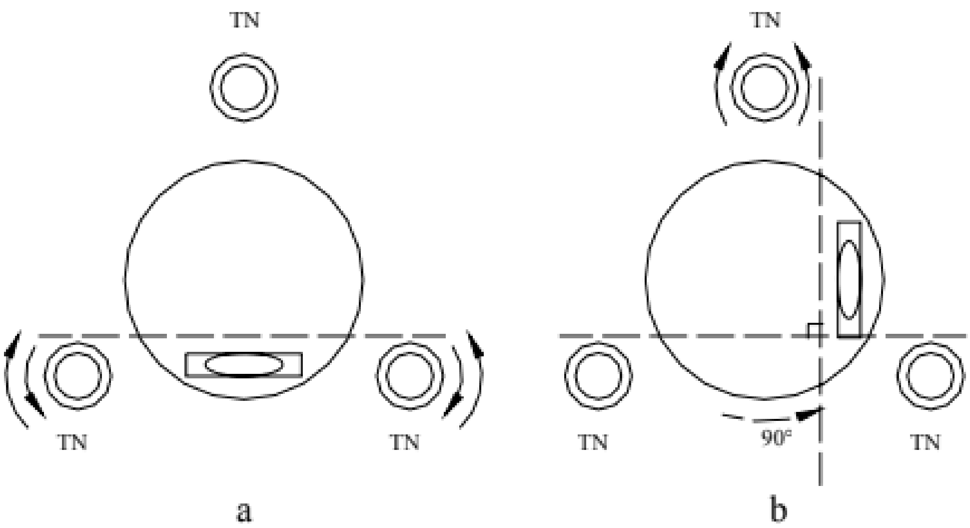
# TEMA 8: ERRORES INSTRUMENTALES ESTACIÓN TOTAL

## PUESTA EN ESTACIÓN DE UNA ESTACIÓN TOTAL

1) Coloque el instrumento sobre la estación tratando que la base del trípode esté lo más nivelada posible, y la plomada lo más cerca posible del punto de estación. Debe tenerse cuidado de extender las patas del trípode hasta una altura conveniente para que el proceso de medición se haga en forma cómoda y rápida. (poder leer puntos bajo y alto de la línea horizontal, y de tal manera que no genere dolencias en la espalda a largo plazo).
2) Fije una de las patas del trípode firmemente al terreno y levantando las otras dos, mientras observa la plomada (óptica o láser), muévalos lentamente hasta que el retículo de la plomada óptica coincida exactamente con el punto de estación, o el puntero laser coincida con el punto de estación.
3) Fije las patas del trípode firmemente al terreno y actuando sobre los tornillos nivelantes de la base de la Estación Total; vuelva a centrar la plomada sobre la estación.
4) Deslizando las patas extensibles del trípode, centre la burbuja del nivel esférico de la base de la estación total
5) Compruebe que la plomada aun coincida con el punto de estación. De ser necesario, afloje un poco el tornillo de sujeción del trípode a la base del teodolito y desplace suavemente la base hasta volver a lograr la coincidencia. Ajuste nuevamente el tornillo de sujeción.
6) Con los tornillos nivelantes, vuelva a centrar la burbuja del nivel esférico.
7) Proceda a nivelar el nivel tórico, alineando el eje del nivel paralelo a dos tornillos nivelantes tal y como se muestra en la figura.

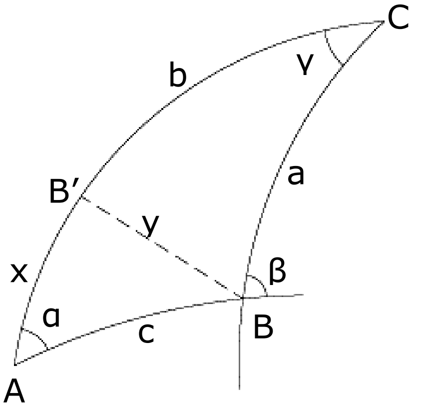



8) Centre la burbuja del nivel tórico con rotación opuesta de los tornillos nivelantes paralelos.
9) Rote la alidada 90° y centre nuevamente la burbuja con el tornillo restante tal y como se muestra en la figura b.
10) Repita los pasos 7, 8, y 9 hasta que la burbuja quede centrada en cualquier posición.

Si para cualquier posición de la alidada no se logra el centrado de la burbuja, se debe proceder a la rectificación de los niveles, así como del compensador. (se recomienda llevar a calibración)

## FÓRMULAS DIFERENCIALES DE TRIGONOMETRÍA ESFERICA

La siguiente figura representa un triangulo infinitesimal con un ángulo muy agudo γ y el lado opuesto c muy pequeño. Trazando por B una perpendicular BB’ al lado b, se forma un triángulo rectángulo AB’B, que puede considerarse como rectilíneo.




