Ingeniería de ontologías

Lógica descriptiva

Razonamiento

Agenda

- **Lógica descriptiva**
  - **Mecanismos de razonamiento**
  - **Algoritmo de tableau**
  - **Mundo abierto**

Lógica Descriptiva

Partimos de un conjunto de **nombres de conceptos atómicos *A*, *B*,..** y **nombres de roles atómicos *R*, *S*,.., nombres de individuos *a*, *b*, …**

Cada lógica permite construir conceptos y axiomas con diferente expresividad:

$\mathcal{ALC}$: $\top, \bot, \sqcap, \sqcup, \exists, \forall, \neg$

$\mathcal{S}$: $\mathcal{ALC}$ + **roles transitivos** Trans(R)

A $\mathcal{S}$ se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

$\mathcal{H}$: inclusión de roles $\mathcal{O}$: nominales $\{a\}$ $\mathcal{I}$: roles inversos

$\mathcal{N}$: restricciones numéricas $\mathcal{Q}$: restrictions numéricas calificadas

$\mathcal{R}$: Dis(R, S) roles disjuntos Irr(R) roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles: $(John, Mary) : \neg likes$,

Axiomas de inclusión de roles complejos: $R \circ S \sqsubseteq Q$, universal role U, $\exists R.Self$

Descripción de conceptos en lógica $\mathcal{ALCQ}$:

$C, D := \bot | \top | A | \neg C | C \sqcap D | C \sqcup D | \forall R.C | \exists R.C | >= nR.C$

Concepto vacío Todo el Universo

Lógica Descriptiva

$\mathcal{ALC}$: $\top, \bot, \sqcap, \sqcup, \exists, \forall, \neg$

$\mathcal{S}$: $\mathcal{ALC}$ + **roles transitivos** Trans(R)

A $\mathcal{S}$ se agregan constructores que se representan por diferentes letras:

$\mathcal{H}$: inclusión de roles $\mathcal{O}$: nominales $\{a\}$ $\mathcal{I}$: roles inversos

$\mathcal{N}$: restricciones numéricas $\mathcal{Q}$: restrictions numéricas calificadas

$\mathcal{R}$: Dis(R, S) roles disjuntos Irr(R) roles irreflexivos

Aserciones de negación de roles: $(John, Mary) : \neg likes,$

Axiomas de inclusión de roles complejos: $R \circ S \sqsubseteq Q,$ universal role $U, \exists R.Self$

$\mathcal{H}$: $R \sqsubseteq S$ *tieneHijo* $\sqsubseteq$ *tieneDescendiente*

$\mathcal{O}$: $\{a\}$ {*Uruguay*} $\mathcal{I}$: $S = R^-$ *Hijo = Padre*$^-$

$\mathcal{N}$: $>=nR.\top$ $>=2tieneHijo.\top$ $\mathcal{Q}$: $>=nR.C$ $>=2tieneHijo.Mujer$

$\mathcal{R}$: **Dis(R, S)** Dis(*esAmigoDe*, *esEnemigoDe*) **Irr(R)** Irr(*tieneHijo*)

$R \circ S \sqsubseteq Q$ *esHermano* $\circ$ *esPadre* $\sqsubseteq$ *esTio*

Roles transitivos: **Trans(R)** $\rightarrow R \circ R \sqsubseteq R$

Lógica Descriptiva

Base de conocimiento $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{R}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el dominio de un problema. $C \sqsubseteq D$

ABox $\mathcal{A}$: Conocimiento sobre individuos, descripción extensional, sobre el dominio de un problema. $C(a)$ $R(a, b)$ $a = b$ $a \neq b$

RBox $\mathcal{R}$: Conocimiento básico, descripción intensional sobre el conjunto de pares de elementos del dominio. $R \sqsubseteq S$ $\mathrm{Dis}(R, S)$ $R \circ S \sqsubseteq Q$

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$tieneHijo(maria, diego)$

$mariajose = majo$

$esPadre \circ esPadre \sqsubseteq esAbuelo$

Lógica Descriptiva

Interpretación

Sea $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$ tal que:

$\Delta^{\mathcal{I}}$: dominio de interpretación, conjunto no vacío

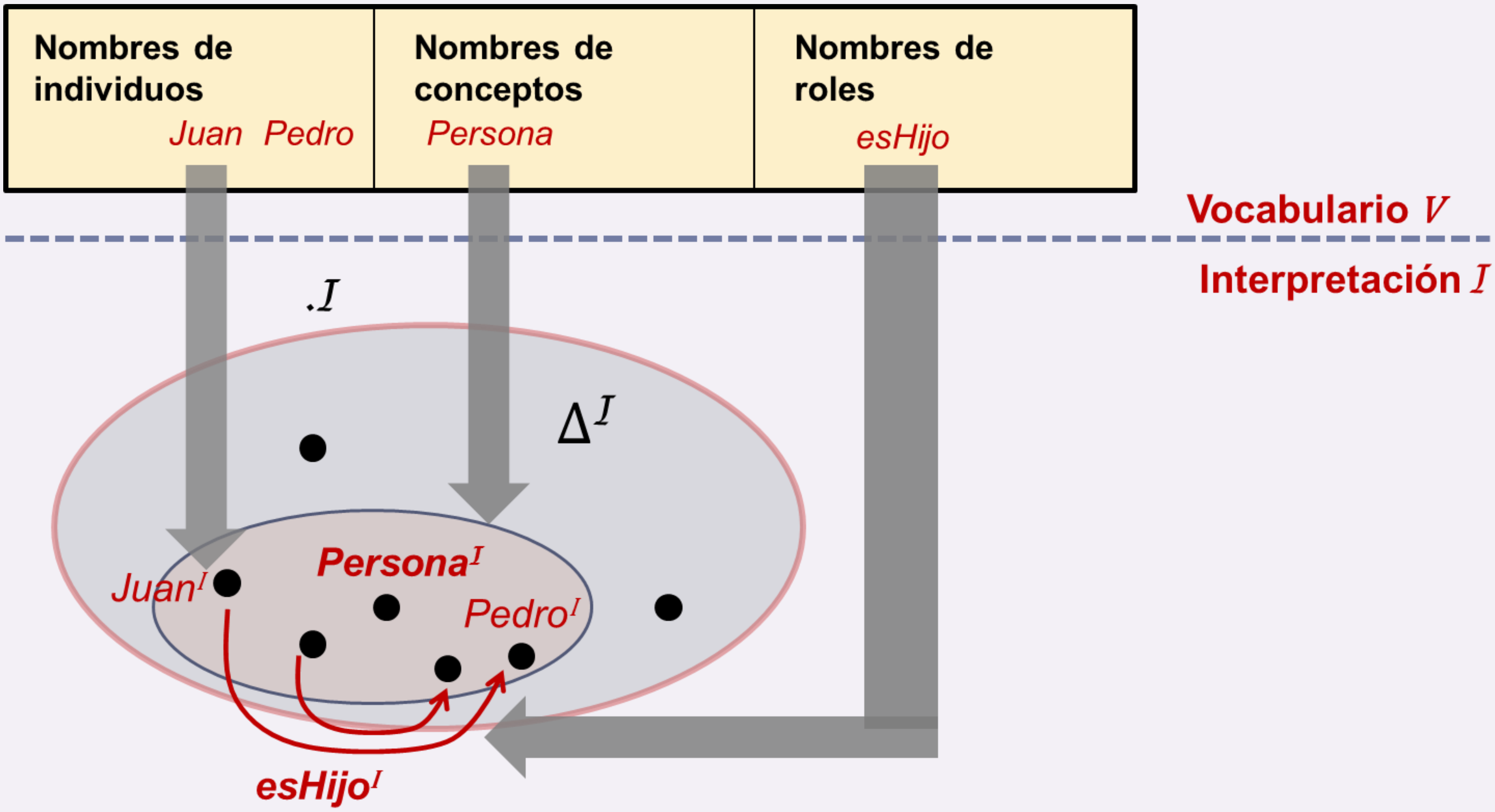
$\cdot^{\mathcal{I}}$: función de interpretación que asigna

