

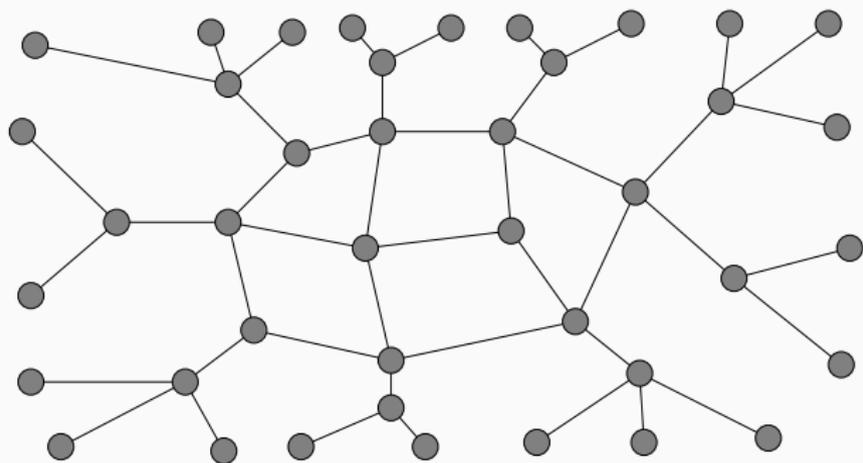
Introducción

Modelos, Definiciones y Parámetros de Interés

Leslie Murray

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Universidad Nacional de Rosario
Rosario, Argentina

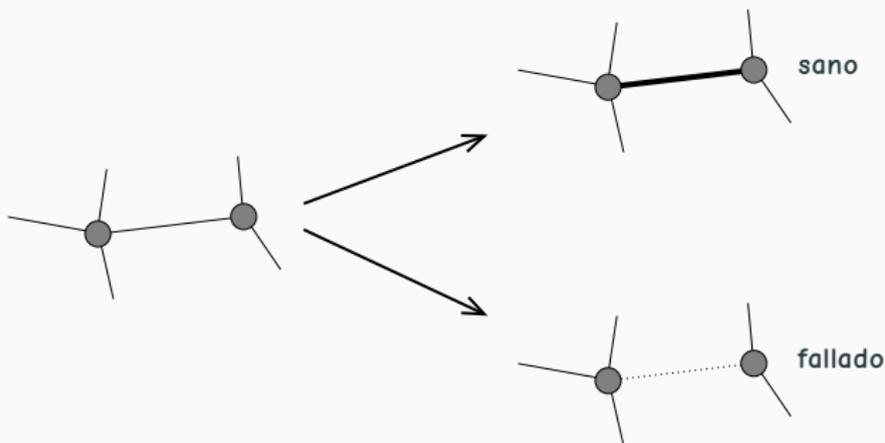
Abril, 2024



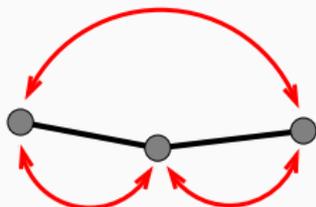
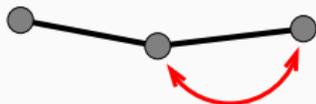
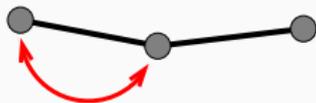
- La red se modela mediante un grafo:
“conjunto de *nodos* conectado a través de un conjunto de *enlaces*”.
- La red debe proveer conexión entre los nodos a través de los enlaces.
- Los *enlaces* y los *nodos* pueden fallar.
- Es de interés garantizar la conexión entre los *nodos* a pesar de las fallas.

¿En qué consisten las **fallas** y qué se entiende por **conexión entre los nodos**?

