## Procesamiento digital de señales de audio

Introducción al procesamiento de audio

Instituto de Ingeniería Eléctrica Facultad de Ingeniería



Introducción
 Modalidad y contenido del curso
 Temática y aplicaciones

Introducción
 Modalidad y contenido del curso
 Temática y aplicaciones

Muestreo y cuantización Muestreo Cuantización Introducción
 Modalidad y contenido del curso
 Temática y aplicaciones

Muestreo y cuantización Muestreo Cuantización

### Modalidad y contenido del curso

#### Modalidad

- Tipo: grado y posgrado, Créditos: 8
- Horario:
  - martes y jueves de 10:00 a 12:00
  - Laboratorio de Software del IIE
- · Aprobación:
  - entrega de ejercicios obligatorios (individual)
  - proyecto final sobre un problema establecido (en parejas)
- Práctico:
  - 4 repartidos, una semana luego de cada bloque temático

### Modalidad y contenido del curso

#### Contenido

- · Introducción al procesamiento de audio
- Modelos para señales de voz y audio
- Percepción auditiva
- · Filtros digitales en audio, síntesis de sonido, efectos
- · Análisis de tiempo corto de señales de audio
- Procesamiento tiempo-frecuencia
- Análisis por modelado espectral
- · Análisis Homomórfico y por Predicción Lineal
- Codificación de voz y audio
- Recuperación de información musical (MIR)

#### Temática

• voz hablada: gran desarrollo en telecomunicaciones (desde 1960s)



J. Flanagan, Bell Labs, 1972

#### Temática

- voz hablada: gran desarrollo en telecomunicaciones (desde 1960s)
- audio: conjunto más amplio de tipos de señal de audio



J. Flanagan, Bell Labs, 1972

#### Temática

- voz hablada: gran desarrollo en telecomunicaciones (desde 1960s)
- audio: conjunto más amplio de tipos de señal de audio
  - música, sonidos ambientales, de origen animal, maquinaria, etc



J. Flanagan, Bell Labs, 1972



Digital Audio Workstation, Ardour

#### **Temática**

- voz hablada: gran desarrollo en telecomunicaciones (desde 1960s)
- audio: conjunto más amplio de tipos de señal de audio
  - música, sonidos ambientales, de origen animal, maquinaria, etc
- algoritmos específicos permiten mejores resultados (e.g. codificación)



J. Flanagan, Bell Labs, 1972



Digital Audio Workstation, Ardour

#### **Temática**

- voz hablada: gran desarrollo en telecomunicaciones (desde 1960s)
- audio: conjunto más amplio de tipos de señal de audio
  - música, sonidos ambientales, de origen animal, maquinaria, etc
- algoritmos específicos permiten mejores resultados (e.g. codificación)

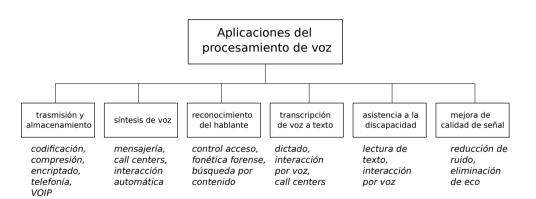
objetivo: comprender los fundamentos de la producción y percepción de sonido y cómo las técnicas de procesamiento digital de señales pueden contribuir a resolver los diversos escenarios de aplicación



J. Flanagan, Bell Labs, 1972



Digital Audio Workstation, Ardour



[Rabiner and Schafer, 2011]\*

<sup>\*</sup> Rabiner, L. R. and Schafer, R. W. (2011). Theory and Applications of Digital Speech Processing

#### Aplicación

/ reconocimiento, \
codificación, síntesis

#### Procesamiento

segmentación voz/silencio, estimación de pitch v formantes

#### Representación

temporal, espectral de tiempo corto análisis cepstral y predicción lineal

#### Fundamentos

acústica, percepción auditiva, procesamiento de señales, lingüistica

[Rabiner and Schafer, 2011]\*

<sup>\*</sup>Rabiner, L. R. and Schafer, R. W. (2011). Theory and Applications of Digital Speech Processing

• detección temprana de dificultades en el aprendizaje de la lectura

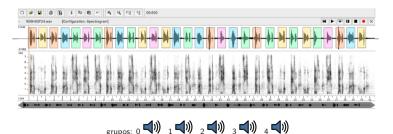


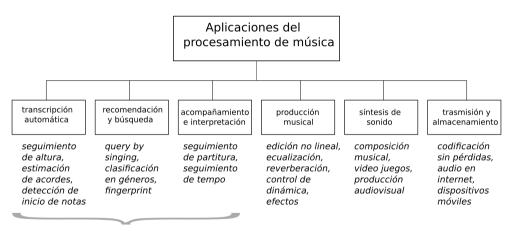


detección temprana de dificultades en el aprendizaje de la lectura



• reconocimiento automático de palabras, identificación de errores





Music Information Retrieval





Paul Lamere, Director of Developer Platform at The Echo Nest.