En el triángulo CBB’, también rectángulo, se tiene:

$$sen\,\gamma = \frac{sen\,y}{sen\,a}$$

Y por la pequeñez de γ e y resulta:

$$\gamma = \frac{y}{sen\,a} \rightarrow y = \gamma . sen\,a \qquad (1)$$

Con igual aproximación, se puede considerar, siendo AC=b: $y = \gamma . sen\,b$ (2)

Además, se tiene:

$$\frac{sen\,\beta}{sen\,\alpha} = \frac{sen\,b}{sen\,a} \qquad (3)$$

Y por ser aproximadamente iguales β y α, se puede considerar:

$$\beta = \alpha + (\beta - \alpha) \qquad b = a + x$$

Con lo cual, desarrollando los senos correspondientes, tendremos:

$$sen\beta = sen\alpha + (\beta + \alpha)cos\alpha \qquad senb = sena + x.cosa$$

De donde, teniendo en cuenta la igualdad (3), resulta:

$$1 + (\beta - \alpha)cot\alpha = 1 + xcot\alpha \qquad o\ bien, \qquad \beta - \alpha = xcot\alpha$$

De acuerdo con la figura:

$$xtg\alpha = y \qquad \| \qquad y = csen\alpha$$

Sustituyendo en (4):

$$\beta - \alpha = \gamma cosa \qquad o\ bien, \qquad \beta - \alpha = c.sen\alpha.cota \qquad (5)$$

Para la correcta medición de ángulos horizontales y verticales utilizando la Estación Total, deben cumplirse como mínimo, las siguientes condiciones de fabricación:

- El eje principal (eje de giro de la alidada) debe ser vertical.
- El eje secundario debe ser normal a éste, por lo tanto, horizontal.
- El eje de colimación debe ser normal al eje secundario.
- El eje principal debe pasar por el centro del limbo.

## ERROR DE INCLINACIÓN DEL EJE PRINCIPAL

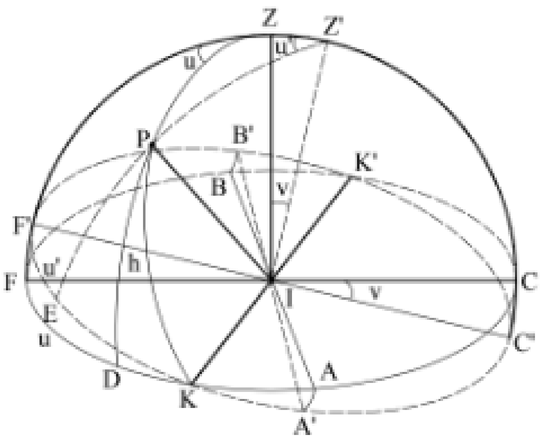
Existe cuando el eje principal no se encuentra perfectamente vertical, es decir, cuando no se hizo un calaje perfecto.

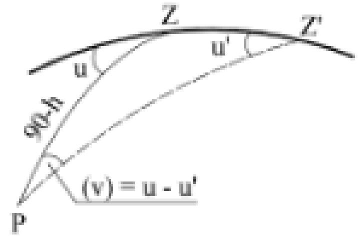
Sea IZ’ la posición del Eje Principal, que forma un ángulo v con la vertical IZ, y sea F’C’ la posición del Eje Secundario, normal al Eje Principal, que forma también un ángulo v con la horizontal FC.

$$Z\hat{I}Z = F\hat{I}F' = v$$

El error de proyección será:

FD − F'E = (v) = u −u'




Los ángulos u y u’, que aparecen como arcos, pueden considerarse también como ángulos en el cenit Z y Z’, como se ve en el detalle, por lo que:

$$u - u' = v * \text{sen } u' * c\ tg(90 - h)$$

o bien se puede sustituir u’ por u, entonces:

$$u - u' = v * \text{sen } u * tgh = (v)$$

Donde h es el ángulo vertical que forma la visual al punto bisectado (P) con respecto a la horizontal.