- En este “Modelo Estático de Red”:
 - las fallas sólo afectan a los *enlaces* (*nodos perfectos*),
 - la falla de cada enlace es independiente del estado de los demás.
- Reconoceremos dos estados posibles para cada enlace:

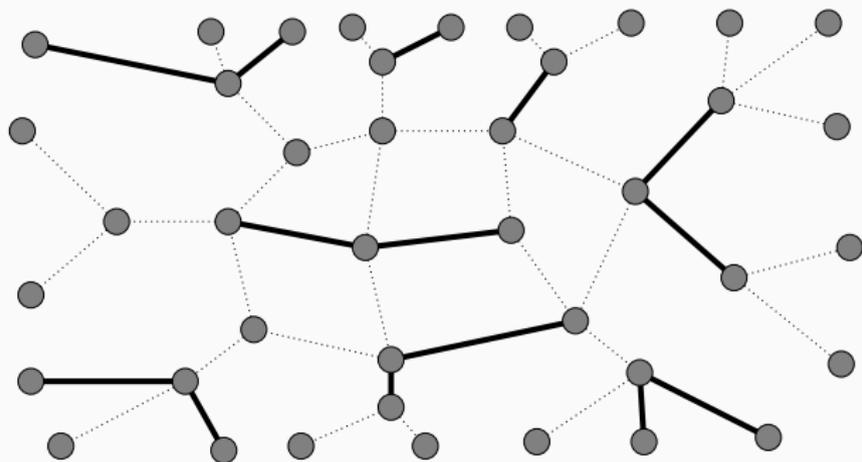


- **sano**: garantiza la conexión perfecta entre los nodos en sus extremos.
- **fallado**: está completamente cortado (equivale a retirarlo del grafo).

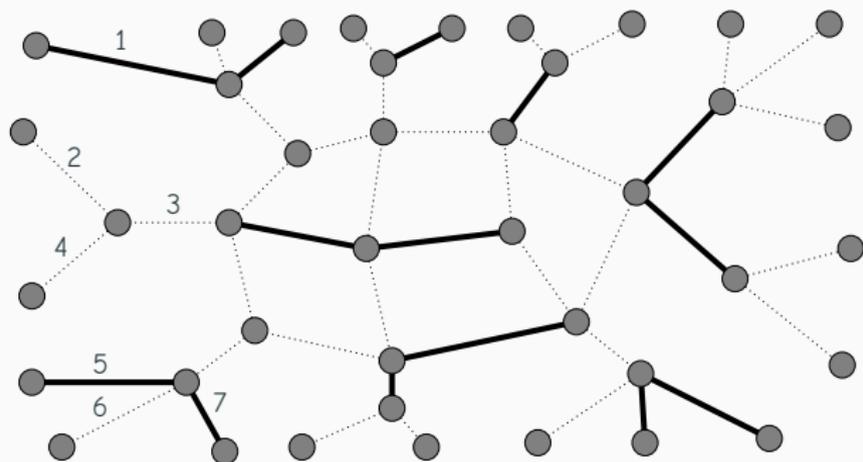


\equiv





- Si cada enlace está *fallado* con probabilidad conocida e e independiente de la falla de los demás, es simple calcular la probabilidad P de que ocurra una configuración en la que algunos enlaces estén **fallados** y los demás estén **sanos**.
- Falta definir, para cada configuración, si la red se considera operativa (**sana**) o no (**fallada**).

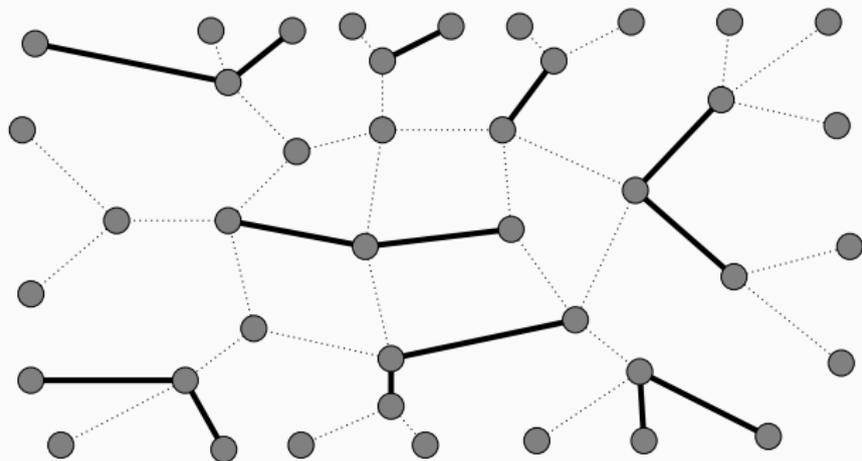


- Si cada enlace está *fallado* con probabilidad conocida e independiente de la falla de los demás, es simple calcular la probabilidad P de que ocurra una configuración en la que algunos enlaces estén **fallados** y los demás estén **sanos**.

$$P = p_1 \times q_2 \times q_3 \times q_4 \times p_5 \times q_6 \times q_7 \times \dots$$

donde p_i , es la \mathbb{P} de que el enlace i está sano y q_i la \mathbb{P} de que esté fallado.

