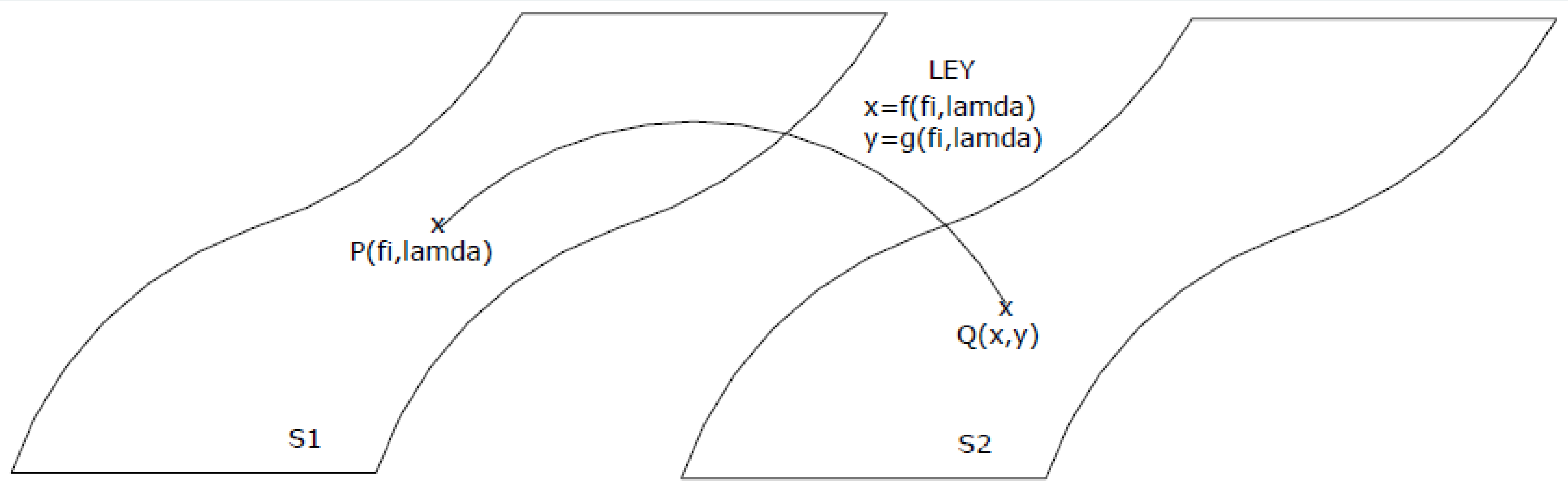
Proyección cartográfica

Una proyección cartográfica es una correspondencia biunívoca entre los puntos de dos superficies en la que a cada punto de una, llamada "superficie objetiva", le corresponde uno y sólo uno de la otra, llamada "superficie subjetiva", y viceversa. A los puntos correspondientes se los denomina puntos homólogos.



