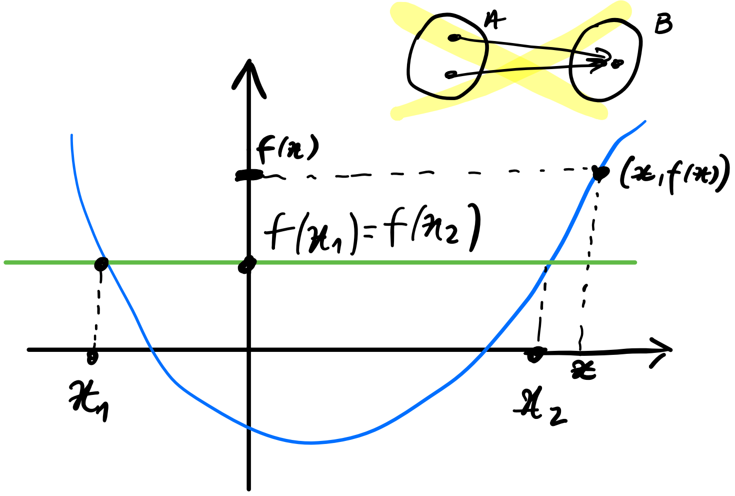


NO ES INYECTIVA

$f: A \to B$ es inyectiva si $f(x)=f(y) \Rightarrow x=y$

Como probamos que una función es inyectiva haciendo cuentas

$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$f(x)=2x+3$

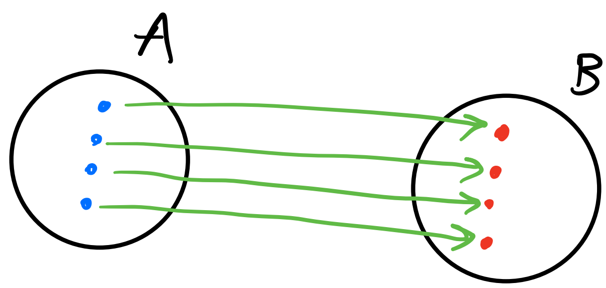
Supongamos que tenemos $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ /

$f(x_1)=f(x_2) \Rightarrow 2x_1+\cancel{3} = 2x_2+\cancel{3} \Rightarrow 2x_1=2x_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{x_1=x_2}$

FUNCIONES BIYECTIVAS Y FUNCIÓN INVERSA

$f: A \to B$ es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Otras formas de definir función biyectiva:

$f: A \to B$ es biyectiva si todo elemento de

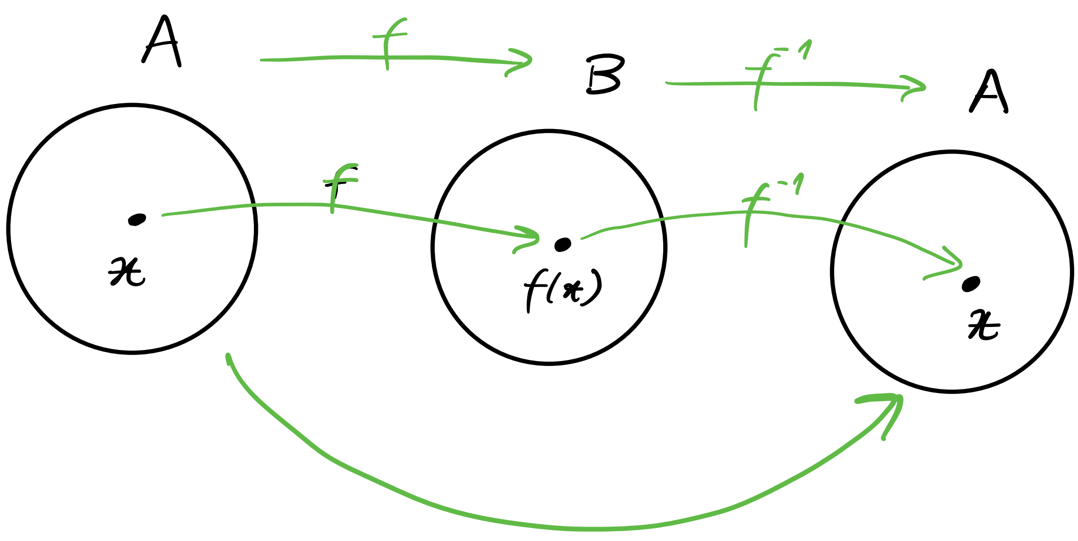
B tiene exactamente una preimagen

$f: A \to B$ es **biyectiva** si $\forall b \in B \; \exists! \; a \in A : f(a) = b$

existe un único

Si $f: A \to B$ es biyectiva, podemos definir la **función inversa** de f como

$$f^{-1}: B \longrightarrow A \quad \text{donde} \quad f^{-1}(y) = \text{la preimagen de } y \text{ por } f$$