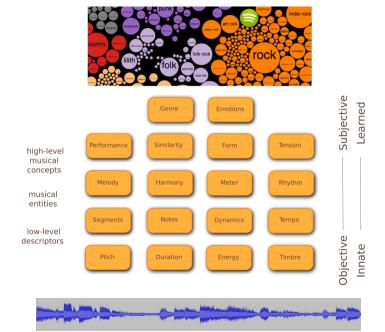


## VOCALOID singing synthetizer - Yamaha

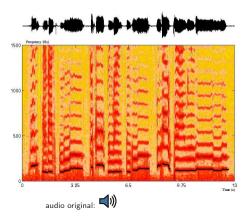




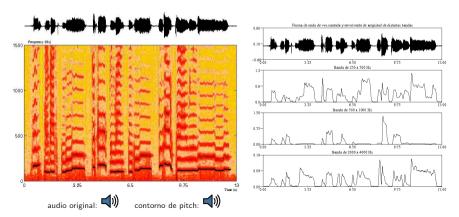
Paul Lamere, Director of Developer Platform at The Echo Nest.



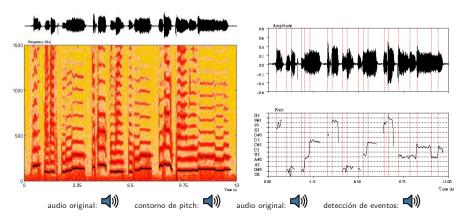
• representación de la señal: temporal, espectral, tiempo-frecuencia



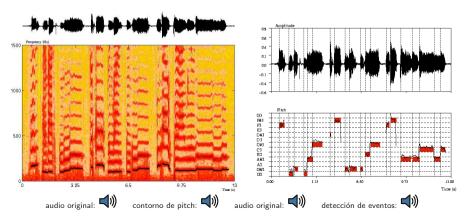
- representación de la señal: temporal, espectral, tiempo-frecuencia
- descriptores de bajo nivel: transformación que captura aspecto particular



- representación de la señal: temporal, espectral, tiempo-frecuencia
- descriptores de bajo nivel: transformación que captura aspecto particular
- entidades musicales: combinando y agregando descriptores de bajo nivel

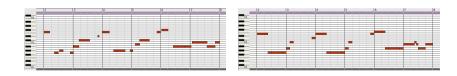


- representación de la señal: temporal, espectral, tiempo-frecuencia
- descriptores de bajo nivel: transformación que captura aspecto particular
- entidades musicales: combinando y agregando descriptores de bajo nivel

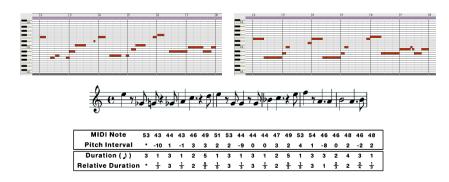


- representación de la señal: temporal, espectral, tiempo-frecuencia
- descriptores de bajo nivel: transformación que captura aspecto particular
- entidades musicales: combinando y agregando descriptores de bajo nivel
- modelos semánticos: capturan similitudes y diferencias entre conceptos

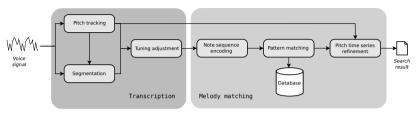
- representación de la señal: temporal, espectral, tiempo-frecuencia
- descriptores de bajo nivel: transformación que captura aspecto particular
- entidades musicales: combinando y agregando descriptores de bajo nivel
- modelos semánticos: capturan similitudes y diferencias entre conceptos

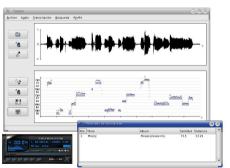


- representación de la señal: temporal, espectral, tiempo-frecuencia
- descriptores de bajo nivel: transformación que captura aspecto particular
- entidades musicales: combinando y agregando descriptores de bajo nivel
- modelos semánticos: capturan similitudes y diferencias entre conceptos