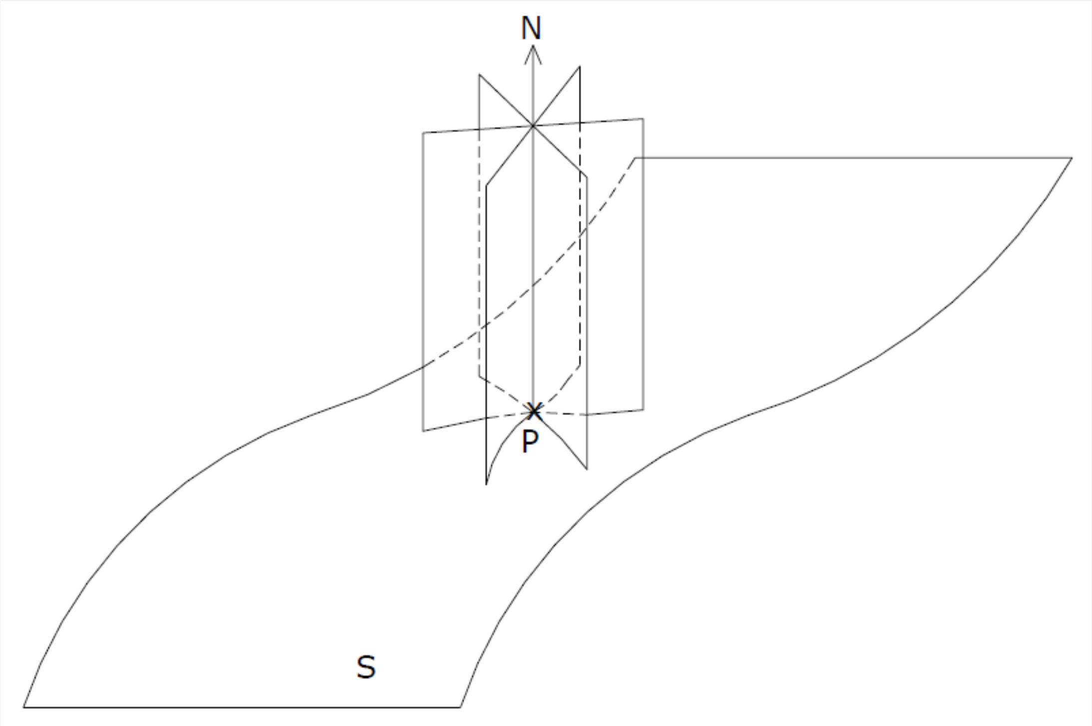
Proyección cartográfica

Una proyección cartográfica es una correspondencia biunívoca entre los puntos de dos superficies en la que a cada punto de una, llamada "superficie objetiva", le corresponde uno y sólo uno de la otra, llamada "superficie subjetiva", y viceversa. A los puntos correspondientes se los denomina puntos homólogos.



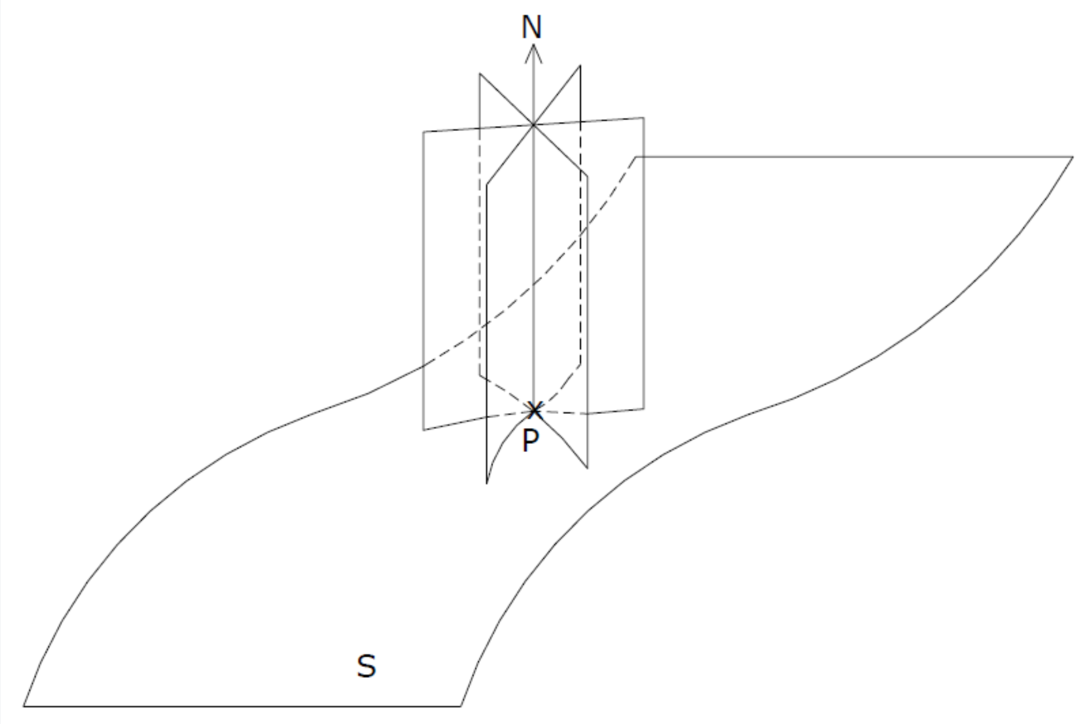
Esta correspondencia se expresa por una relación matemática denominada "Ley de la proyección".