- A cada concepto A un conjunto $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada rol R una relación binaria $R^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$
- A cada individuo a un elemento $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$

Constructor	DL	Semántica
bottom	$\bot$	$\emptyset$
top	$\top$	$\Delta^{\mathcal{I}}$
negación	$\neg C$	$\Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$
conjunción	$C \sqcap D$	$C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$
disjunción	$C \sqcup D$	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
restricción existencial	$\exists R.C$	$\{x \mid \exists y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\}$
restricción universal	$\forall R.C$	$\{x \mid \forall y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \rightarrow y \in C^{\mathcal{I}}\}$
restricción de cardinalidad	$>=nR.C$	$\{x \mid \#\{y.(x,y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} >= n\}$

Lógica Descriptiva

Interpretación



Lógica Descriptiva

Modelo de una base de conocimiento

Sea $\mathcal{I}$ = ($\Delta^{\mathcal{I}}$, $\cdot^{\mathcal{I}}$) una interpretación y $\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ una base de conocimiento,

$\mathcal{I}$ es un **modelo** de $\mathcal{K}$ si:

- $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ para todo $C \sqsubseteq D$ en $\mathcal{T}$
- $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo $C(a)$ en $\mathcal{A}$
- $\langle a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}} \rangle \in R^{\mathcal{I}}$ para todo $R(a, b)$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} = b^{\mathcal{I}}$ para todo $a = b$ en $\mathcal{A}$
- $a^{\mathcal{I}} \neq b^{\mathcal{I}}$ para todo $a \neq b$ en $\mathcal{A}$

$\mathcal{K}$ es consistente si existe $\mathcal{I}$ modelo de $\mathcal{K}$

Lógica Descriptiva –Mecanismos de razonamiento

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ Base de conocimiento

$\mathcal{K}$ es **consistente** si existe un modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$

C es **satisfactible** con respecto a $\mathcal{K}$ si existe un modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$ tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

C está **incluido** en D con respecto a $\mathcal{K}$

si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ se satisface para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K} \longrightarrow \mathcal{K} \models C \sqsubseteq D$

a es una **instancia** de C con respecto a $\mathcal{K}$

si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K} \longrightarrow \mathcal{K} \models C(a)$

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$:

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

Abox $\mathcal{A}$:

$Mujer(maria)$, $Mujer(juana)$, $Hombre(diego)$

$tieneHijo(maria, diego)$

$\mathcal{K} \vDash Hombre \sqsubseteq Persona$?

$\mathcal{K} \vDash Madre(maria)$?

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$:

$Mujer \sqsubseteq Persona$

$Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre$

$Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

Abox $\mathcal{A}$:

$Mujer(maria)$, $Mujer(juana)$, $Hombre(diego)$
$tieneHijo(maria, diego)$

$\mathcal{K} \vDash Hombre \sqsubseteq Persona$? → *Hombre* está **incluido** en *Persona*

$\mathcal{K} \vDash Madre(maria)$? → *maria* es una **instancia** de *Madre*

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$:

$Mujer \sqsubseteq Persona \quad Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre \quad Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer \sqcap Hombre \sqsubseteq \bot \qquad C \sqsubseteq Mujer \sqcap Hombre.$

Abox $\mathcal{A}$:

$Mujer(maria), Mujer(juana), Hombre(diego)$

$tieneHijo(maria, diego)$

C es satisfactible?

Mecanismos de razonamiento - Ejemplos

Mecanismos de razonamiento

Ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

TBox $\mathcal{T}$:

$Mujer \sqsubseteq Persona \quad Persona \equiv Mujer \sqcup Hombre \quad Madre \equiv Mujer \sqcap \exists tieneHijo.Persona$

$Mujer \sqcap Hombre \sqsubseteq \bot \qquad C \sqsubseteq Mujer \sqcap Hombre.$

Abox $\mathcal{A}$:

$Mujer(maria)$, $Mujer(juana)$, $Hombre(diego)$

$tieneHijo(maria, diego)$

C es satisfactible?

C no es satisfactible, ya que no existe ninguna interpretación tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$.

Lógica Descriptiva –Mecanismos de razonamiento

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ Base de conocimiento

$\mathcal{K}$ es **consistente** si existe un modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$

C es **satisfactible** con respecto a $\mathcal{K}$ si existe un modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$ tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

C está **incluido** en D con respecto a $\mathcal{K}$

si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ se satisface para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K} \longrightarrow \mathcal{K} \models C \sqsubseteq D$

a es una **instancia** de C con respecto a $\mathcal{K}$

si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K} \longrightarrow \mathcal{K} \models C(a)$

⇩

Algoritmo de razonamiento

Lógica Descriptiva –Mecanismos de razonamiento

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ Base de conocimiento

$\mathcal{K}$ es **consistente** si existe un modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$

C es **satisfactible** con respecto a $\mathcal{K}$ si existe un modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K}$ tal que $C^{\mathcal{I}} \neq \emptyset$

C está **incluido** en D con respecto a $\mathcal{K}$
si $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ se satisface para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K} \longrightarrow \mathcal{K} \models C \sqsubseteq D$

a es una **instancia** de C con respecto a $\mathcal{K}$
si $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$ para todo modelo $\mathcal{I}$ de $\mathcal{K} \longrightarrow \mathcal{K} \models C(a)$

Algoritmo de razonamiento → **TABLEAU**

Algoritmo de Tableau

Dada un base de conocimiento $\mathcal{K}$, intenta **construir un modelo de $\mathcal{K}$**

Si lo construye → $\mathcal{K}$ es **consistente**

Si no logra construirlo → $\mathcal{K}$ es **inconsistente**

Pasos:

- **Inicialización**:

  A partir de los individuos de $\mathcal{K}$ y de los axiomas de Abox, **construye un grafo (tableau) inicial**

- **Aplicación de reglas:**

  Extiende el grafo con la **aplicación de un conjunto de reglas**, que dependen de la lógica de $\mathcal{K}$