## Aplicaciones: Query by Humming



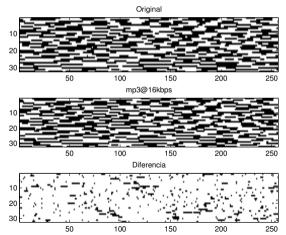


## Aplicaciones: Audio Fingerprint

• identificación de audio (voz, música) a partir de un fragmento breve

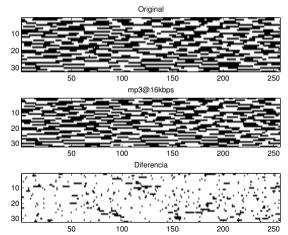
## Aplicaciones: Audio Fingerprint

- identificación de audio (voz, música) a partir de un fragmento breve
- huella digital robusta a transformaciones como compresión y ruido



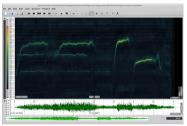
## Aplicaciones: Audio Fingerprint

- identificación de audio (voz, música) a partir de un fragmento breve
- huella digital robusta a transformaciones como compresión y ruido
- funcionando en aplicaciones comerciales y dispositivos móviles



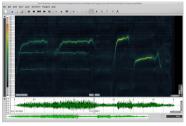
# Aplicaciones: Análisis de interpretación

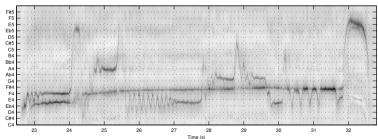
• software de representación de contenido melódico



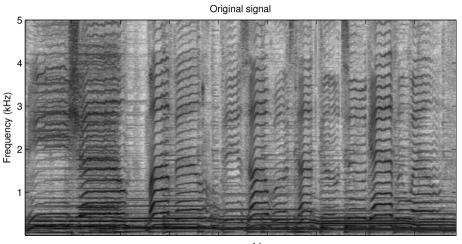
## Aplicaciones: Análisis de interpretación

- software de representación de contenido melódico
- análisis musicológico de interpretación (afinación, rasgos expresivos, etc.)

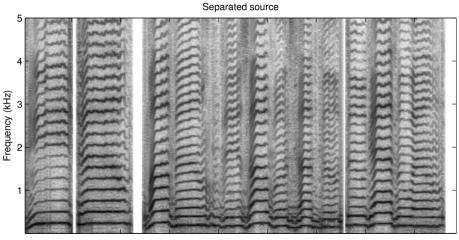




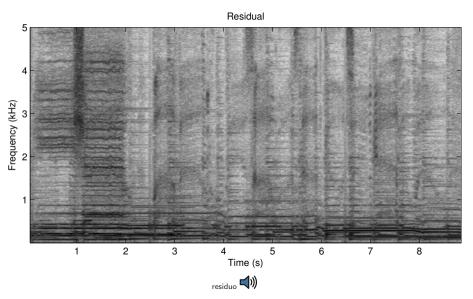
# Aplicaciones: Separación de fuentes



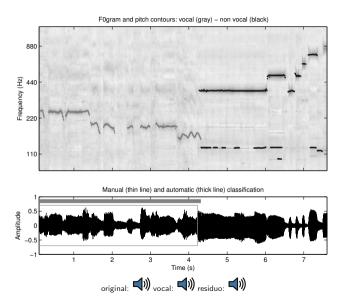
# Aplicaciones: Separación de fuentes



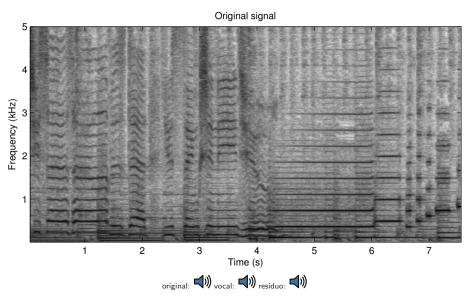
## Aplicaciones: Separación de fuentes



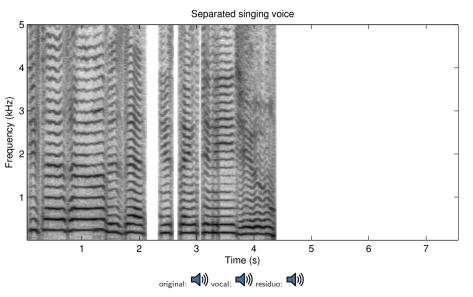
### Aplicaciones: Separación de fuentes y detección de voz



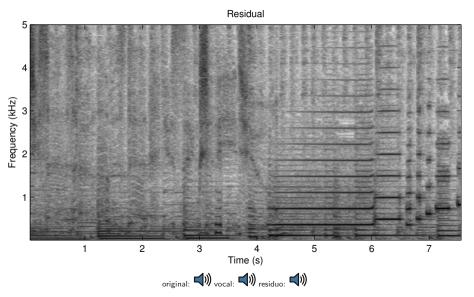
# Aplicaciones: Separación de fuentes y detección de voz