Postulado de Gauss



***Secciones normales*.**
Generadas al intersecar los planos del haz con la superficie.

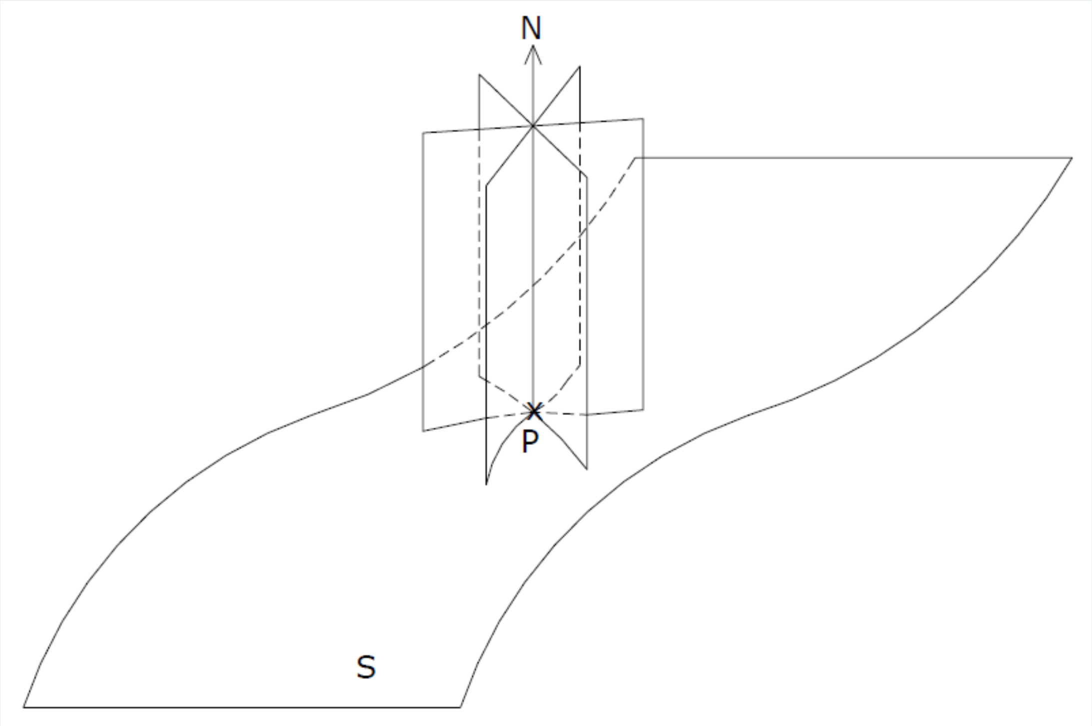
Postulado de Gauss



***Secciones normales*.**
Generadas al intersecar los planos del haz con la superficie.

Todas las secciones normales conforman una familia de curvas que tienen cada una, en un entorno de P, una determinada curvatura C, que es la inversa del radio de curvatura: C=1/R.

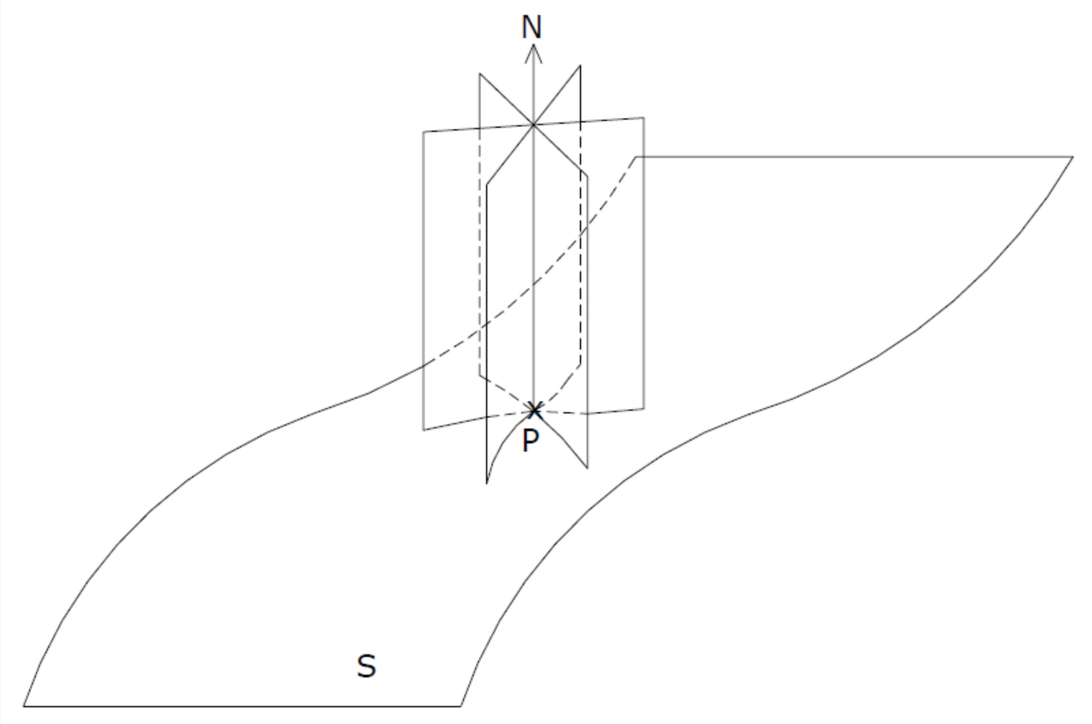
Postulado de Gauss



C = 1 / R

Considerando los infinitos valores de las curvaturas en P, se obtiene una función continua que presenta un <u>máximo</u> y un <u>mínimo</u> denominados curvatura máxima CM y curvatura mínima Cm. Eventualmente pueden ser todas las curvaturas iguales y por tanto CM=Cm.

Postulado de Gauss



$C = 1 / R$

Considerando los infinitos valores de las curvaturas en P, se obtiene una función continua que presenta un <u>máximo</u> y un <u>mínimo</u> denominados curvatura máxima CM y curvatura mínima Cm. Eventualmente pueden ser todas las curvaturas iguales y por tanto CM=Cm.