- **Terminación:**

  Si obtiene un grafo sobre el que **no se pueden aplicar más reglas**, y no existe **ninguna contradicción** → $\mathcal{K}$ es **consistente**

Algoritmo de Tableau - Grafo

Un **Tableau** para una base de conocimiento $\mathcal{ALC}$ es un **grafo** que se compone de:

- Un conjunto de **nodos etiquetados**, cada etiqueta es un nombre de *individuo* o de *variable*
- **Arcos dirigidos entre nodos**
- Dado un **nodo** con etiqueta ***x***, $\mathcal{L}(x)$ es un **conjunto de conceptos**
- Por cada **par de nodos *x*, *y***, $\mathcal{L}(x, y)$ es un **conjunto de roles**

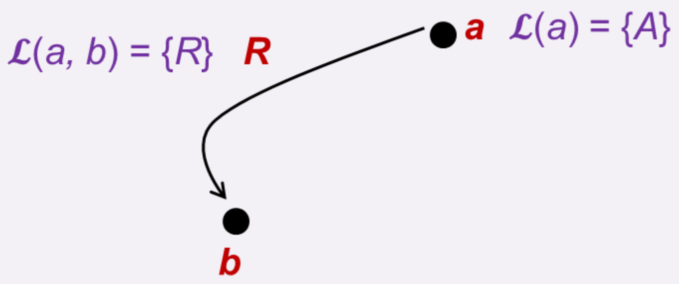


Tableau $\mathcal{ALC}$ – Inicialización

Se transforman todos los axiomas de $\mathcal{K}$ a forma normal de negación: **FNN**

FNN:

- La negación ocurre delante de los conceptos atómicos
- Ejemplo:

  $Abuela \sqcap \neg Madre$ **está en FNN**

  $\neg(\neg Abuela \sqcup Madre)$ no está en FNN

- $A \sqsubseteq B$ no está en FNN

  $\neg A \sqcup B$ **está en FNN → Concepto de Tbox**

Todos los elementos del dominio satisfacen los conceptos de Tbox

Tableau $\mathcal{ALC}$ – Inicialización

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$ en FNN

- Por cada individuo ***a*** en $\mathcal{K}$ se crea un nodo con etiqueta a, $\mathcal{L}(a) = \emptyset$
- Por cada par ***a, b*** de individuos, se crea un arco entre a y b, $\mathcal{L}(a, b) = \emptyset$
- Por cada axioma de ABox ***C*(*a*)** en $\mathcal{K}$, $\mathcal{L}(a) \leftarrow C$
- Por cada axioma de ABox ***R*(*a*, *b*)** en $\mathcal{K}$, $\mathcal{L}(a, b) \leftarrow R$

Ejemplo: $\mathcal{K} = \{ C(a), \neg C \sqcap D(a) \}$

Un nodo: a

$\mathcal{L}(a) = \{ C, \neg C \sqcap D \}$

Tableau $\mathcal{ALC}$ – Inicialización

$A \sqsubseteq B$
$A(a)$, $R(a, b)$

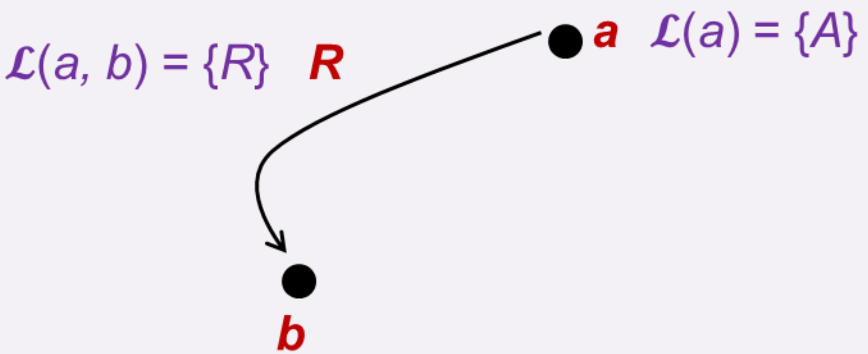


Tableau $\mathcal{ALC}$ – Inicialización

Otro ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Humano \sqsubseteq \exists tienePadre.Humano\} = \{\neg Humano \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

$\mathcal{A} = \{Ave(picaflor), Humano(picaflor)\}$

$\mathcal{L}(picaflor) = \{Ave, Humano\}$

picaflor

Tableau $\mathcal{ALC}$ – Aplicación de reglas

Se aplican **Reglas de Expansión**:

- **Regla ⊓**: Si $C \sqcap D \in \mathcal{L}(x)$ y $\{C, D\} \not\subseteq \mathcal{L}(x)$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C, D\}$
- **Regla ⊔**: Si $C \sqcup D \in \mathcal{L}(x)$ y $\{C, D\} \cap \mathcal{L}(x) = \emptyset$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C\}$ ó

  $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{D\}$
- **Regla ∃**: Si $\exists R.C \in \mathcal{L}(x)$ y no existe *y tal que* $R \in \mathcal{L}(x, y)$ y $C \in \mathcal{L}(\mathrm{y})$ entonces:
  - Se agrega un nodo con etiqueta *y*
  - $\mathcal{L}(x, y) = \{R\}$
  - $\mathcal{L}(y) = \{C\}$
- **Regla ∀**: Si $\forall R.C \in \mathcal{L}(x)$ y existe *y tal que* $R \in \mathcal{L}(x, y)$ y $C \notin \mathcal{L}(y)$ entonces

  $\mathcal{L}(\mathrm{y}) \leftarrow \{C\}$
- **Regla $\mathcal{T}$**: Si $C \in \mathcal{T}$ y $C \notin \mathcal{L}(x)$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C\}$

Tableau $\mathcal{ALC}$ – Inicialización y aplicación de reglas

Ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Humano \sqsubseteq \exists tienePadre.Humano\} = \{\neg Humano \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

$\mathcal{A} = \{Ave(picaflor), Humano(picaflor)\}$

$\mathcal{L}(picaflor) = \{Ave, Humano, \neg Humano \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

picaflor

Tableau $\mathcal{ALC}$ – Inicialización y aplicación de reglas

Otro ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Humano \sqsubseteq \exists tienePadre.Humano\} = \{\neg Humano \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

$\mathcal{A} = \{Ave(picaflor), Humano(picaflor)\}$

$\mathcal{L}(picaflor) = \{Ave, Humano, \cancel{\neg Humano} \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

$\mathcal{L}(x) = \{Humano, \neg Humano \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

$$
\begin{tikzcd}
picaflor \arrow[d, "tienePadre"] \\
x
\end{tikzcd}
$$

Tableau $\mathcal{ALC}$ – Inicialización y aplicación de reglas

Otro ejemplo:

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Humano \sqsubseteq \exists tienePadre.Humano\} = \{\neg Humano \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

$\mathcal{A} = \{Ave(picaflor), Humano(picaflor)\}$

$\mathcal{L}(picaflor) = \{Ave, Humano, \cancel{\neg Humano} \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

$\mathcal{L}(x) = \{Humano, \cancel{\neg Humano} \sqcup \exists tienePadre.Humano\}$

picaflor

$\downarrow$

x

$\mathcal{L}(picaflor, x) = \{tienePadre\}$

Tableau $\mathcal{ALC}$ – Terminación

Cuándo **paramos** de aplicar reglas?