# Aplicaciones: Separación de fuentes y detección de voz



# Aplicaciones: Separación de fuentes y detección de voz



# Aplicaciones: Reconocimiento de cantantes



Cantante real



Introducción
 Modalidad y contenido del curso
 Temática y aplicaciones

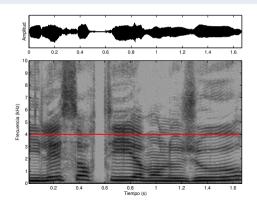
Muestreo y cuantización Muestreo Cuantización

### Frecuencia de muestreo

• teorema de muestreo:  $f_s > 2f_{max}$ 

#### Frecuencia de muestreo

- teorema de muestreo:  $f_s>2f_{max}$
- en audio f<sub>s</sub> de 8 a 192 kHz, dependiendo de la aplicación

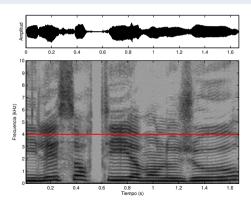


#### Frecuencia de muestreo

• teorema de muestreo:  $f_s>2f_{max}$ 

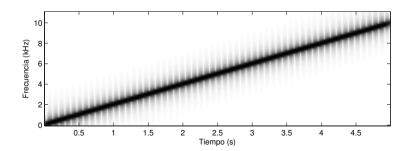
• en audio  $f_s$  de 8 a 192 kHz, dependiendo de la aplicación

• standards: CD 44.1 kHz, DVD-Audio y Blu-ray hasta 192 kHz

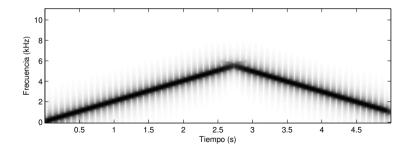


## Aliasing

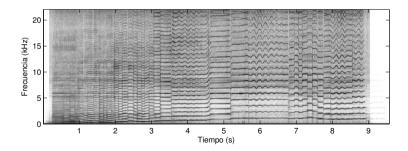
• señal a muestrear de banda limitada (filtro antialias)



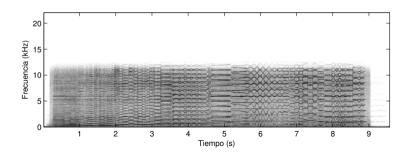
- señal a muestrear de banda limitada (filtro antialias)
- si esto no se cumple sobreviene aliasing



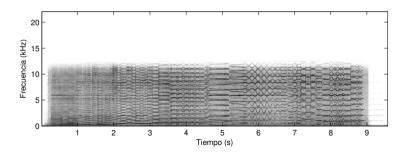
- señal a muestrear de banda limitada (filtro antialias)
- si esto no se cumple sobreviene aliasing



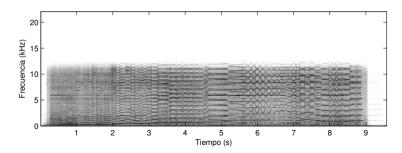
- señal a muestrear de banda limitada (filtro antialias)
- si esto no se cumple sobreviene aliasing



- señal a muestrear de banda limitada (filtro antialias)
- si esto no se cumple sobreviene aliasing
- no es un problema práctico

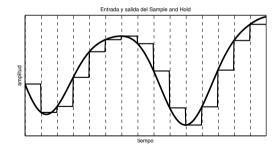


- señal a muestrear de banda limitada (filtro antialias)
- si esto no se cumple sobreviene aliasing
- no es un problema práctico, salvo en ocasiones (e.g. síntesis)



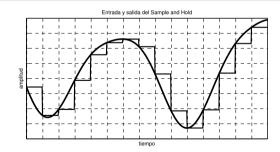
#### Cuantización uniforme

• cuantización: aproximar amplitud a precisión finita (redondeo)



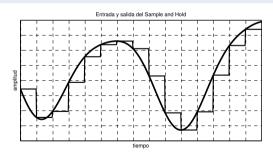
### Cuantización uniforme

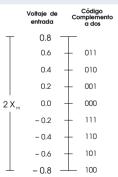
- cuantización: aproximar amplitud a precisión finita (redondeo)
- cantidad de niveles:  $2^N$ , con N largo de palabra



#### Cuantización uniforme

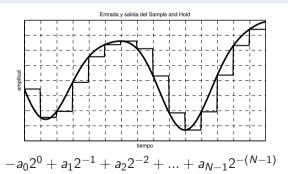
- cuantización: aproximar amplitud a precisión finita (redondeo)
- cantidad de niveles:  $2^N$ , con N largo de palabra
- paso de cuantización:  $Q=rac{2X_m}{2^N}$ , con  $X_m$  amplitud de pico máxima