Al producto de la curvatura máxima por la mínima se lo denomina curvatura total:

$$CT = CM \times Cm$$

Postulado de Gauss

Dos superficies son desarrollables o aplicables una sobre la otra cuando, considerando a una de ellas como flexible, se puede envolver con ella totalmente a la otra sin que se produzcan desgarros, estiramientos o pliegues.

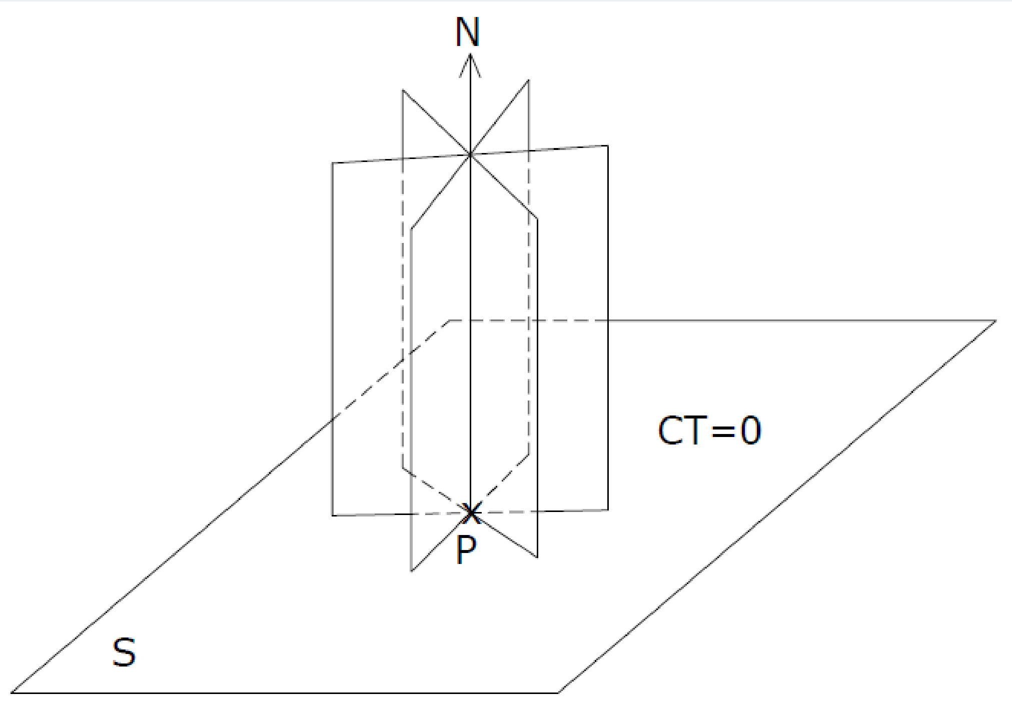
Postulado de Gauss

Dos superficies son desarrollables o aplicables una sobre la otra cuando, considerando a una de ellas como flexible, se puede envolver con ella totalmente a la otra sin que se produzcan desgarros, estiramientos o pliegues.

El *Postulado de Gauss* expresa: "Dos superficies son aplicables o desarrollables una sobre la otra cuando la curvatura total (CT = CM x Cm) en cada uno de los puntos homólogos es la misma".