La fórmula nos dice que cuando bisectamos un punto con visual horizontal, la influencia del error es nula pues:

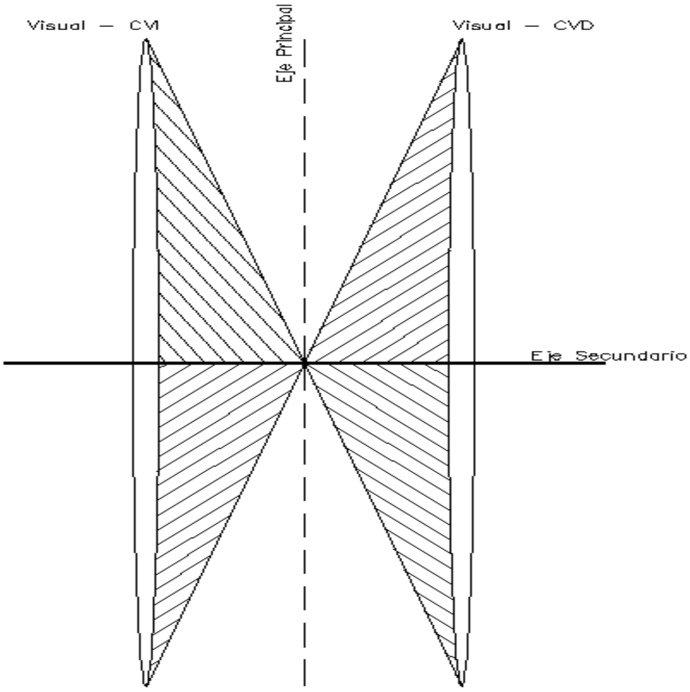
para h = 0º tg h = 0 v`min = 0

Mientras que cuando se bisecta un punto elevado:

para h → 90º, tg h → ∞ $v`_{máx}$ → ∞

## ERROR DEL EJE DE COLIMACIÓN

En caso de que no se cumpla la condición de perpendicularidad del eje de colimación respecto al eje secundario, al girar el anteojo alrededor de éste, aquél describirá un cono de revolución de eje horizontal (eje secundario) en lugar de un plano vertical.



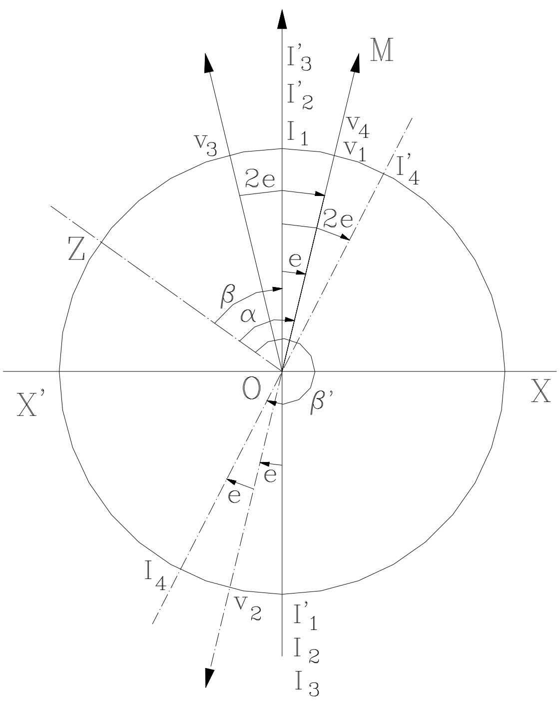

Para verificar dicha perpendicularidad, se visa un punto **M**, con el circulo vertical a la izquierda (CVI, posición I) próximo al horizonte y efectuamos la lectura correspondiente en el círculo horizontal; realizamos un giro y un tránsito (CVD, posición II), visamos nuevamente al punto **M** y volvemos a leer el círculo horizontal. Ambas lecturas deberían diferir 180°, de no ser así, la diferencia es el doble del error de colimación ($2e_c$).

Considerando la siguiente figura:

Sea **OM** la dirección de visada e **$I_1$-$I'_1$** la posición de los índices de lectura, formando ambas direcciones un ángulo **$e = I_1 O_{v1}$**.

Giramos a continuación el instrumento 180º, por lo que, la línea de los índices va a pasar a la posición **$I_2$-$I'_2$** y la línea de visada será ahora **$Ov_2$** (prolongación de **$Ov_1$**), formando con la línea anterior un ángulo **+e**.

Efectuamos ahora un tránsito (giro del anteojo alrededor del eje **XX'**), siendo la posición de los índices en esta 3ª. posición **$I_3$-$I'_3$**, y la línea de visada **$Ov_3$**, simétrica de **$Ov_2$** respecto a **OX**, formando ahora un ángulo **–e**.




Pero para visar nuevamente la dirección **OM**, debemos girar el instrumento de modo que la nueva línea de visada sea ahora **$Ov_4$** y la posición de los índices **$I_4$-$I'_4$**.