- El grafo tiene una **contradicción** si existen a y C tal que

  $\{C, \neg C\} \subseteq \mathcal{L}(a)$

Cuando no se puede aplicar más reglas:

- Si por **todos los caminos** se llega a una **contradicción**: **base inconsistente**
- Si por algún camino no hay contradicción, **encontré un modelo**:

$$
\begin{tikzcd}
& \mathcal{L}_0 \arrow[d] & \\
& \mathcal{L}_1 \arrow[dl, "\sqcup"'] \arrow[dr, "\sqcup"] & \\
\mathcal{L}_2 & & \mathcal{L}_3 \arrow[d] \\
& & \mathcal{L}_4
\end{tikzcd}
$$

base consistente

Tableau – Estrategia de aplicación de las reglas

Estrategia de aplicación de las reglas: **NO DETERMINISTA**

- Qué regla aplicar en cada paso

- Regla $\sqcup$: Si $C \sqcup D \in \mathcal{L}(x)$ y $\{C, D\} \cap \mathcal{L}(x) = \emptyset$ entonces $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{C\}$ ó $\mathcal{L}(x) \leftarrow \{D\}$

Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

≠

Información en una **base de datos** se asume **completa**

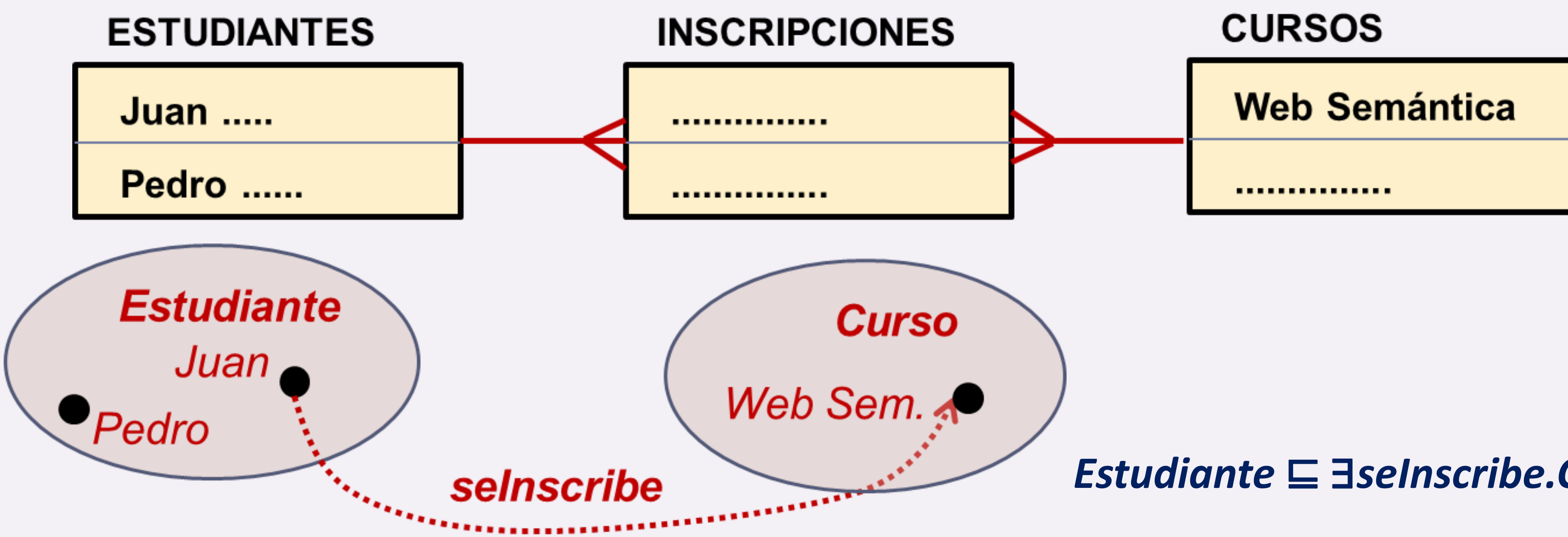
- No se puede derivar que una afirmación es falsa, porque no pueda demostrarse que es verdadera.
- **No se puede derivar falsedad de la ausencia de verdad**

Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

$\neq$

Información en una **base de datos** se asume **complete**



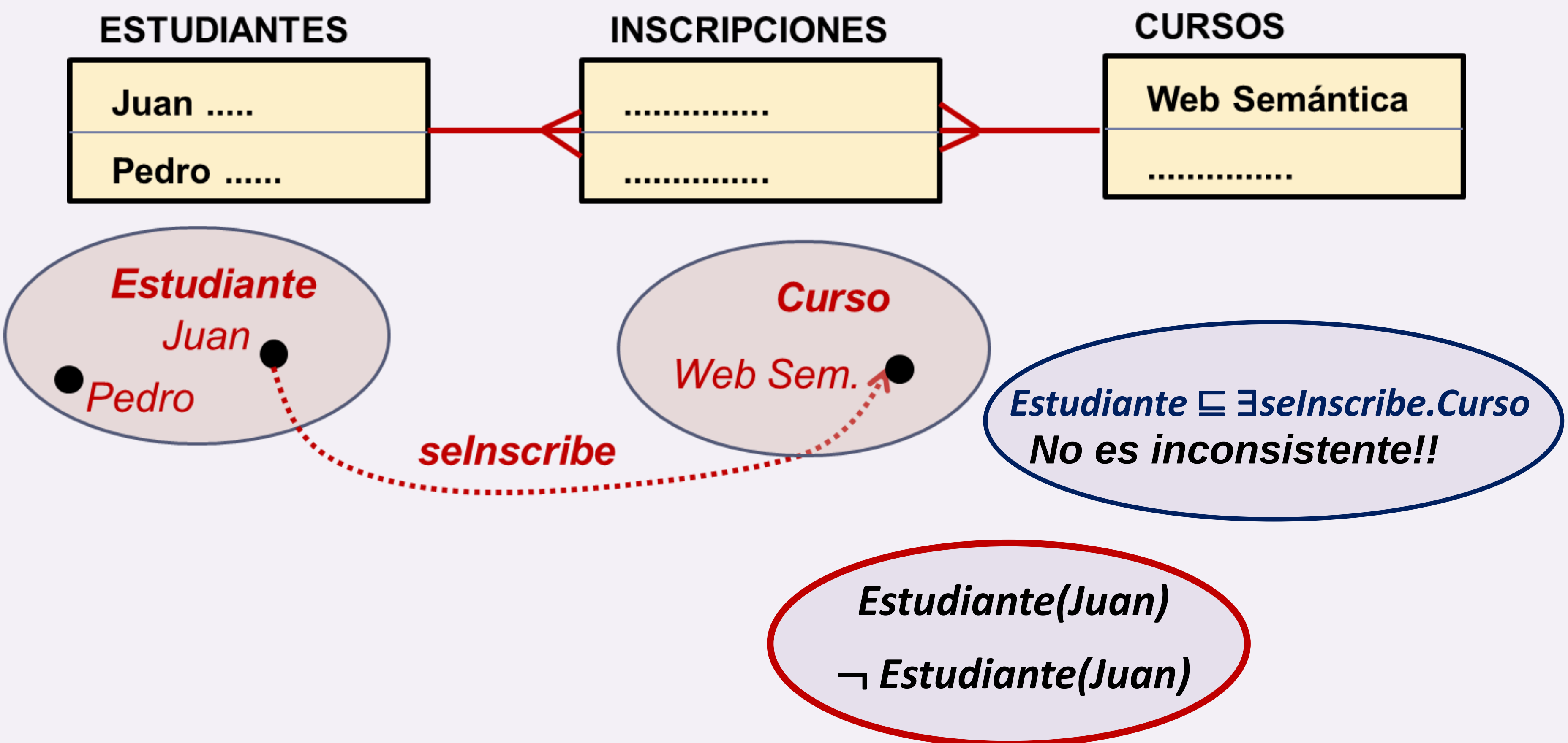
Estudiante $\sqsubseteq$ *∃seInscribe.Curso*

Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

$\neq$

Información en una **base de datos** se asume **complete**

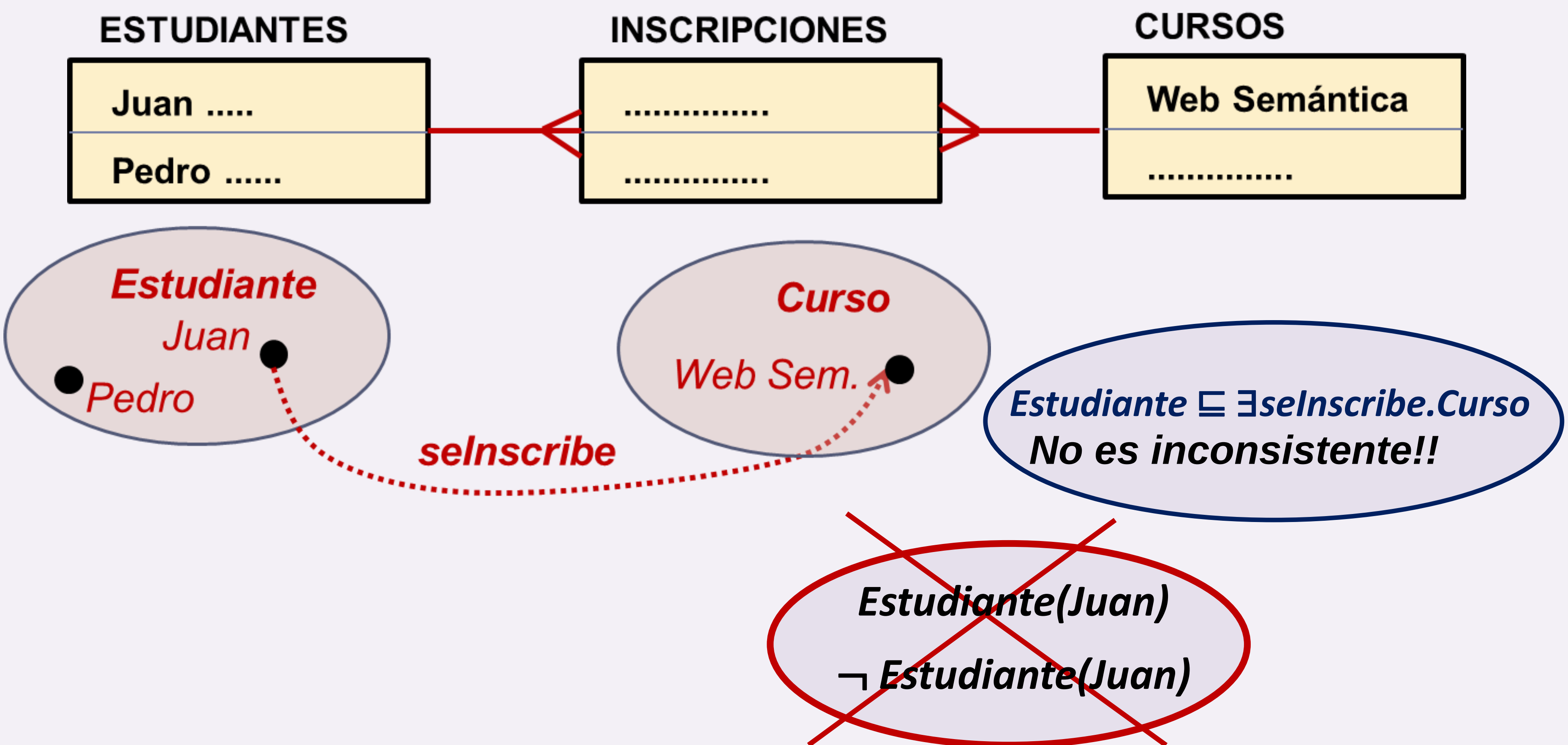


Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

$\neq$

Información en una **base de datos** se asume **complete**



Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

$\neq$

Información en una **base de datos** se asume **completa**

DL asume **SUN**: *Supuesto de Unicidad de Nombres*

Pero **OWL no asume SUN**:

- En el mundo de la Web no es realista este supuesto, ya que el mismo recurso puede existir con dos URIS diferentes
- Se debe declarar explícitamente que **dos individuos son diferentes**.

Juan ● $=$ ● *Pedro*

Juan ● $\neq$ ● *Pedro*

Mundo abierto

Información en la **Web** puede estar **incompleta**

≠

Información en una **base de datos** se asume **completta**

- No se puede derivar que una afirmación es falsa, porque no pueda demostrarse que es verdadera.
- No se puede derivar falsedad de la ausencia de verdad

El razonador sigue este paradigma!!

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Hombre \sqsubseteq Humano,\ \ Pájaro \sqsubseteq Ave\}$

$\mathcal{A} = \{\boldsymbol{Pájaro(miPicaflor),\ \ Hombre(Juan)}\}$

***miPicaflor* es *Humano*?**

***Juan* es *Ave*?**

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Hombre \sqsubseteq Humano,\ \ Pájaro \sqsubseteq Ave\} = \boldsymbol{\{\neg Hombre \sqcup Humano, \neg Pájaro \sqcup Ave\}}$

$\mathcal{A} = \boldsymbol{\{Pájaro(miPicaflor),\ \ Hombre(Juan)\}}$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Hombre \sqsubseteq Humano,\ \ Pájaro \sqsubseteq Ave\} = \boldsymbol{\{\neg Hombre \sqcup Humano, \neg Pájaro \sqcup Ave\}}$

$\mathcal{A} = \boldsymbol{\{Pájaro(miPicaflor),\ \ Hombre(Juan)\}}$

$\mathcal{L}(miPicaflor) = \{\ Pájaro\ \}$

$\mathcal{L}(Juan) = \{\ Hombre\ \}$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Hombre \sqsubseteq Humano,\ \ Pájaro \sqsubseteq Ave\} = \boldsymbol{\{\neg Hombre \sqcup Humano,\ \neg Pájaro \sqcup Ave\}}$