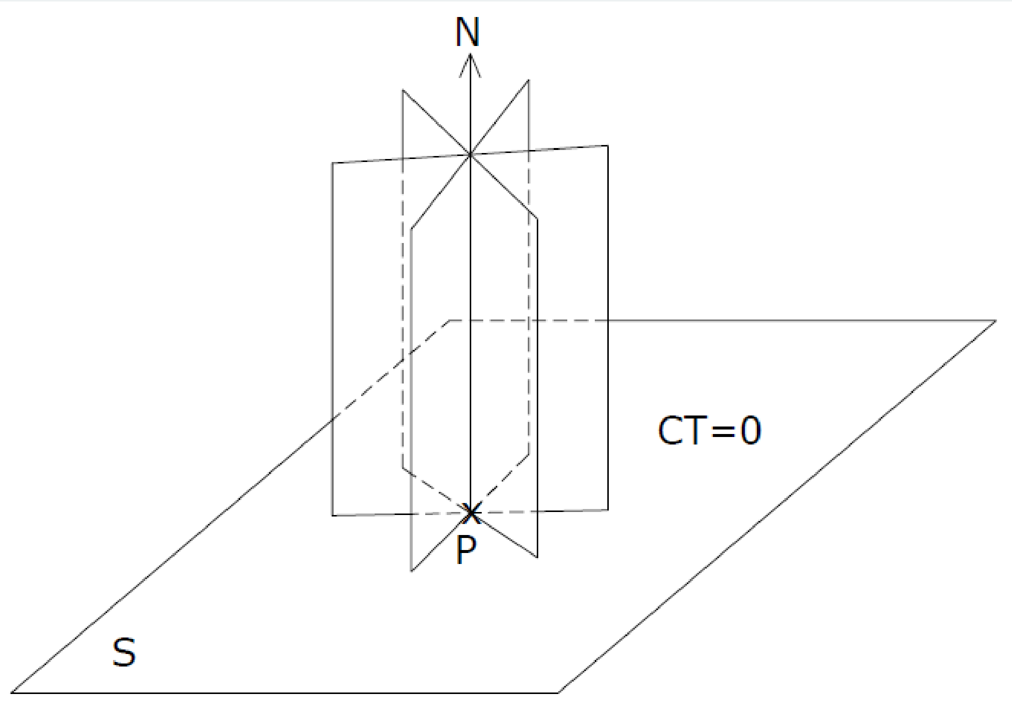
Postulado de Gauss - ejemplos

El plano



Postulado de Gauss - ejemplos

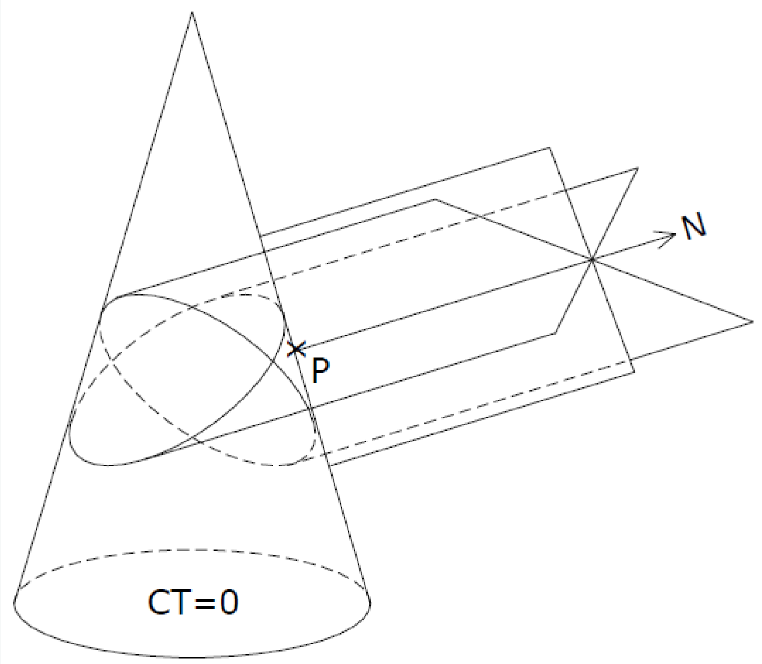
El plano



En el plano, para todo punto la familia de secciones normales tiene radio infinito, por lo que la CM = Cm = CT = 0.