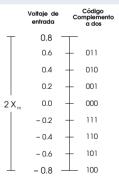




#### Cuantización uniforme

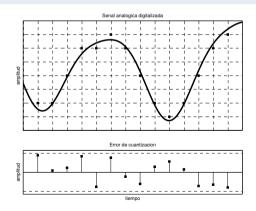
- cuantización: aproximar amplitud a precisión finita (redondeo)
- cantidad de niveles:  $2^N$ , con N largo de palabra
- paso de cuantización:  $Q=rac{2X_m}{2^N}$ , con  $X_m$  amplitud de pico máxima





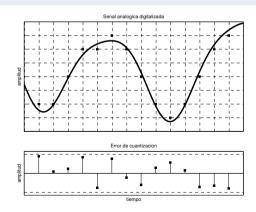
#### Error de cuantización

• error: aproximación introduce pérdida de información



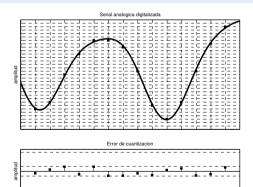
#### Error de cuantización

- error: aproximación introduce pérdida de información
- amplitud del error: acotado a Q/2, varía entre -Q/2: Q/2



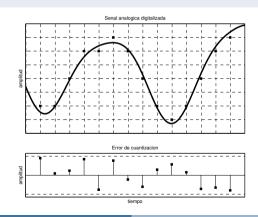
#### Error de cuantización

- error: aproximación introduce pérdida de información
- amplitud del error: acotado a Q/2, varía entre -Q/2: Q/2
- decrece al aumentar N largo de palabra (e.g. 8, 16, 24 bits)



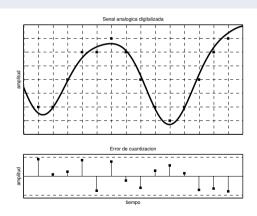
#### Modelo de error de cuantización

hipótesis: error no correlacionado con la señal ni consigo mismo



#### Modelo de error de cuantización

**hipótesis:** error no correlacionado con la señal ni consigo mismo señal compleja de gran amplitud

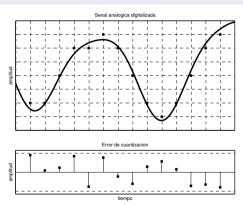


#### Modelo de error de cuantización

hipótesis: error no correlacionado con la señal ni consigo mismo

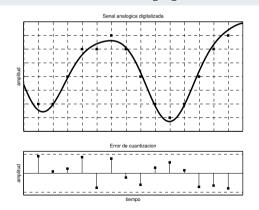
señal compleja de gran amplitud

**modelo:** ruido de distribución uniforme,  $U(-\frac{Q}{2}, \frac{Q}{2})$ 



#### Modelo de error de cuantización

**hipótesis:** error no correlacionado con la señal ni consigo mismo señal compleja de gran amplitud  $\rightarrow$  poco audible (enmascarado) **modelo:** ruido de distribución uniforme,  $U(-\frac{Q}{2},\frac{Q}{2})$ 



#### Relación señal a ruido

hipótesis: variaciones de gran amplitud, espectro de banda ancha

#### Relación señal a ruido

**hipótesis:** variaciones de gran amplitud, espectro de banda ancha sinusoide de amplitud máxima

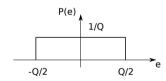
$$S_{rms} = \frac{S_{peak}}{\sqrt{2}} = \frac{Q2^{n-1}}{\sqrt{2}}$$

#### Relación señal a ruido

**hipótesis:** variaciones de gran amplitud, espectro de banda ancha sinusoide de amplitud máxima, ruido uniforme

$$S_{rms} = \frac{S_{peak}}{\sqrt{2}} = \frac{Q2^{n-1}}{\sqrt{2}}$$

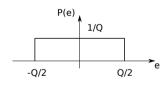
$$E_{rms} = \left[\frac{1}{Q}\int_{-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}} e^2 de\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{Q^2}{12}\right]^{\frac{1}{2}}$$



#### Relación señal a ruido

**hipótesis:** variaciones de gran amplitud, espectro de banda ancha sinusoide de amplitud máxima, ruido uniforme

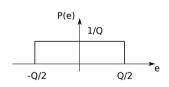
$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{rms} &= \frac{\mathbf{S}_{peak}}{\sqrt{2}} = \frac{Q2^{n-1}}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{E}_{rms} &= \left[ \frac{1}{Q} \int_{-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}} e^2 de \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{Q^2}{12} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}} &= \left[ \frac{\mathbf{S}_{rms}}{\mathbf{E}_{rms}} \right]^2 = \frac{3}{2} 2^{2n} \end{aligned}$$