$\mathcal{A} = \boldsymbol{\{Pájaro(miPicaflor),\ \ Hombre(Juan)\}}$

$\mathcal{L}(miPicaflor) = \{\ Pájaro,\ \neg Hombre \sqcup Humano,\ \neg Pájaro \sqcup Ave\}$

$\mathcal{L}(Juan) = \{\ Hombre,\ \neg Hombre \sqcup Humano,\ \neg Pájaro \sqcup Ave\}$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{\textit{Hombre} \sqsubseteq \textit{Humano},\ \textit{Pájaro} \sqsubseteq \textit{Ave}\} = \boldsymbol{\{\neg \textit{Hombre} \sqcup \textit{Humano}, \neg \textit{Pájaro} \sqcup \textit{Ave}\}}$

$\mathcal{A} = \boldsymbol{\{\textit{Pájaro}(\textit{miPicaflor}),\ \textit{Hombre}(\textit{Juan})\}}$

$\mathcal{L}(\textit{miPicaflor}) = \{\textit{Pájaro}, \neg \textit{Hombre} \sqcup \textbf{\textit{Humano}}, \neg \cancel{\textit{Pájaro}} \sqcup \textit{Ave}\}$

$\mathcal{L}(\textit{Juan}) = \{\ \textit{Hombre}, \neg \cancel{\textit{Hombre}} \sqcup \textit{Humano}, \neg \textit{Pájaro} \sqcup \textbf{\textit{Ave}}\}$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Hombre \sqsubseteq Humano,\ \ Pájaro \sqsubseteq Ave\} = \{\boldsymbol{\neg Hombre \sqcup Humano, \neg Pájaro \sqcup Ave}\}$

$\mathcal{A} = \{\mathbf{Pájaro(miPicaflor),\ \ Hombre(Juan)}\}$

$\mathcal{L}(miPicaflor) = \{Pájaro, \neg Hombre \sqcup \mathbf{Humano}, \cancel{\neg Pájaro \sqcup Ave}\}$

$\mathcal{L}(Juan) = \{ Hombre, \cancel{\neg Hombre \sqcup Humano}, \neg Pájaro \sqcup \mathbf{Ave}\}$

No hay inconsistencia, pero existe **un modelo** donde *Ave* y *Humano* tienen instancias comunes

Explícitamente se debe expresar que *Ave* y *Humano* son clases disjuntas

⇩

$\{\boldsymbol{Ave \sqcap Humano \sqsubseteq \bot}\} = \{\neg(Ave \sqcap Humano) \sqcup \bot\} = \{\boldsymbol{\neg Ave \sqcup \neg Humano \sqcup \bot}\}$

Tableau – Mundo abierto

Clases disjuntas

$\mathcal{K} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A} \rangle$

$\mathcal{T} = \{Hombre \sqsubseteq Humano,\ \ Pájaro \sqsubseteq Ave\} = \{\neg Hombre \sqcup Humano,\ \neg Pájaro \sqcup Ave\}$

$\mathcal{A} = \{Pájaro(miPicaflor),\ \ Hombre(Juan)\}$

$\mathcal{L}(miPicaflor) = \{Pájaro,\ \neg Hombre \sqcup Humano,\ \cancel{\neg Pájaro \sqcup Ave}\}$

$\mathcal{L}(Juan) = \{\ Hombre,\ \cancel{\neg Hombre \sqcup Humano},\ \neg Pájaro \sqcup Ave\}$

$\{Ave \sqcap Humano \sqsubseteq \bot\} = \{\neg(Ave \sqcap Humano) \sqcup \bot\} = \{\neg Ave \sqcup \neg Humano \sqcup \bot\}$

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: ∀, ∃

$Padre \sqsubseteq \forall tieneHijo.Humano$ → ∀ se satisface trivialmente: ∀ **no implica** ∃

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: ∀, ∃

$Padre \sqsubseteq \forall tieneHijo.Humano$ → ∀ se satisface trivialmente: ∀ **no implica** ∃

Para expresar que todos los padres **deben tener al menos** un hijo:

$Padre \sqsubseteq \exists tieneHijo.Humano$

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: ∀, ∃

$Padre \sqsubseteq \exists tieneHijo.Humano$

Mundo abierto: los padres pueden tener otros hijos que no sean humanos…

Tableau – Mundo abierto

Restricciones: ∀, ∃

$Padre \sqsubseteq \exists tieneHijo.Humano$

Mundo abierto: los padres pueden tener otros hijos que no sean humanos…

Para **"cerrar"** este mundo:

$\boldsymbol{Padre \sqsubseteq \exists tieneHijo.Humano \sqcap \forall tieneHijo.Humano}$

Axioma de Clausura

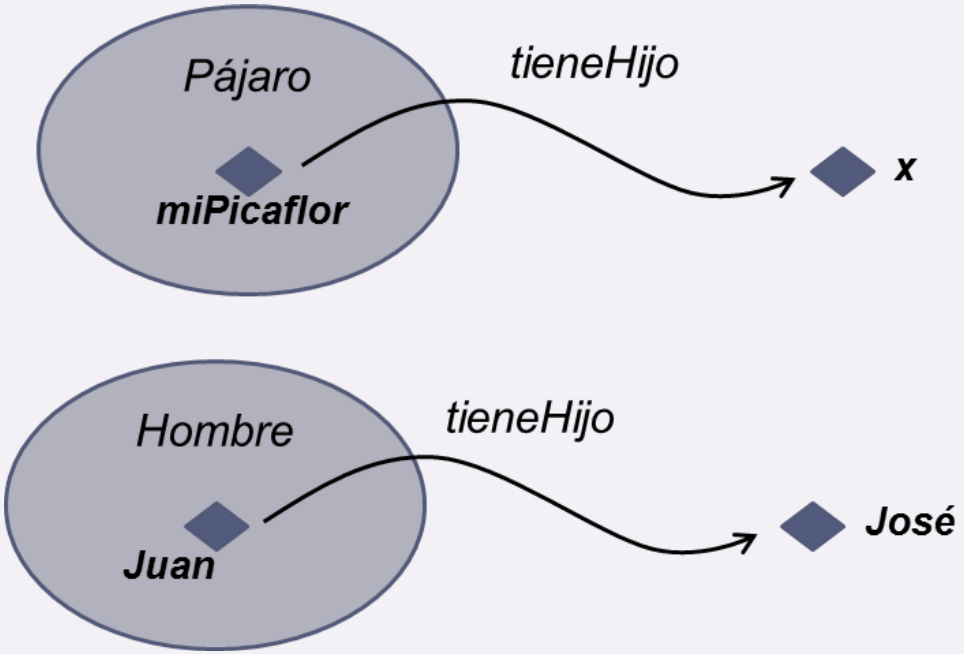
Tableau – Mundo abierto

Dominio y rango

Axiomas de dominio y rango son usados por el razonador para hacer inferencias, NO para chequear inconsistencia

$\mathcal{T}$ = {$\exists$***tieneHijo.***$\top \sqsubseteq$ ***Hombre***}

$\mathcal{A}$ = {*Pájaro*(*miPicaflor*), *Hombre*(*Juan*), *tieneHijo*(*Juan, José*), *tieneHijo*(*miPicaflor, x*)}



¿Qué hace el razonador?