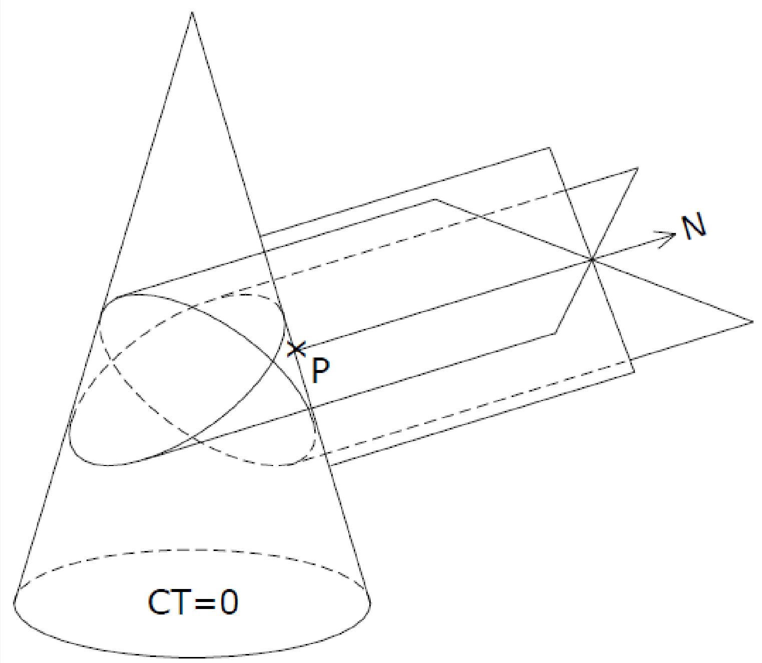
Postulado de Gauss - ejemplos

El cono



Postulado de Gauss - ejemplos

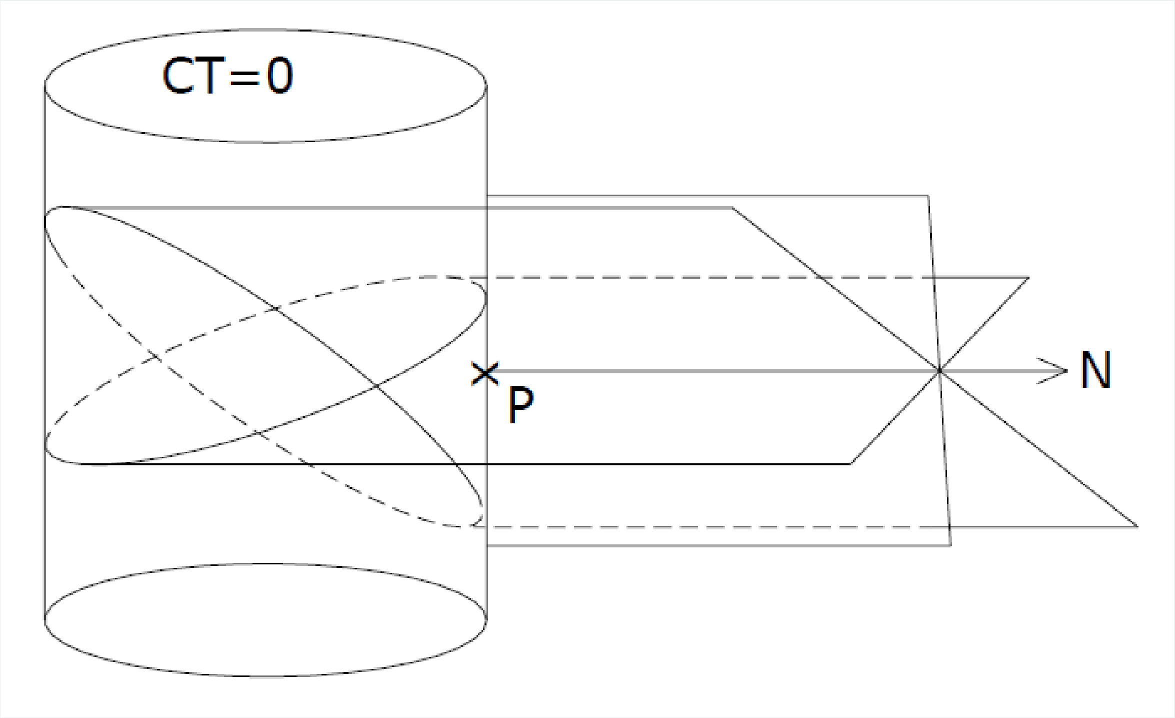
El cono



El cono también tiene curvatura total nula en todos sus puntos, pues siempre una de las curvas normales será la generatriz, o sea una recta, por lo que CM = C y Cm=0, o sea CT = C x 0 = 0.