#### Relación señal a ruido

**hipótesis:** variaciones de gran amplitud, espectro de banda ancha sinusoide de amplitud máxima, ruido uniforme

$$\begin{split} \mathbf{S}_{\textit{rms}} &= \frac{\mathbf{S}_{\textit{peak}}}{\sqrt{2}} = \frac{Q2^{n-1}}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{E}_{\textit{rms}} &= \left[\frac{1}{Q}\int_{-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}}e^2de\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{Q^2}{12}\right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}} &= \left[\frac{\mathbf{S}_{\textit{rms}}}{\mathbf{E}_{\textit{rms}}}\right]^2 = \frac{3}{2}\,2^{2n} \\ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}}(\mathrm{dB}) &= 20\log\left[\sqrt{\frac{3}{2}}\,2^n\right] = 6.0206n + 1.7609 \end{split}$$

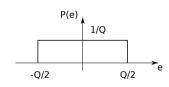


#### Relación señal a ruido

hipótesis: variaciones de gran amplitud, espectro de banda ancha sinusoide de amplitud máxima, ruido uniforme

SNR crece 6 dB por bit

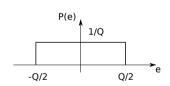
$$\begin{split} \mathbf{S}_{\textit{rms}} &= \frac{\mathbf{S}_{\textit{peak}}}{\sqrt{2}} = \frac{Q2^{n-1}}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{E}_{\textit{rms}} &= \left[\frac{1}{Q}\int_{-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}}e^2de\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{Q^2}{12}\right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}} &= \left[\frac{\mathbf{S}_{\textit{rms}}}{\mathbf{E}_{\textit{rms}}}\right]^2 = \frac{3}{2}\,2^{2n} \\ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}}(\mathrm{dB}) &= 20\log\left[\sqrt{\frac{3}{2}}\,2^n\right] = 6.0206n + 1.7609 \end{split}$$



#### Relación señal a ruido

**hipótesis:** variaciones de gran amplitud, espectro de banda ancha sinusoide de amplitud máxima, ruido uniforme SNR crece 6 dB por bit, determina rango dinámico manejable

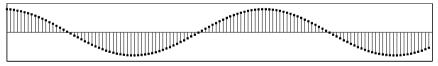
$$\begin{split} \mathbf{S}_{\textit{rms}} &= \frac{\mathbf{S}_{\textit{peak}}}{\sqrt{2}} = \frac{Q2^{n-1}}{\sqrt{2}} \\ \mathbf{E}_{\textit{rms}} &= \left[\frac{1}{Q}\int_{-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}}e^{2}de\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{Q^{2}}{12}\right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}} &= \left[\frac{\mathbf{S}_{\textit{rms}}}{\mathbf{E}_{\textit{rms}}}\right]^{2} = \frac{3}{2}\,2^{2n} \\ \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{E}}(\mathrm{dB}) &= 20\log\left[\sqrt{\frac{3}{2}}\,2^{n}\right] = 6.0206n + 1.7609 \end{split}$$



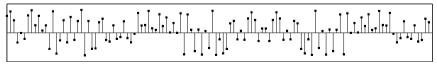
### Distorsión

• señal compleja de gran amplitud: error asimilable a ruido blanco

#### Sinusoide cuantizada de amplitud 250 niveles de cuantizacion



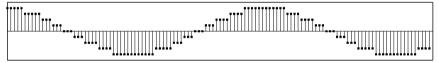
#### Error de cuantizacion



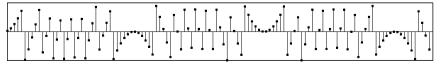
#### Distorsión

- señal compleja de gran amplitud: error asimilable a ruido blanco
- · pocos pasos de cuantización: correlación entre señal y error

#### Sinusoide cuantizada de amplitud 9 niveles de cuantizacion



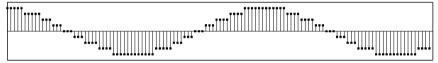
#### Error de cuantizacion



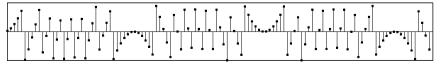
#### Distorsión

- señal compleja de gran amplitud: error asimilable a ruido blanco
- pocos pasos de cuantización: correlación entre señal y error
- · deja de percibirse como ruido, efecto de distorsión más nocivo