Si OZ es la dirección del origen (0º) de la graduación del limbo, al visar **M** leemos el ángulo **β** cuando deberíamos leer **α**, es decir: $\alpha = \beta + e$

luego de efectuar el giro y tránsito y de visar nuevamente M, leemos en el círculo graduado el ángulo **β'**, de donde:

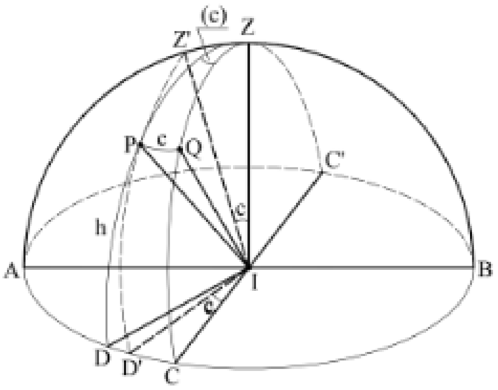
$$\beta' = \beta + 180º + 2e \quad \Longrightarrow \quad \boxed{e = \frac{(\beta' - \beta) - 180º}{2}}$$

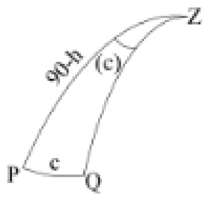
Entonces, el error de colimación es la mitad de la diferencia de las lecturas conjugadas, salvo 180°.

## Influencia del error de inclinación del eje de colimación en la medición de ángulos horizontales

Sean AB el Eje Secundario (Horizontal), IZ el Principal, e I el centro del teodolito, y sea P el punto visado, de altura h.

- Z, P, D - arco que debería bascular el Eje de Colimación
- Z', P, D' - posiciones que ocupa el Eje de Colimación afectado de un error c
- El arco Z', P, D' es paralelo al arco Z, Q, C
- (c) – Efecto producido por el error de colimación c.




En el triángulo ZPQ:

$$\frac{sen\ (c)}{sen\ c} = \frac{sen\ 90°}{sen(90° - h)}$$

$$sen(c) = \frac{sen\ c}{\cos h}$$

Como c y (c) son ángulos pequeños, pueden ser sustituidos los senos por los respectivos arcos, por lo que: $(c) = \frac{c}{cosh}$

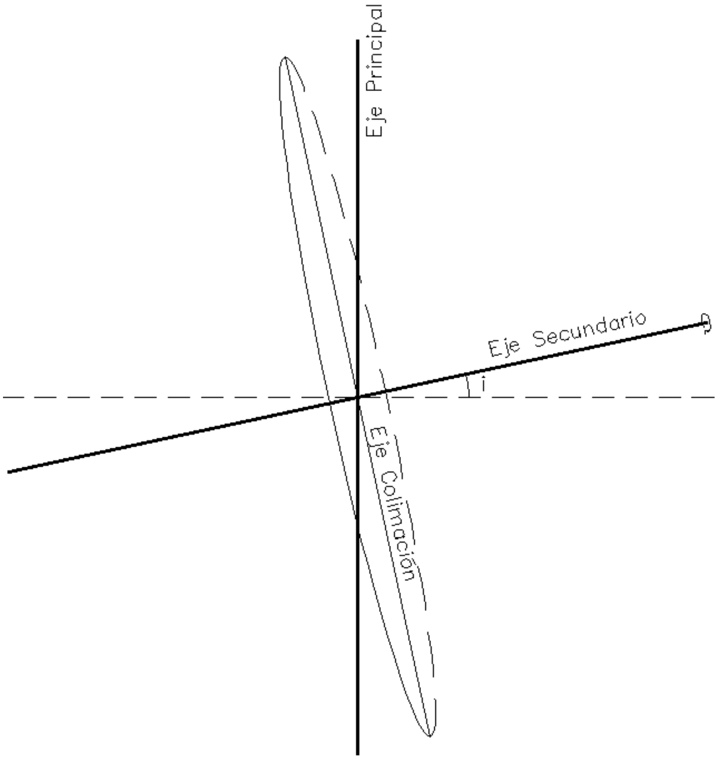
Analizando esta expresión, vemos que cuando se hacen observaciones en el horizonte donde el ángulo vertical

