

N° de parcial	Cédula	Nombre y apellido	Salón

IMPORTANTE

- La duración del parcial es de 3 horas 20 minutos.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de Facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.

Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con V o F					
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5	VF6

Correcta: 3 puntos. Incorrecta: -2 puntos.
Sin responder: 0 puntos.

Respuestas múltiple opción: rellenar con A , B , C o D					
MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	MO6

Correcta: 7 puntos. Incorrecta: -2 puntos.
Sin responder: 0 puntos.

Verdadero o Falso

1. Existen exactamente dos grafos no isomorfos con siete vértices tales que dos vértices son de grado 3, dos vértices son de grado 4 y tres vértices son de grado 5.
2. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido y sin lazos. Se cumple que G es un árbol si y solo si $\#V = \#E + 1$.
3. Sea (A, R) una relación de orden con A finito, tal que existe un único elemento maximal y un único elemento minimal, entonces (A, R) es un orden total.
4. Sea B un conjunto de n elementos, con $1 < n < \infty$. La cantidad de relaciones de orden que se pueden definir en B es mayor a la cantidad de relaciones de equivalencia que se pueden definir en B .
5. La función generatriz asociada a la sucesión $(0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, \dots)$ es $\frac{x}{(1-x^2)^2}$.
6. Se consideran las ecuaciones en recurrencias

$$\text{I: } a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 2^n$$

y

$$\text{II: } a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = n^2 2^n.$$

Entonces una sucesión $(a_n)_{n \geq 0}$ es solución de I si y sólo si es solución de II.

Múltiple Opción

1. Consideremos la siguiente recurrencia:

$$d_n = 4d_{n-1} - 4d_{n-2} + 2, \text{ con } d_0 = 2, d_1 = -2.$$

El valor de d_{32} es:

- A) 2^{38} B) $-2^{38} + 2$ C) $2^{38} + 2$ D) $-2^{38} - 2$
-

2. La cantidad de relaciones de equivalencia en $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ tales que $\#[2] = \#[3]$ y $\#[5] = 2$ es:

- A) 18 B) 27 C) 30 D) 39
-

3. Se define la relación de orden R sobre el conjunto $A = \{2, 3, 4, \dots, 1998, 1999, 2000\}$ tal que xRy si y solo si x divide a y . ¿Cuántos elementos maximales existen en el orden parcial (A, R) ?

- A) 1000 B) 500 C) 1999 D) 1001
-

4. ¿Cuántas hojas tiene un árbol con 5 vértices de grado 2, 2 vértices de grado 3, 5 vértices de grado 4, y 4 vértices de grado 5?

- A) 16 B) 20 C) 26 D) 30
-

5. Consideremos un conjunto parcialmente ordenado (P, \leq) con 121 elementos y que verifica que la mayor cadena tiene 10 elementos. La altura de un elemento $x \in P$, denotada por $h(x)$, se define como el mayor cardinal de una cadena $S \subseteq P$ que verifica $\max(S) = x$. Considere las siguientes propiedades:

- P1) $h(x) = 1$ para todo elemento minimal $x \in P$.
P2) $h(x) = 10$ para todo elemento maximal $x \in P$.
P3) Existe una anticadena con 13 elementos.

- A) (P, \leq) verifica las propiedades P1 y P2, pero no necesariamente la propiedad P3.
B) (P, \leq) verifica las propiedades P1 y P3, pero no necesariamente la propiedad P2.
C) (P, \leq) verifica las propiedades P2 y P3, pero no necesariamente la propiedad P1.
D) (P, \leq) no verifica ninguna de las propiedades P1, P2 y P3.

Recordar que el cardinal de la cadena $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ es n .

6. El coeficiente de x^{15} de $\frac{(1-x^3)^5}{(1-x^5)^3}$ es:

- A) 11 B) 9 C) 10 D) 15