

N° de parcial	Cédula	Nombre y apellido	Salón

IMPORTANTE

- La duración del parcial es de 3 horas 20 minutos.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de Facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.

Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con V o F					
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5	VF6

Correcta: 3 puntos. Incorrecta: -2 puntos.
Sin responder: 0 puntos.

Respuestas múltiple opción: rellenar con A , B , C o D					
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	MO6

Correcta: 7 puntos. Incorrecta: -2 puntos.
Sin responder: 0 puntos.

Verdadero o Falso

1. Se consideran las ecuaciones en recurrencias

$$I: a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 2^n$$

y

$$II: a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = n^2 2^n.$$

Entonces una sucesión $(a_n)_{n \geq 0}$ es solución de I si y sólo si es solución de II.

2. Sea (A, R) una relación de orden con A finito, tal que existe un único elemento maximal y un único elemento minimal, entonces (A, R) es un orden total.
3. Existen exactamente dos grafos no isomorfos con siete vértices tales que dos vértices son de grado 3, dos vértices son de grado 4 y tres vértices son de grado 5.
4. Sea B un conjunto de n elementos, con $1 < n < \infty$. La cantidad de relaciones de orden que se pueden definir en B es mayor a la cantidad de relaciones de equivalencia que se pueden definir en B .
5. La función generatriz asociada a la sucesión $(0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, \dots)$ es $\frac{x}{(1-x^2)^2}$.
6. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido y sin lazos. Se cumple que G es un árbol si y solo si $\#V = \#E + 1$.

Múltiple Opción

1. Consideremos un conjunto parcialmente ordenado (P, \leq) con 121 elementos y que verifica que la mayor cadena tiene 10 elementos. La altura de un elemento $x \in P$, denotada por $h(x)$, se define como el mayor cardinal de una cadena $S \subseteq P$ que verifica $\max(S) = x$. Considere las siguientes propiedades:

P1) $h(x) = 1$ para todo elemento minimal $x \in P$.

P2) $h(x) = 10$ para todo elemento maximal $x \in P$.

P3) Existe una anticadena con 13 elementos.

A) (P, \leq) no verifica ninguna de las propiedades P1, P2 y P3.

B) (P, \leq) verifica las propiedades P2 y P3, pero no necesariamente la propiedad P1.

C) (P, \leq) verifica las propiedades P1 y P2, pero no necesariamente la propiedad P3.

D) (P, \leq) verifica las propiedades P1 y P3, pero no necesariamente la propiedad P2.

Recordar que el cardinal de la cadena $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ es n .

2. La cantidad de relaciones de equivalencia en $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ tales que $\#[2] = \#[3]$ y $\#[5] = 2$ es:

A) 27

B) 30

C) 18

D) 39

3. Se define la relación de orden R sobre el conjunto $A = \{2, 3, 4, \dots, 1998, 1999, 2000\}$ tal que xRy si y solo si x divide a y . ¿Cuántos elementos maximales existen en el orden parcial (A, R) ?

A) 1999

B) 1000

C) 500

D) 1001

4. El coeficiente de x^{15} de $\frac{(1-x^3)^5}{(1-x^5)^3}$ es:

A) 15

B) 11

C) 9

D) 10

5. ¿Cuántas hojas tiene un árbol con 5 vértices de grado 2, 2 vértices de grado 3, 5 vértices de grado 4, y 4 vértices de grado 5?

A) 16

B) 30

C) 20

D) 26

6. Consideremos la siguiente recurrencia:

$$d_n = 4d_{n-1} - 4d_{n-2} + 2, \text{ con } d_0 = 2, d_1 = -2.$$

El valor de d_{32} es:

A) 2^{38}

B) $-2^{38} - 2$

C) $-2^{38} + 2$

D) $2^{38} + 2$