h=0° → c' ≈ c ; si h=45° c' ≈ c x 1,41 y si h=89° c' ≈ c x 57

## ERROR DE EJE SECUNDARIO

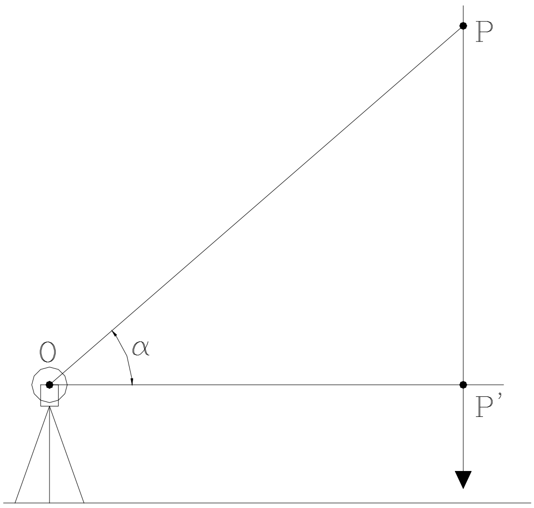
El eje secundario debe ser normal al eje principal, en ese caso, al girar el anteojo alrededor de aquel, el eje de colimación (suponiéndolo normal al eje secundario) debe describir un plano vertical, que pasa por el centro del instrumento.

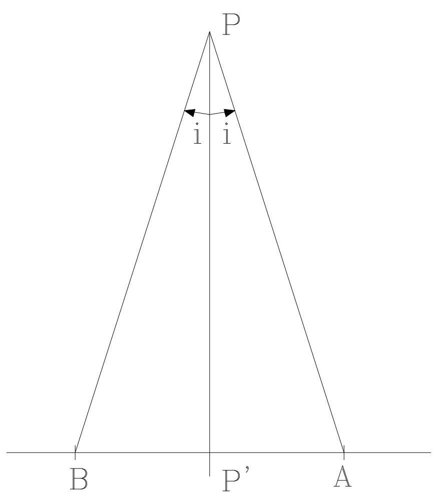
En caso de no cumplirse esta condición, el plano descrito por el eje de colimación tendrá una cierta inclinación "i" respecto de la vertical.




Se pueden realizar comprobaciones de dos maneras:

1) Colocando una plomada con un hilo muy largo, visándolo con el instrumento con un gran ángulo de elevación, recorriéndolo luego. Si el retículo permanece centrado en el hilo, entonces se cumple la condición de perpendicularidad entre el eje secundario y el eje principal.
2) También puede verificarse visando un punto a gran altura (P), luego hacer la lectura en una regla o mira ubicada en el plano horizontal que pasa por el centro del instrumento, realizar un giro y tránsito, visar P, y leer nuevamente en la mira. Si se cumple la condición de perpendicularidad, ambas lecturas deberían coincidir en P', situado en el plano vertical que pasa por P. De no ser así, tendremos dos lecturas, A y B, simétricas respecto a P'.



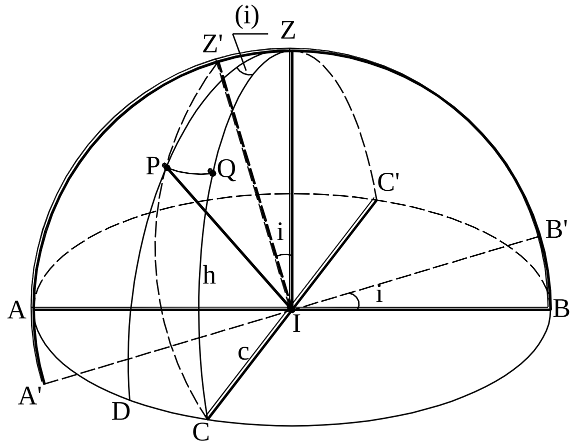



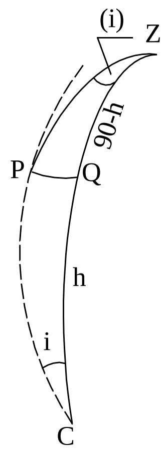
## Influencia del error de inclinación del eje secundario en la medición de ángulos horizontales

Sea **AB** la posición correcta del Eje secundario y **A'B'** la posición errónea, que forma con aquella un ángulo **i**.

Al bascular el anteojo, el Eje de Colimación se mueve en el plano **Z'PC**, en lugar de hacerlo en el plano vertical **ZQC**.-

Al visar a un punto **P**, éste se proyectará erróneamente en **C** en lugar de hacerlo en **D**, siendo el arco **CD = (i)** el error de proyección.