#### Sinusoide cuantizada de amplitud 9 niveles de cuantizacion

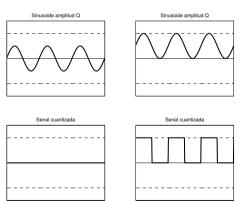


#### Error de cuantizacion



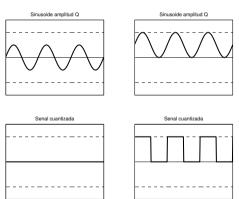
### Distorsión y dither

ullet sinusoides de amplitud Q centradas en nivel y paso de cuantización



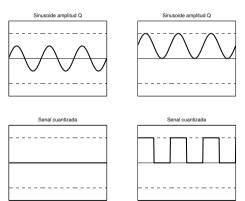
## Distorsión y dither

- ullet sinusoides de amplitud Q centradas en nivel y paso de cuantización
- cuantización introduce severa distorsión



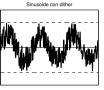
### Distorsión y dither

- ullet sinusoides de amplitud Q centradas en nivel y paso de cuantización
- cuantización introduce severa distorsión (armónicos y aliasing)

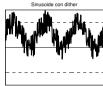


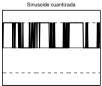
## Distorsión y dither

· agregando ruido de bajo nivel se elimina la correlación



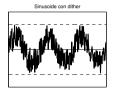


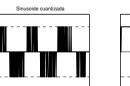


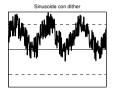


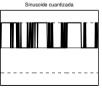
## Distorsión y dither

- · agregando ruido de bajo nivel se elimina la correlación
- baja la SNR, pero disminuye distorsión



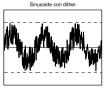


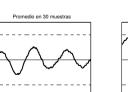


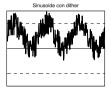


## Distorsión y dither

- · agregando ruido de bajo nivel se elimina la correlación
- baja la SNR, pero disminuye distorsión (y aumenta resolución)



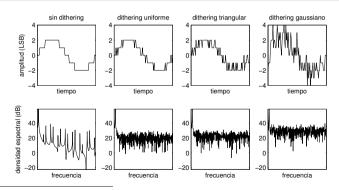






#### Dither

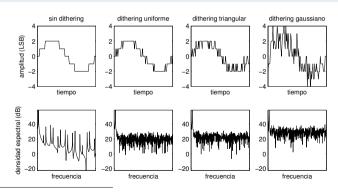
• tipos de dither: pdf rectangular, triangular, gaussiana\*



<sup>\*</sup>Pohlmann, K. C. (2000). Principles of Digital Audio

#### Dither

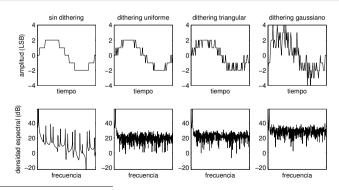
- tipos de dither: pdf rectangular, triangular, gaussiana\*
- · compromiso entre piso de ruido y eliminación de distorsión



<sup>\*</sup>Pohlmann, K. C. (2000). Principles of Digital Audio

#### Dither

- tipos de dither: pdf rectangular, triangular, gaussiana\*
- · compromiso entre piso de ruido y eliminación de distorsión
- aplicación: cuantización, re-cuantización (e.g. 24 a 16 bits)



<sup>\*</sup>Pohlmann, K. C. (2000), Principles of Digital Audio

## Noise shaping

• se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)

<sup>\*</sup>Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing

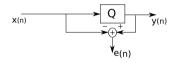
- se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)
- manipular ruido de cuantización y dither con criterios psicoacústicos

<sup>\*</sup>Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing

#### Noise shaping

- se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)
- manipular ruido de cuantización y dither con criterios psicoacústicos

$$y(n) = [x(n)]_Q = x(n) + e(n)$$

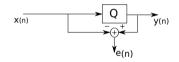


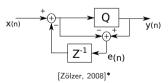
[Zölzer, 2008]\*

<sup>\*</sup>Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing

- se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)
- manipular ruido de cuantización y dither con criterios psicoacústicos

$$y(n) = [x(n)]_Q = x(n) + e(n)$$
  
 $y(n) = [x(n) - e(n-1)]_Q$ 





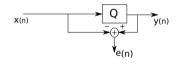
<sup>\*</sup>Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing

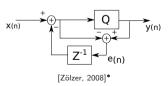
- se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)
- manipular ruido de cuantización y dither con criterios psicoacústicos

$$y(n) = [x(n)]_Q = x(n) + e(n)$$
  

$$y(n) = [x(n) - e(n-1)]_Q$$
  

$$= x(n) - e(n-1) + e(n)$$





<sup>\*</sup>Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing

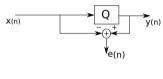
- se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)
- manipular ruido de cuantización y dither con criterios psicoacústicos