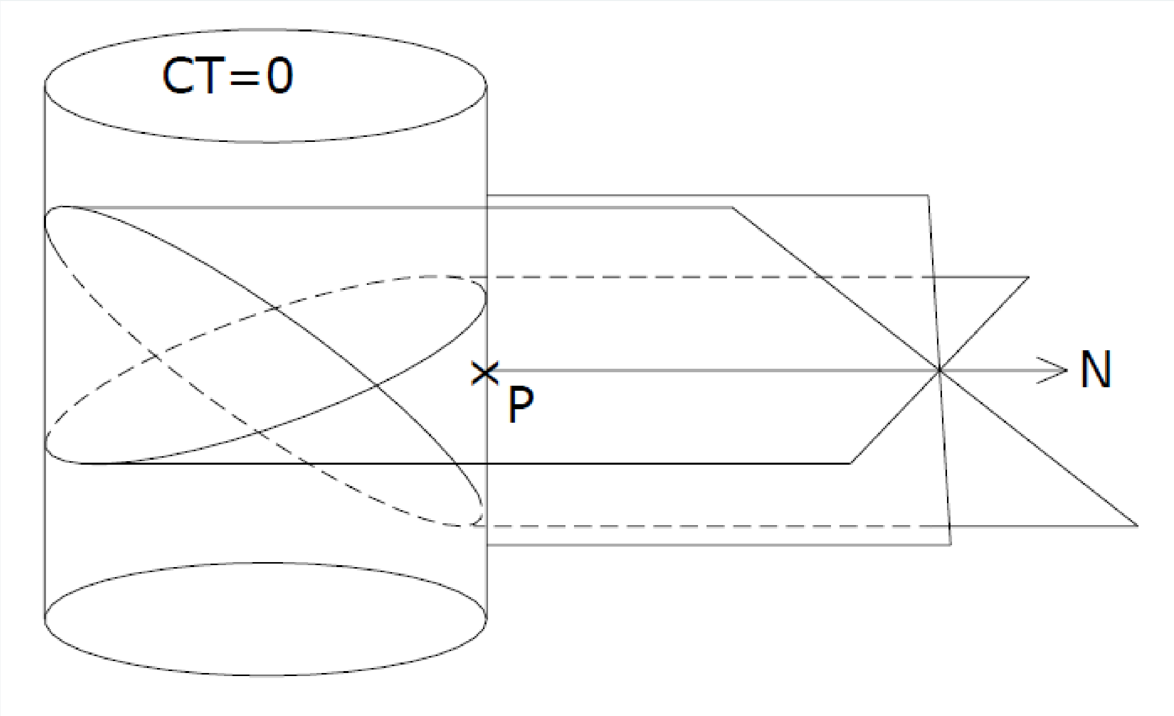
Postulado de Gauss - ejemplos

El cilindro



Postulado de Gauss - ejemplos

El cilindro

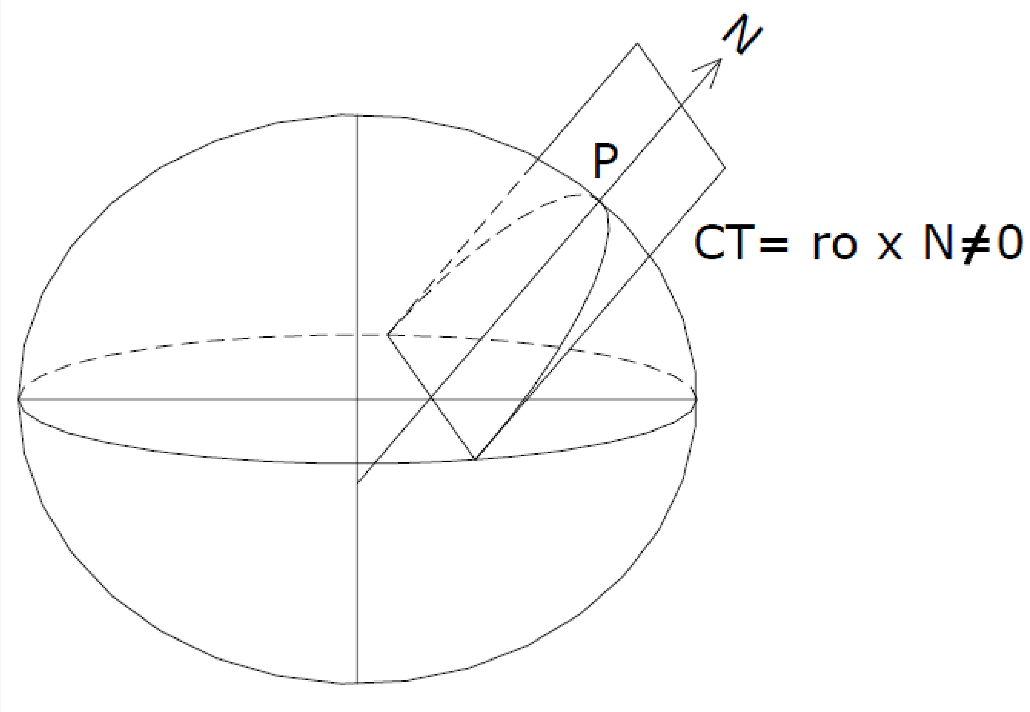


En este caso también la curvatura total es nula, pues el cilindro es un caso particular del cono con el vértice en el punto impropio, por lo que la CT = 0.

Postulado de Gauss - ejemplos

El elipsoide

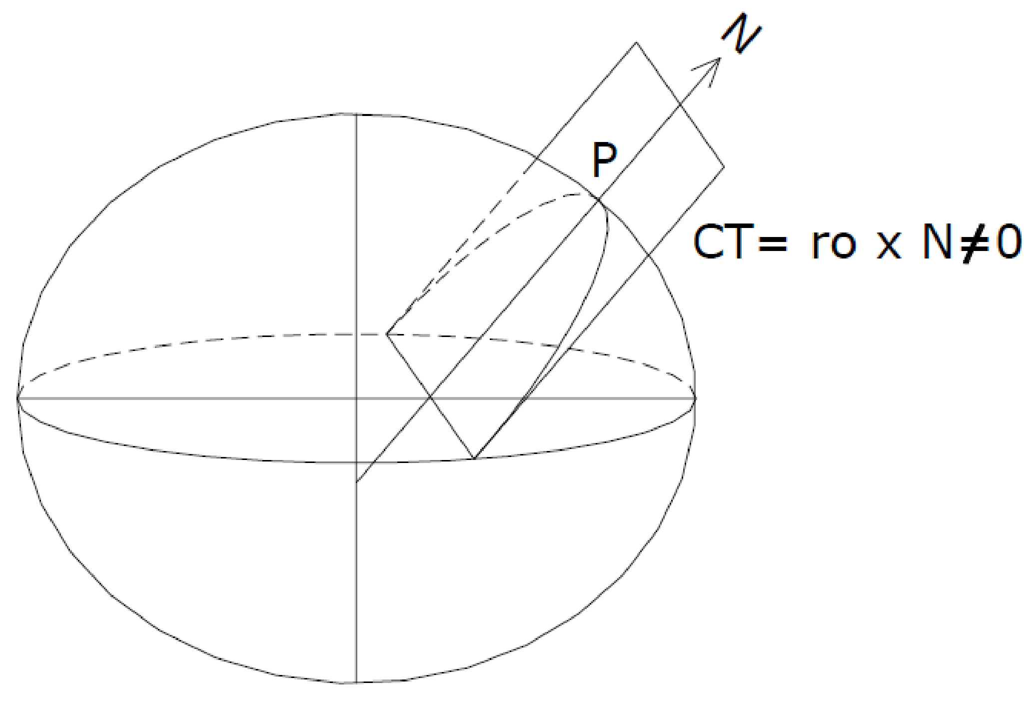
(o la esfera)