Comparando los triángulos esféricos ZPQ y PCQ, por teorema del seno:

$$(i) = P\hat{Z}Q \ \ , \ i = P\hat{C}Q$$

Entonces:

$$\frac{\operatorname{sen}(PQ)}{\operatorname{sen}(i)} = \frac{\operatorname{sen}(90-h)}{\operatorname{sen} 90^{o}} \longrightarrow PQ = (i)\operatorname{sen}(90-h)$$

Por otro lado: $$\frac{sen\ (PQ)}{Sen\ i} = \frac{sen\ h}{sen\ 90°} \longrightarrow PQ = i\,\mathrm{sen} h \longrightarrow i\,\mathrm{sen} h = (i)\cos h \qquad \boxed{(i) = i\,\mathrm{tg} h}$$

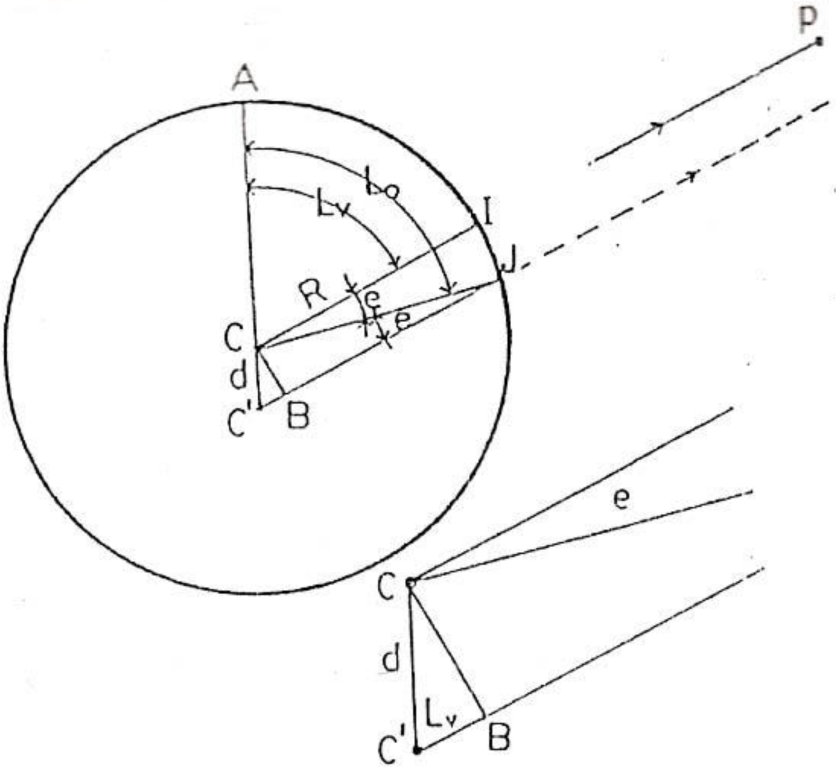
Considerando la formula exacta: $\operatorname{sen}(i) = \operatorname{tg} i * \operatorname{tg} h$

si h=0° → i' ≈ 0 ; si h=45° i' ≈ i y si h=89° i' ≈ i x 57

Se deduce de esa expresión que cuando se observan puntos en el horizonte, h = 0° y tg h = 0°, por lo tanto, no influirá en las lecturas angulares un eventual error i, como se puntualizó en el error de colimación.

## ERROR DE EXCENTRICIDAD DEL EJE PRINCIPAL (un solo índice)

Se presenta cuando el centro de giro de la alidada no coincide exactamente con el centro geométrico del limbo. Aún con valores muy pequeños de esta excentricidad, su influencia en las lecturas, en el limbo pueden ser importantes. El centro de graduación del círculo horizontal debe coincidir con la prolongación del eje de rotación de la alidada. Este defecto, en la figura es la distancia CC`= d que los separa, llamada excentricidad de la alidada, que influye en los valores angulares según sea su magnitud y posición respecto a las visuales