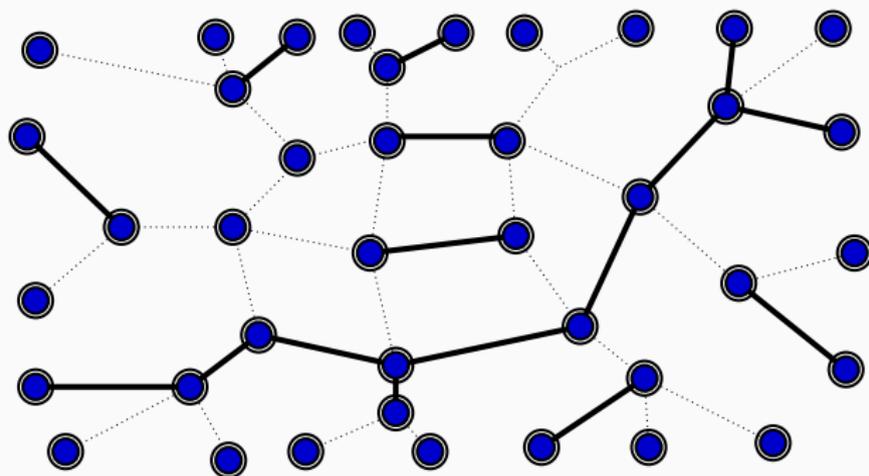
- Falta definir, para cada configuración, si la red se considera operativa o no.



Objetivo

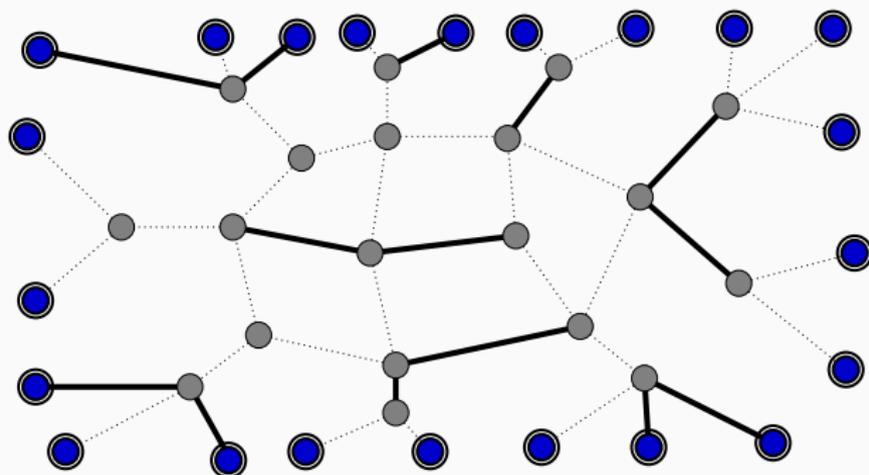
Dadas las probabilidades de falla de los enlaces, evaluar la probabilidad de que la red satisfaga algún criterio de conectividad.

Un criterio de conectividad permitirá reconocer en la red dos estados posibles, tal como en los enlaces.



