Universidad de la República
Facultad de Ingeniería
Instituto de Matemática y Estadística

Matemática Discreta 1

Primer semestre 2024

PRÁCTICO 7
Relaciones de Recurrencia I

Ejercicio 1. Resolver las relaciones de recurrencia:

(a) $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$, con $a_0 = 1, a_1 = 3$.

(b) $b_{n+2} - 6b_{n+1} + 9b_n = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}$, con $b_0 = 5, b_2 = 27$.

(c) $c_{n+2} + 4c_n = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}$, con $c_0 = c_1 = 1$.

Ejercicio 2. Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones:

(a) $a_{n+1} - \frac{3}{2}a_n = 0, \quad n \geqslant 0$.

(b) $a_n - na_{n-1} = 0, \quad n \geqslant 1$.

(c) $na_n - (n-1)a_{n-1} = 0, \quad n \geqslant 2$.

(d) $a_n/a_{n-1}^p = 2$, siendo $a_0 = 1$, p positivo diferente de 1.

Ejercicio 3. Expresar a_n en función de los términos anteriores (a_k con $k \leqslant n-1$) siendo a_n:

(a) La cantidad de saludos entre las primeras n personas que llegan a una reunión.

(b) El número de secuencias de ceros y unos de largo n en las cuales no aparecen dos ceros seguidos.

(c) El número de secuencias de largo n de letras A, B y C que no tienen la letra A dos veces seguidas.

(d) La cantidad de formas de subir una escalera de n escalones si se pueden subir de a uno o de a dos en cada paso.

(e) Lo anterior pero sin que se puedan saltar dos veces seguidas un escalón (o sea, que si se saltea un escalón, entonces el siguiente no se saltea).

(f) El número de secuencias de unos y doses que suman n. Por ejemplo, para $n = 3$ son 3 secuencias en total: 111, 12 y 21.

Ejercicio 4. Se pretende diseñar una bandera con n franjas horizontales, cada una de las cuales puede ser de color rojo, azul, verde o amarillo. Hallar la cantidad de banderas posibles en cada una de las siguientes situaciones:

(a) No hay restricciones sobre el color de cada franja.
(b) Dos franjas adyacentes nunca pueden ser del mismo color.
(c) Dos franjas adyacentes nunca pueden ser del mismo color, como tampoco pueden serlo la primera y la última franjas.