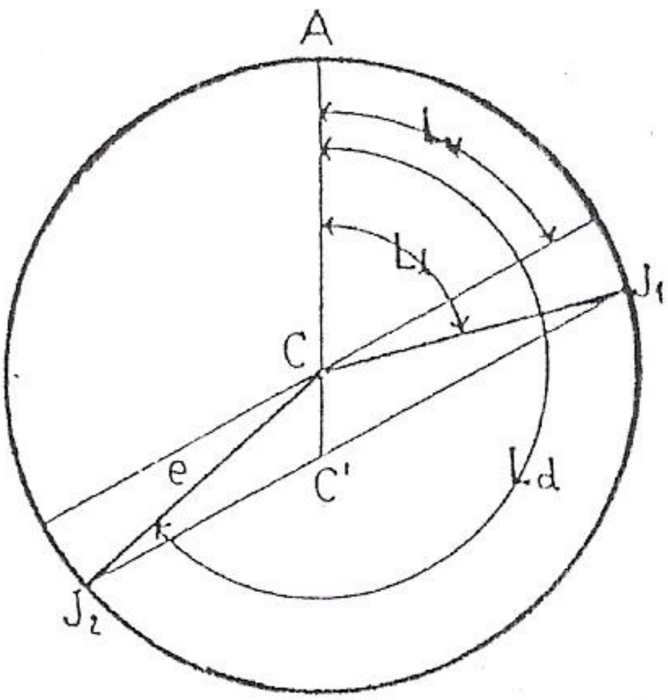

En el caso común de un teodolito topográfico con un índice, vemos en la figura el círculo graduado de radio R con centro en C y sobre el mismo gira la alidada cuyo eje de giro se proyecta en C', no coincidente con C ya que suponemos al teodolito afectado de este error, donde la distancia CC' es la excentricidad "d".
Supongamos para el análisis que el índice es coincidente con el eje de colimación y tomamos como referencia el punto A, origen de la graduación.
Si el instrumento carece de error, la alidada gira alrededor de C, la visual será CP y la lectura sobre el círculo I determina el ángulo correcto $L_v$. En cambio, por efectos del error, la alidada gira con eje en C', la visual será C'P y la lectura J define el ángulo $L_o$. Se advierte que el valor "d" es muy pequeño, del orden de los micrones por lo que para una distancia normal hasta P podemos considerar paralelas CP y C'P.

El error angular cometido por la excentricidad d es: ($e = L_o - L_v$)
Para deducir su valor se recurre a la figura donde: ($\text{sen } e = CB / R$)
Además del triángulo CC'B $\longrightarrow$ ($CB = d \cdot \text{sen } L_v$)

Por lo tanto ($\text{sen } e = d/R \cdot \text{sen } L_v$)

y considerando que se trata de un ángulo pequeño: ($\text{sen } e = e = d / R \cdot \text{sen } L_v$)
por lo que ($e'' = d / R \text{ sen } L_v''$) es una función senoidal donde e'' es máximo para $L_v$ = 90° o 270| y e'' es mínimo para $L_v$ = 0° o 180°.

Al desconocerse la magnitud y ubicación de la eventual excentricidad, tampoco se sabe cuándo y cómo una visual está afectada. No obstante, operando con lecturas en ambas posiciones del círculo CI y CD, vemos en la figura que:




- Con Circulo Izquierda (CI) tendremos en J1 lectura del ángulo $L_i$
- Con Círculo Derecha (CD) la lectura obtenida en J2 es $L_d$.

El valor angular correcto "$L_v$" en ambos casos será:

- Con CI $L_v = L_i - e$
- Con CD $L_v = L_d + e \pm 180°$

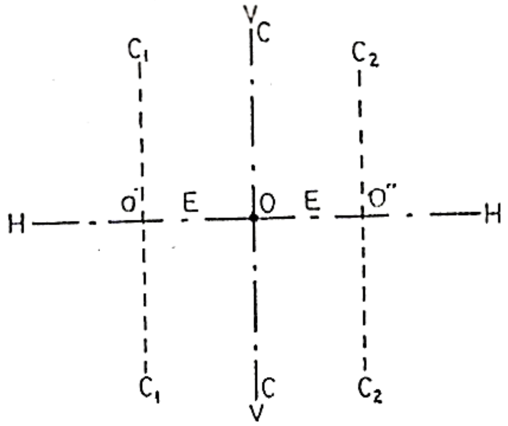
Sumando y promediando $$L_v = \frac{1}{2}(L_i + L_d \pm 180°)$$

De esta manera, se compensa la influencia de la excentricidad al realizar la suma de las lecturas para luego promediarlas.

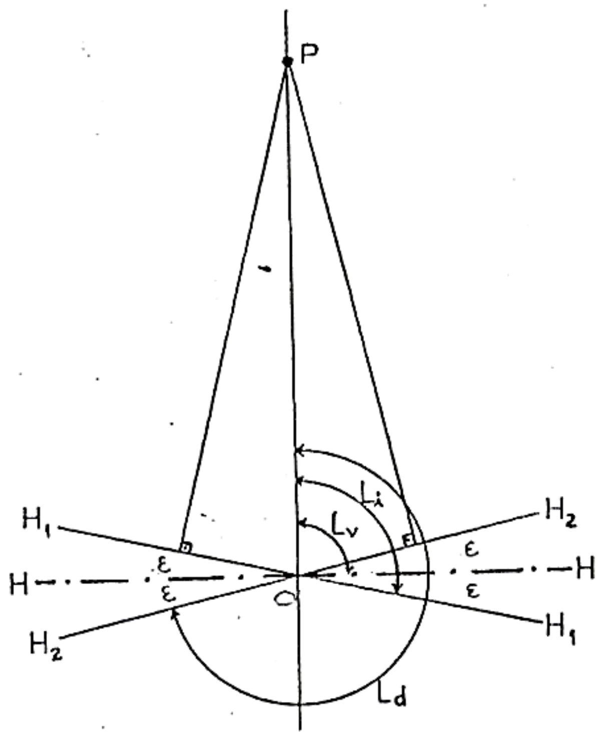
## ERROR DE EXCENTRICIDAD DEL EJE DE COLIMACIÓN