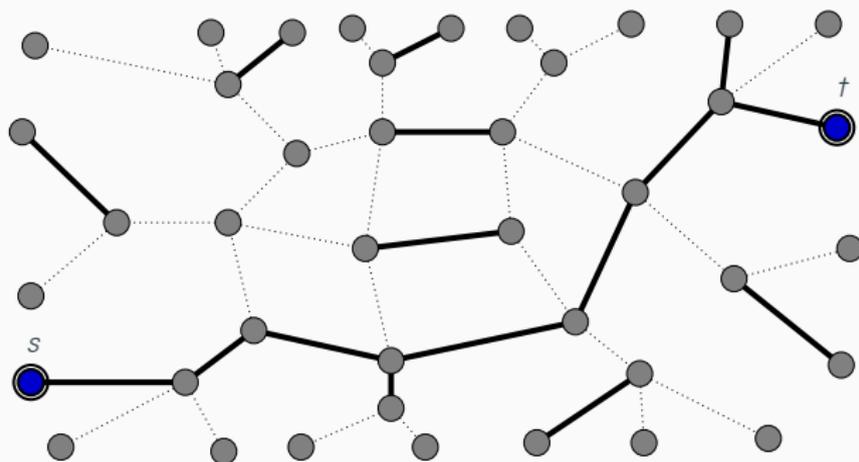
La red se considera operativa si existen caminos de enlaces sanos que permitan conectar "cualquier" par de *nodos*, a pesar de los **enlaces** fallados.

La red debe garantizar la conectividad entre todos los *nodos* que la componen.



La red se considera operativa si existen caminos de enlaces sanos que permitan conectar "cualquier" par de *nodos* terminales, a pesar de los **enlaces** fallados.

La red debe garantizar la conectividad entre todos los *nodos* terminales.



La red se considera operativa si existen caminos de enlaces sanos que permitan conectar los *nodos* terminales *s* y *t*, a pesar de los **enlaces** fallados.

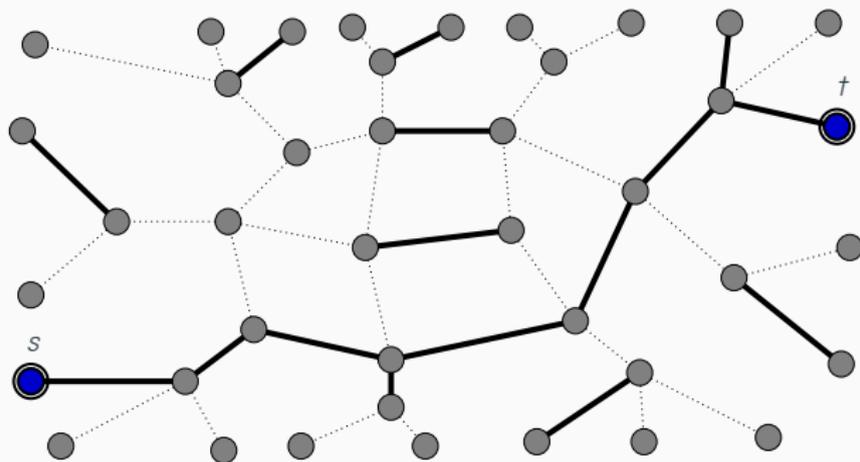
La red debe garantizar la conectividad entre los *nodos* terminales *s* y *t*.

s = source *t* = terminal ← en inglés

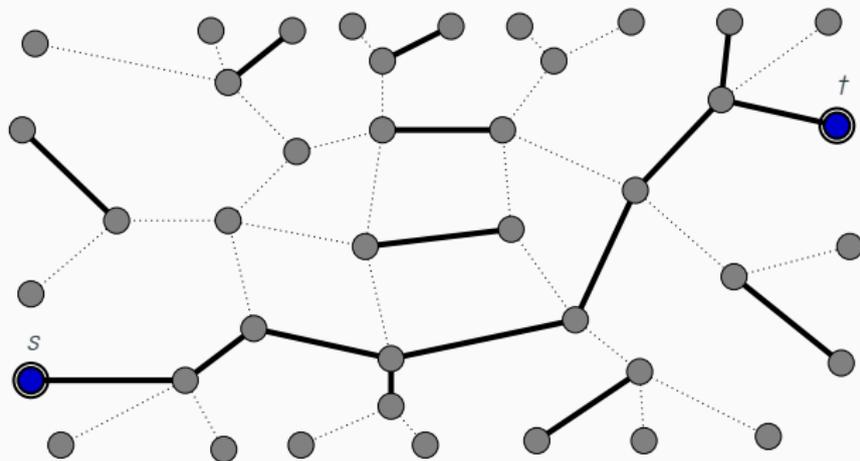
De aquí en más vamos a trabajar sobre el modelo con dos *nodos* terminales, s y t .