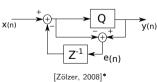
$$y(n) = [x(n)]_Q = x(n) + e(n)$$

$$y(n) = [x(n) - e(n-1)]_Q$$

$$= x(n) - e(n-1) + e(n)$$

$$= x(n) + \hat{e} \quad \hat{e} = e(n) - e(n-1)$$





<sup>\*</sup>Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing

### Noise shaping

- se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)
- · manipular ruido de cuantización y dither con criterios psicoacústicos

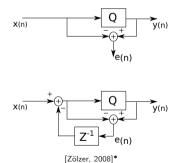
$$y(n) = [x(n)]_Q = x(n) + e(n)$$

$$y(n) = [x(n) - e(n-1)]_Q$$

$$= x(n) - e(n-1) + e(n)$$

$$= x(n) + \hat{e} \quad \hat{e} = e(n) - e(n-1)$$

filtro pasa altos:  $H(z) = \frac{z-1}{z}$ 



Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing

### Noise shaping

- se puede procesar el dither para hacerlo menos audible (e.g. pasaltos)
- manipular ruido de cuantización y dither con criterios psicoacústicos

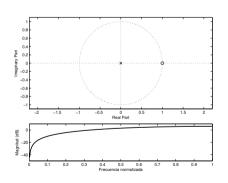
$$y(n) = [x(n)]_Q = x(n) + e(n)$$

$$y(n) = [x(n) - e(n-1)]_Q$$

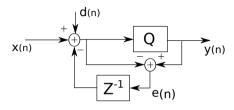
$$= x(n) - e(n-1) + e(n)$$

$$= x(n) + \hat{e} \quad \hat{e} = e(n) - e(n-1)$$

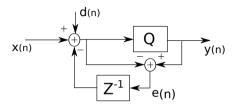
filtro pasa altos:  $H(z) = \frac{z-1}{z}$ 



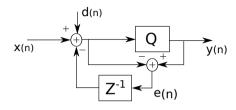
Zölzer, U. (2008). Digital Audio Signal Processing



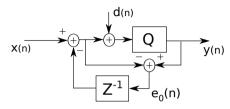
$$y(n) = [x(n) + d(n) - e(n-1)]_Q$$



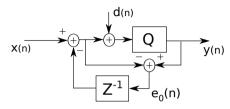
$$y(n) = [x(n) + d(n) - e(n-1)]_Q$$
  
=  $x(n) + d(n) - e(n-1) + e(n)$ 



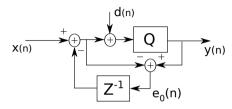
$$y(n) = [x(n) + d(n) - e(n-1)]_Q$$
  
=  $x(n) + d(n) - e(n-1) + e(n)$   
 $\hat{e} = d(n) + e(n) - e(n-1)$ 



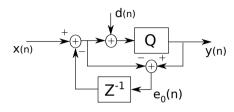
$$y(n) = [x(n) + d(n) - e_0(n-1)]_Q$$



$$y(n) = [x(n) + d(n) - e_0(n-1)]_Q$$
  
=  $x(n) + d(n) - e_0(n-1) + e(n)$ 



$$y(n) = [x(n) + d(n) - e_0(n-1)]_Q$$
  
=  $x(n) + d(n) - e_0(n-1) + e(n)$   
 $e_0(n) = y(n) - (x(n) - e_0(n-1))$ 

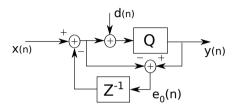


$$y(n) = [x(n) + d(n) - e_0(n-1)]_Q$$

$$= x(n) + d(n) - e_0(n-1) + e(n)$$

$$e_0(n) = y(n) - (x(n) - e_0(n-1))$$

$$= d(n) + e(n)$$



$$y(n) = [x(n) + d(n) - e_0(n-1)]_Q$$

$$= x(n) + d(n) - e_0(n-1) + e(n)$$

$$e_0(n) = y(n) - (x(n) - e_0(n-1))$$

$$= d(n) + e(n)$$

$$y(n) = x(n) + d(n) - d(n-1) + e(n) - e(n-1)$$

#### Software

- Sonic Visualiser http://www.sonicvisualiser.org/
- Audacity http://audacity.sourceforge.net/

## Referencias

- Pohlmann, K. C. (2000).

  Principles of Digital Audio.
- Rabiner, L. R. and Schafer, R. W. (2011).

  Theory and Applications of Digital Speech Processing.
- Zölzer, U. (2008).

  Digital Audio Signal Processing.