Este error suceder cuando los 3 ejes principales no se interceptan en un punto, por estar el eje de colimación desplazado de su posición correcta.

Está definido por la distancia E que media entre el punto O en que el eje secundario HH se intercepta con el eje principal VV, y el eje de colimación mal ubicado que pasa por O' u O'',
Podemos observar que, como consecuencia de esa excentricidad E, el eje de colimación CC en lugar de coincidir en su proyección con el eje principal VV pasa a ocupar las posiciones C1C1 o C2C2 según se opere con una u otra posición del círculo.




En la siguiente figura tenemos una vista en planta donde se advierte lo que ocurriría con la alidada por efecto de este error, al tratar de visar el punto P. Si el mismo no existiera, la posición del eje secundario será HH y la visual coincidiría con la dirección OP. En cambio, con el error para bisectar el punto habrá que imprimir un movimiento de rotación l; a la alidada, de forma tal que el eje secundario, que nos sirve de referencia para ver el comportamiento de este error, pasará a ocupar las posiciones H1H1 y H2H2 para ambas posiciones de círculo.




Considerando al instrumento exento de error de colimación, puesto en estación y el valor de ε correspondiente a la influencia del error E sobre el ángulo horizontal medido.
Se observa que la simetría del error ε respecto a la posición correcta del eje de colimación al operar con CI y CD, genera influencias ε similares y también simétricas para ambas posiciones.
Por lo tanto, suponiendo al índice coincidente con uno de los lados de HH los valores angulares serán:

C.I. Lv = Li - ε
C.D. Lv = Ld + ε ± 1800

Sumando y promediando => $L_v = \frac{1}{2}(L_i + L_d \pm 180°)$
Vemos que, al operar con las lecturas de CI y CD, específicamente al sumar esos valores, se habrá compensado la influencia del error.

## ERROR DE CENIT

El error de cenit o error cenital se produce cuando la línea 0º-180º del limbo vertical del teodolito no coincide con la vertical del lugar, es decir la dirección cenit – nadir.

Efectuando lecturas conjugadas podemos detectar y determinar la magnitud de este error.

Efectivamente, con el círculo a la izquierda del instrumento (C.V.I.) efectuamos la lectura correspondiente (**α**) cuando visamos un punto **P**. Realizamos un giro y un tránsito y ahora con el círculo vertical a la derecha (C.V.D.) visamos nuevamente a **P**, obteniendo ahora una nueva lectura (**β**).

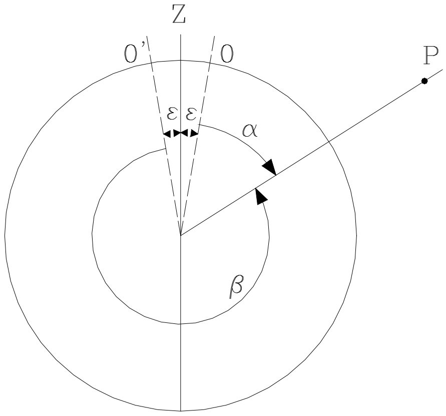
La suma de ambas lecturas debería ser igual a **360º**, de no ser así, el instrumento está afectado de error de cenit, y su magnitud es igual a la mitad de la diferencia entre 360º y la suma de ambas lecturas.

Lectura CVI Lectura CVD

$$L_v = \alpha + \varepsilon \qquad L'_v = \beta + \varepsilon$$

$$L_v + L'_v = 360° = \alpha + \beta + 2\varepsilon$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{360° - (\alpha + \beta)}{2}}$$




## BIBLIOGRAFÍA


- Tratado general de Topografía – W. Jordan – Gustavo Gili SA, ISBN 968-6085-43-2
- Tratado de topografía, Teoría de errores e instrumentación – Manuel Chueca Pazos, José Herráez Boquera, José Luis Berné Valero – Paraninfo, ISBN 84-283-2308-9