La elección de uno u otro criterio de conectividad no tiene un peso importante frente al problema a resolver ni modifica sustancialmente las formas de resolverlo.

Definición de Confiabilidad



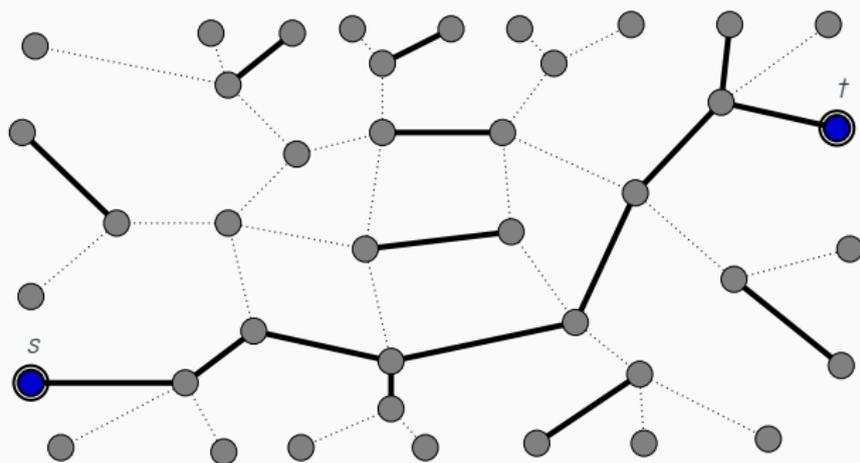
- Dada la probabilidad de falla de cada enlace es posible determinar la probabilidad de que exista un camino de enlaces sanos entre s y t .
- Esa probabilidad es un indicador de la confiabilidad, ζ , de la red.



- Dada la probabilidad de falla de cada enlace es posible determinar la probabilidad de que exista un camino de enlaces sanos entre s y t .
- Esa probabilidad es un indicador de la confiabilidad, ζ , de la red.

Confiabilidad, ζ

Dados dos nodos, s y t , la confiabilidad es la probabilidad de que exista un camino formado por enlaces sanos entre ambos.



- Para un red de m enlaces, hay 2^m combinaciones diferentes en cada una de las cuales los enlaces están en uno de sus dos estados posibles: sanos o fallados.
- A menos que se trate de una topología "particular", los algoritmos conocidos para evaluar ζ son de complejidad exponencial en el número de enlaces:

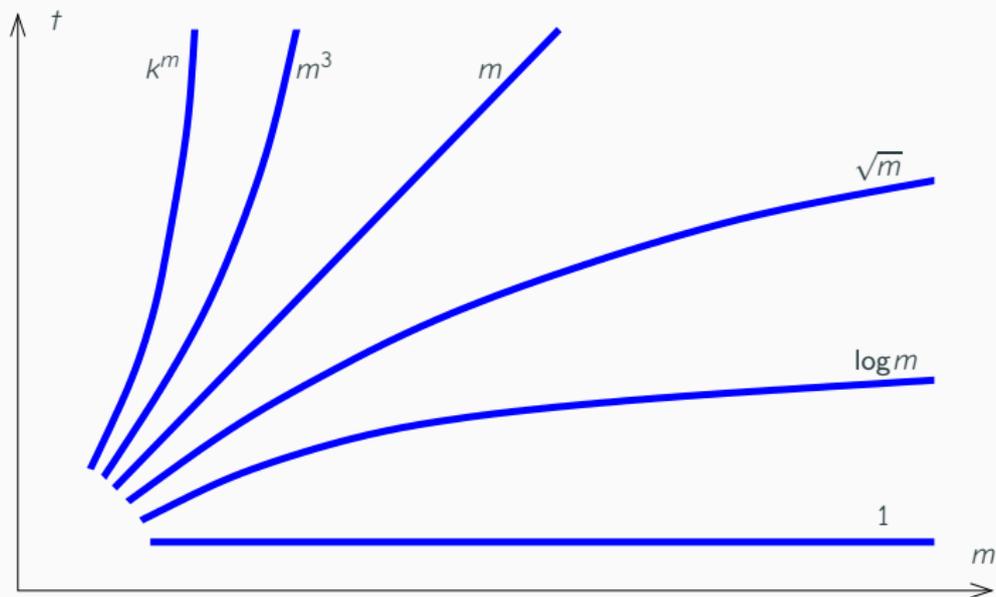
es necesario "evaluar" las 2^m posibles configuraciones.