Postulado de Gauss - ejemplos

El elipsoide

(o la esfera)



Tanto el elipsoide como la esfera tienen curvatura total distinta de cero en todos sus puntos; en el caso de la esfera es CT = 1 / (RxR) y en el del elipsoide, CT = 1/(ρ x N).

Postulado de Gauss - ejemplos

En resumen, tanto el <u>cono</u> como el <u>cilindro</u> son <u>desarrollables</u> o aplicables <u>en el plano</u>, pero no lo son ni el elipsoide ni la esfera.

Postulado de Gauss

¿Y cuando una superficie no es desarrollable sobre la otra? ¿Qué pasa?

Postulado de Gauss

¿Y cuando una superficie no es desarrollable sobre la otra? ¿Qué pasa?

Se producen alteraciones o anamorfosis en las distancias, los ángulos y las áreas.

Postulado de Gauss

¿Y cuando una superficie no es desarrollable sobre la otra? ¿Qué pasa?

Se producen alteraciones o anamorfosis en las distancias, los ángulos y las áreas.

Afortunadamente, encontramos la manera de condicionar las proyecciones cartográficas para que conserven alguna de las características geométricas mencionadas, pero sólo pueden conservar sin deformación una de ellas a la vez.

Proyecciones cartográficas - clasificación

Hay diversos criterios para clasificar a las proyecciones.

Proyecciones cartográficas - clasificación

Hay diversos criterios para clasificar a las proyecciones.

Enunciaremos 5 de ellos.

Proyecciones cartográficas - clasificación

Hay diversos criterios para clasificar a las proyecciones.

Enunciaremos 5 de ellos.

1- Según la <u>naturaleza de la superficie subjetiva</u>

- **proyecciones planas**
- **proyecciones cilíndricas**
- **proyecciones cónicas**
- **proyecciones poliédricas**

Proyecciones cartográficas - clasificación

Hay diversos criterios para clasificar a las proyecciones.

Enunciaremos 5 de ellos.

2- Según la <u>naturaleza de la Ley de la proyección</u>

- proyecciones geométricas o propiamente proyecciones (si existe una construcción geométrica o proyectividad que vincula los puntos homólogos)

- proyecciones analíticas (si la Ley de la proyección sólo tiene expresión analítica y no geométrica)

Proyecciones cartográficas - clasificación

Hay diversos criterios para clasificar a las proyecciones.

Enunciaremos 5 de ellos.

3- Según la <u>posición de la superficie subjetiva respecto de la objetiva</u>

- polares en el caso de las planas, o directas en el caso de las cilíndricas y de las cónicas (cuando el plano es tangente en el polo, o el eje del cilindro o del cono coincide con el eje polar terrestre respectivamente)

- ecuatoriales en el caso de las planas, o transversas en el caso de las cónicas o cilíndricas (cuando el plano es tangente en el ecuador, o el eje del cilindro o del cono pertenece al plano del ecuador respectivamente)

- acimutales u oblicuas (cuando el plano es tangente a la superficie objetiva en un punto de latitud intermedia, o el eje del cilindro o del cono forma un ángulo de latitud intermedia, respectivamente)

Proyecciones cartográficas - clasificación

Hay diversos criterios para clasificar a las proyecciones.

Enunciaremos 5 de ellos.

4- Según se <u>intersecten o no las superficies subjetiva y objetiva</u>

- externas (si la superficie subjetiva es externa a la objetiva)

- tangentes (si la superficie subjetiva es tangente a la objetiva)

- secantes (si la superficie subjetiva es secante a la objetiva)

Proyecciones cartográficas - clasificación

Hay diversos criterios para clasificar a las proyecciones.

Enunciaremos 5 de ellos.

5- Según la naturaleza de la <u>característica geométrica que se conserva</u>

- equidistantes o automecoicas (cuando conservan las distancias)

- conformes (cuando conservan los ángulos)

- equivalentes (cuando conservan las áreas)

- afilácticas (cuando no conservan ninguna de las características)