$f^{-1} \circ f = Id$

$$\begin{cases} f^{-1} \circ f(x) = x & \forall x \in A \\ f \circ f^{-1}(x) = x & \forall x \in B \end{cases}$$

Ejercicio: $f: A \to B$ función

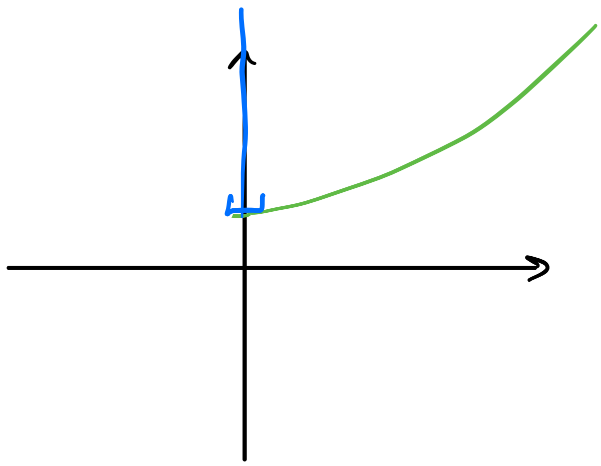
Supongamos que $\exists\, g: B \longrightarrow A$ tal que

$$g \circ f(x) = x \quad \forall x \in A$$

$$f \circ g(x) = x \quad \forall x \in B$$

$\Rightarrow$ f es biyectiva y $g = f^{-1}$.

Cómo calcular una inversa?



$f: [0, +\infty) \longrightarrow [1, +\infty)$

$f(x) = x^2 + 1$

$Im(f) = [1, +\infty)$

f es inyectiva y sobreyectiva

$\Rightarrow$ f es biyectiva

Para construir la inversa:

codominio

Tomamos $y \in [1, +\infty)$ y queremos hallar el único $x \in [0, +\infty) \,/\, f(x) = y$

dominio

$$f(x) = y \iff x^2 + 1 = y \iff x^2 = y - 1 \iff$$

$$\iff x = \sqrt{y-1}$$

Entonces: $\boxed{f^{-1}(y) = \sqrt{y-1}}$

Verifiquemos que $f^{-1} \circ f = Id$

$$f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(x^2+1) = \sqrt{(x^2+1)-1} = \sqrt{x^2} = x$$

El gráfico de la función inversa

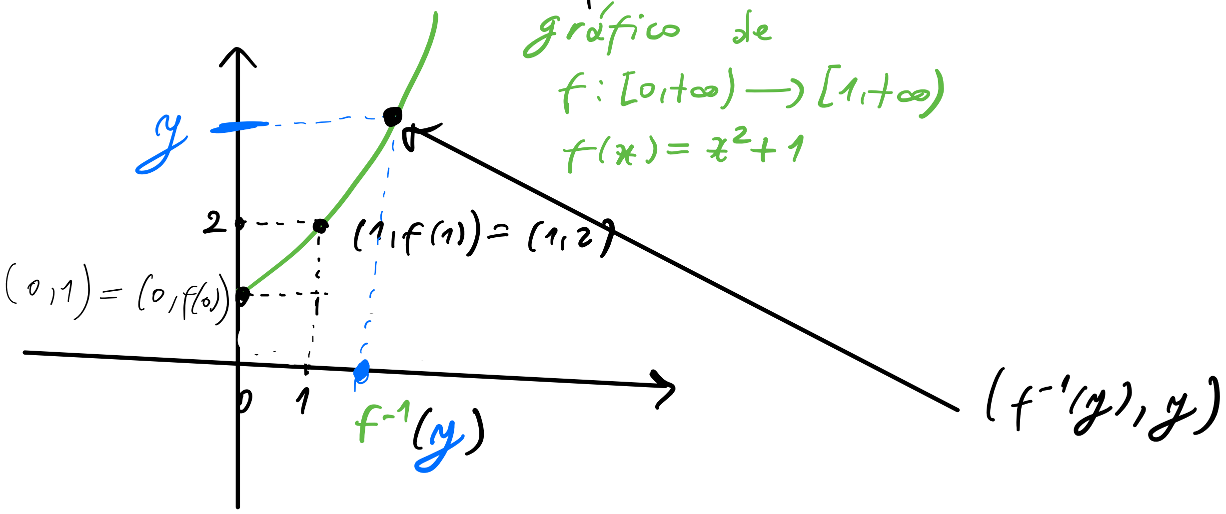


gráfico de $f = \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0,+\infty)\} =$

$$= \{(f^{-1}(y), y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [1,+\infty)\}$$