- Este problema pertenece a la clase NP-difícil (NP-hard), luego, es altamente improbable que exista una algoritmo de complejidad polinomial que lo resuelva.

Supóngase que un programa es capaz de simular cada configuración y determinar si, para esa configuración s y t están conectados o no, en 10^{-9} seg., cualquiera sea el **número de enlaces** de la red, m .

La siguiente tabla muestra los **tiempos de ejecución** de una rutina que evalúa las 2^m posibles configuraciones:

Número de Enlaces (m)	Tiempo de Ejecución ($2^m \times 10^{-9}$ seg.)
20	1 milisegundo
25	34 milisegundos
30	1 segundo
35	34 segundos
40	18 minutos
45	10 horas
50	13 días
55	14 meses
60	37 años
65	12 siglos



- Para redes de tamaño mediano a grande la determinación de ζ mediante algoritmos de cálculo exacto es inviable, cualquiera sea el criterio de conectividad.
- Una posible alternativa al cálculo exacto es la estimación mediante simulación.
- La **estimación estándar** consiste en generar “sólo algunas” configuraciones de la red, elegidas en forma aleatoria, y analizar la proporción de ellas en las que se garantiza la conectividad.
- Si la confiabilidad es extremadamente alta, en todas las configuraciones generadas las condiciones de conectividad serán satisfechas, por lo que la estimación de ζ resultará imposible o casi imposible.
- Este problema se resuelve mejorando el rendimiento de las simulaciones mediante técnicas de **reducción de varianza**.

Objetivo del curso

Estudiar métodos de simulación que permitan estimar eficientemente la confiabilidad de redes de gran tamaño, altamente confiables.

- En definitiva, la confiabilidad, tal como ha sido definida, es la probabilidad de que la red esté operativa bajo el criterio de operatividad propuesto.
- La anticonfiabilidad se define como el complemento, es decir “la probabilidad de que la red **no** esté operativa bajo el criterio de operatividad propuesto”
- Luego, bajo el criterio de operatividad propuesto, la anticonfiabilidad no es otra cosa que la probabilidad de falla de la red.
- Debido a razones que se comentarán más adelante en el curso, nos vamos a concentrar en la estimación de anticonfiabilidad.

Red
Pequeña



Método
Cálculo Exacto

Red
Grande



Método
Simulación estándar

Red
Grande
y
Altamente Confiable



Método
Simulación mejorada
mediante método de
Reducción de Varianza



En el curso se analizarán métodos para mejorar la simulación estándar mediante técnicas de reducción de varianza a fin de poder hacer estimaciones de confiabilidad de redes de **gran tamaño, altamente confiables**.

Existe una diversidad de técnicas de reducción de varianza, algunas de las cuales se han aplicado para mejorar la estimación de confiabilidad de estos modelos de redes.

Por ejemplo:

- 1 Particionar en forma sucesiva el grafo, e ir resolviendo los subgrafos resultantes.
- 2 Cambiar las distribuciones de probabilidad de los componentes por otras que modifiquen las condiciones de conectividad de la red, estimulando las fallas. Esta modificación requiere la corrección de resultado, sesgado por la modificación de las distribuciones (*Muestreo de Importancia*).
- 3 Introducir un tiempo artificial, para convertir los modelos *estáticos* en *dinámicos* y así abordarlos a través de su evolución temporal (sucesiones de *fallas y/o reparaciones*).
- 4 Considerar las evoluciones de estos modelos como trayectorias dentro del espacio de estados y clonar o multiplicar las trayectorias que más se acerquen a los eventos de interés en procura de generar ocurrencias más frecuentes (*Splitting*).
- 5 Combinar adecuadamente 3 y 4