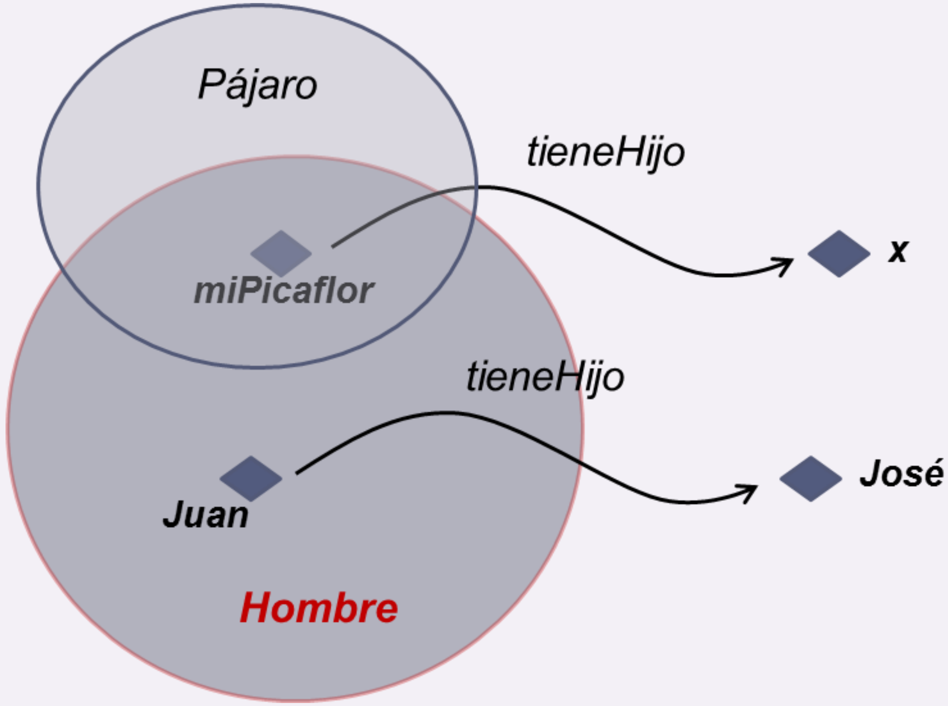
Tableau – Mundo abierto

Dominio y rango

Axiomas de dominio y rango son usados por el razonador para hacer inferencias, NO para chequear inconsistencia

$\mathcal{T} = \{\exists \textit{tieneHijo}.\top \sqsubseteq \textit{Hombre}\} = \{\neg \exists \textit{tieneHijo}.\top \sqcup \textit{Hombre}\}$

$\mathcal{A} = \{\textit{Pájaro}(\textit{miPicaflor}),\ \textit{Hombre}(\textit{Juan}), \textit{tieneHijo}(\textit{Juan}, \textit{José}), \textit{tieneHijo}(\textit{miPicaflor}, x)\}$



Ejercicio

$\mathcal{T}$ = {***Hombre ⊑ Humano, Mujer ⊑ Humano,***

Humano ⊑ ∀tieneAmigo.Mujer ⊓ ∃tienePadre.Hombre}

$\mathcal{A}$ = {*Hombre*(*Pedro*), *Hombre*(*Juan*), *Mujer*(*María*), *tieneAmigo*(*Pedro, María*),

tieneAmigo(*Pedro, Juan*), *tienePadre*(*María, Juan*)}

Ejercicio

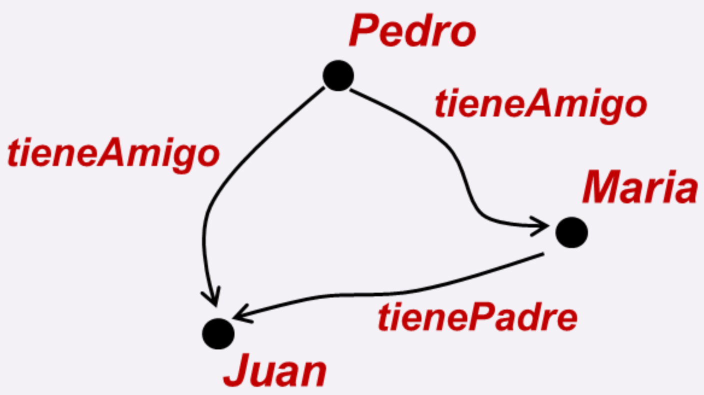
$\mathcal{T}$ = {***Hombre* $\sqsubseteq$ *Humano, Mujer* $\sqsubseteq$ *Humano, Humano* $\sqsubseteq$ $\forall$*tieneAmigo.Mujer* $\sqcap$ $\exists$*tienePadre.Hombre***} =

{$\neg$ *Hombre* $\sqcup$ *Humano,* $\neg$ *Mujer* $\sqcup$ *Humano,* $\neg$ *Humano* $\sqcup$ ($\forall$*tieneAmigo.Mujer* $\sqcap$ $\exists$*tienePadre.Hombre*)}

$\mathcal{A}$ = {*Hombre*(*Pedro*), *Hombre*(*Juan*), *Mujer*(*María*), *tieneAmigo*(*Pedro, María*),

tieneAmigo(*Pedro, Juan*), *tienePadre*(*María, Juan*)}

$\mathcal{L}(Pedro) = \{Hombre\}$



$\mathcal{L}(Maria) = \{Mujer\}$

$\mathcal{L}(Juan) = \{Hombre\}$

$\mathcal{L}(Pedro,\ Juan) = \{tieneAmigo\}$

$\mathcal{L}(Pedro,\ Maria) = \{tieneAmigo\}$

$\mathcal{L}(Maria,\ Juan) = \{tienePadre\}$

Ejercicio

$\mathcal{T}$ = {**Hombre ⊑ Humano, Mujer ⊑ Humano, Humano ⊑ ∀tieneAmigo.Mujer ⊓ ∃tienePadre.Hombre**} =

{¬ *Hombre* ⊔ *Humano*, ¬ *Mujer* ⊔ *Humano*, ¬ *Humano* ⊔ (∀*tieneAmigo.Mujer* ⊓ ∃*tienePadre.Hombre*)}

$\mathcal{A}$ = {*Hombre*(*Pedro*), *Hombre*(*Juan*), *Mujer*(*María*), *tieneAmigo*(*Pedro*, *María*)},

tieneAmigo(*Pedro*, *Juan*), *tienePadre*(*María*, *Juan*)}

$\mathcal{L}(x) = \{Hombre, \ \ldots\ldots\}$

$\mathcal{L}(y) = \{Hombre, \ \ldots\ldots\}$

$\mathcal{L}(Pedro) = \{\mathbf{Hombre},\ \neg \cancel{Hombre} \sqcup \mathbf{Humano},\ \neg \cancel{Mujer} \sqcup \mathbf{Humano},\ \neg \cancel{Humano} \sqcup (\forall tieneAmigo.Mujer \sqcap \exists tienePadre.Hombre),\ \forall \mathbf{tieneAmigo.Mujer},\ \exists \mathbf{tienePadre.Hombre}\}$

$\mathcal{L}(Maria) = \{\mathbf{Mujer},\ \neg \cancel{Hombre} \sqcup \mathbf{Humano},\ \neg \cancel{Mujer} \sqcup \mathbf{Humano},\ \neg \cancel{Humano} \sqcup (\forall tieneAmigo.Mujer \sqcap \exists tienePadre.Hombre),\ \forall \mathbf{tieneAmigo.Mujer},\ \exists \mathbf{tienePadre.Hombre}\}$

$\mathcal{L}(Juan) = \{Hombre,\ \neg \cancel{Hombre} \sqcup Humano,\ \neg \cancel{Mujer} \sqcup Humano,\ \neg \cancel{Humano} \sqcup (\forall tieneAmigo.Mujer \sqcap \exists tienePadre.Hombre),\ \forall \mathbf{tieneAmigo.Mujer},\ \exists \mathbf{tienePadre.Hombre},\ \mathbf{Mujer}\}$

$\mathcal{L}(Pedro,\ Juan) = \{tieneAmigo\}$

$\mathcal{L}(Pedro,\ Maria) = \{tieneAmigo\}$

$\mathcal{L}(Maria,\ Juan) = \{tienePadre\}$

$\mathcal{L}(Pedro,\ x) = \{tienePadre\}$

$\mathcal{L}(Juan,\ y) = \{tienePadre\}$

Ejercicio

$\mathcal{T} = \{\mathit{Hombre} \sqsubseteq \mathit{Humano},\ \mathit{Mujer} \sqsubseteq \mathit{Humano},$

$\mathit{Humano} \sqsubseteq \forall \mathit{tieneAmigo}.\mathit{Mujer} \sqcap \exists \mathit{tienePadre}.\mathit{Hombre},$

$\mathit{Hombre} \sqcap \mathit{Mujer} \sqsubseteq \bot\}$

$\mathcal{A} = \{\mathit{Hombre}(\mathit{Pedro}),\ \mathit{Hombre}(\mathit{Juan}),\ \mathit{Mujer}(\mathit{María}),\ \mathit{tieneAmigo}(\mathit{Pedro}, \mathit{María})\},$

$\mathit{tieneAmigo}(\mathit{Pedro}, \mathit{Juan}),\ \mathit{tienePadre}(\mathit{María}, \mathit{Juan})\}$

Ejercicio

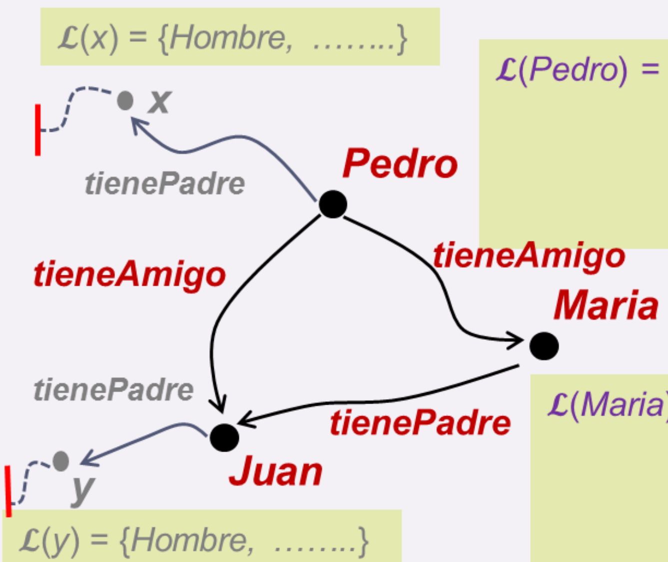
$\mathcal{T}$ = {**Hombre ⊑ Humano, Mujer ⊑ Humano, Humano ⊑ ∀tieneAmigo.Mujer ⊓ ∃tienePadre.Hombre,**

Hombre ⊓ Mujer ⊑ ⊥} = {¬ *Hombre* ⊔ *Humano*, ¬ *Mujer* ⊔ *Humano*,

¬ *Humano* ⊔ (∀*tieneAmigo.Mujer* ⊓ ∃*tienePadre.Hombre*), **¬ Hombre ⊔ ¬ Mujer ⊔ ⊥**}

$\mathcal{A}$ = {*Hombre*(*Pedro*), *Hombre*(*Juan*), *Mujer*(*María*), *tieneAmigo*(*Pedro, María*)},

tieneAmigo(*Pedro, Juan*), *tienePadre*(*María, Juan*)}



$\mathcal{L}(Pedro) = \{\mathbf{Hombre}, \cancel{\neg Hombre} \sqcup \mathbf{Humano}, \cancel{\neg Mujer} \sqcup \mathbf{Humano}, \cancel{\neg Humano} \sqcup (\forall tieneAmigo.Mujer \sqcap \exists tienePadre.Hombre), \forall \mathbf{tieneAmigo.Mujer}, \exists \mathbf{tienePadre.Hombre}, \cancel{\neg \mathbf{Hombre}} \sqcup \neg \mathbf{Mujer} \sqcup \bot\}$

$\mathcal{L}(Maria) = \{\mathbf{Mujer}, \cancel{\neg Hombre} \sqcup \mathbf{Humano}, \cancel{\neg Mujer} \sqcup \mathbf{Humano}, \cancel{\neg Humano} \sqcup (\forall tieneAmigo.Mujer \sqcap \exists tienePadre.Hombre), \forall \mathbf{tieneAmigo.Mujer}, \exists \mathbf{tienePadre.Hombre}, \neg \mathbf{Hombre} \sqcup \cancel{\neg \mathbf{Mujer}} \sqcup \bot\}$

$\mathcal{L}(Juan) = \{Hombre, \cancel{\neg Hombre} \sqcup Humano, \cancel{\neg Mujer} \sqcup Humano, \cancel{\neg Humano} \sqcup (\forall tieneAmigo.Mujer \sqcap \exists tienePadre.Hombre), \forall \mathbf{tieneAmigo.Mujer}, \exists \mathbf{tienePadre.Hombre}, \mathbf{Mujer}, \neg \mathbf{Hombre} \sqcup \neg \mathbf{Mujer} \sqcup \bot\}$

Contradicción!!

Bibliografía

Description Logics Handbook: Theory, Implementation, and Applications. Editores Franz Baader and Diego Calvanese and Deborah L. McGuinness and Daniele Nardi and Peter F. Patel-Schneider. 2003.

Capítulo 2.

Pascal Hitzler, Markus Krötzsch, Sebastian Rudolph: Foundations of Semantic Web Technologies, Chapman & Hall/CRC, 2009.

Capítulo 5.