

Mínimos cuadrados

Calibración Termistor y Pt100

CLASE 4



Sobres los informes...

CONTENIDO

Como funciona el sensor, o como se llama, que interface usan y que programa usan para registrar datos.

Los ángulos también tienen incertidumbres. Hay diferentes entre apreciación e incertidumbre, ambas deben quedar clara.

Debo especificar todos los sistemas con los que mido y cuales son sus apreciaciones, o por lo menos explicar todas las incertidumbres que elijo (esto con L y theta no pasaba).

Explicar mejor el descarte. Explicar que deben des-normalizar la gaussiana

Pocas veces quedo claro como tomaron la incertidumbre del periodo, desde si usaron S_n , $S_n/\text{raíz}(n)$ si sumaron los tipo B, en general eso no se hizo.

COMPILO RESULTADOS EN TABLAS.

DISCUTO PRECISIÓN EXACTITUD Y CONFIANZA (todos con valores numéricos porcentuales).



Sobres los informes...

FORMATO

Primero se citan las figuras y luego se analizan.

Los pies de figura deben describir lo que dicen las figuras.

Las figuras van centradas.

Figuras- leyenda, unidades, etc. Tamaño de los ejes.

NUNCA arranco una sección con graficas. Siempre con párrafo que introduzca.

ARMO párrafos, no frases sueltas, incluso en los apéndices

No hago lista de materiales, ni lista de pasos a seguir. Describo en PARAFFOS, la experiencia que hice.

NO pego ecuaciones, las escribo. Defino todas sus variables.

NO TIREN VALORES SUELTOS, COMPILEN TABLAS.



Calibrar un sensor de temperatura

¿Qué hacemos?

Calibración de Pt100

$$R(T) = R_o(1 + \alpha_1(T - T_o))$$

Medir R y T (con incertidumbres).

Verificar la relación funcional.

Determinar las constantes para tener la calibración (con incertidumbres).

Calibración de un termistor

$$R(T) = R_o \exp \left(B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right)$$

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots)$

\uparrow \uparrow $\underbrace{\hspace{2em}}$
Variables **Constantes**

$$P = 2\pi R \rightarrow P = P(R, \pi)$$

$$A = \pi R^2 \rightarrow A = A(R, \pi)$$

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow H = H(t, g)$$

Variables	Constantes
P, R	π
A, R	π
H, t	g

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots)$

Variables **Constantes**

$$P = 2\pi R \rightarrow P = P(R, \pi)$$

$$A = \pi R^2 \rightarrow A = A(R, \pi)$$

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow H = H(t, g)$$

¿Es el modelo
correcto?

?

Variables

Constantes

P, R

π

A, R

π

H, t

g

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots)$

↑ ↑ {

Variables **Constantes**

$$R = R_0(1 + \alpha_1(T - T_0))$$

Variables	Constantes
R, T	α_1 R_0 T_0 ?

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots)$

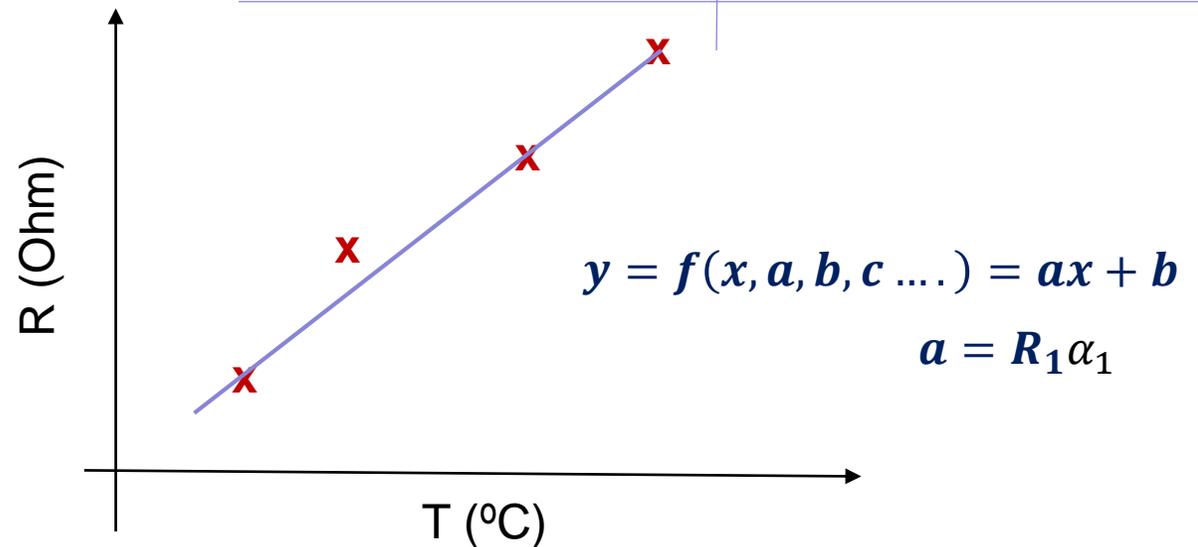
↑ ↑ {

Variables **Constantes**

$$R = R_0(1 + \alpha_1(T - T_0))$$

R (Ohm)	T (°C)

Variables	Constantes
R, T	α_1 R_0 T_0 ?



Método de Mínimos Cuadrados

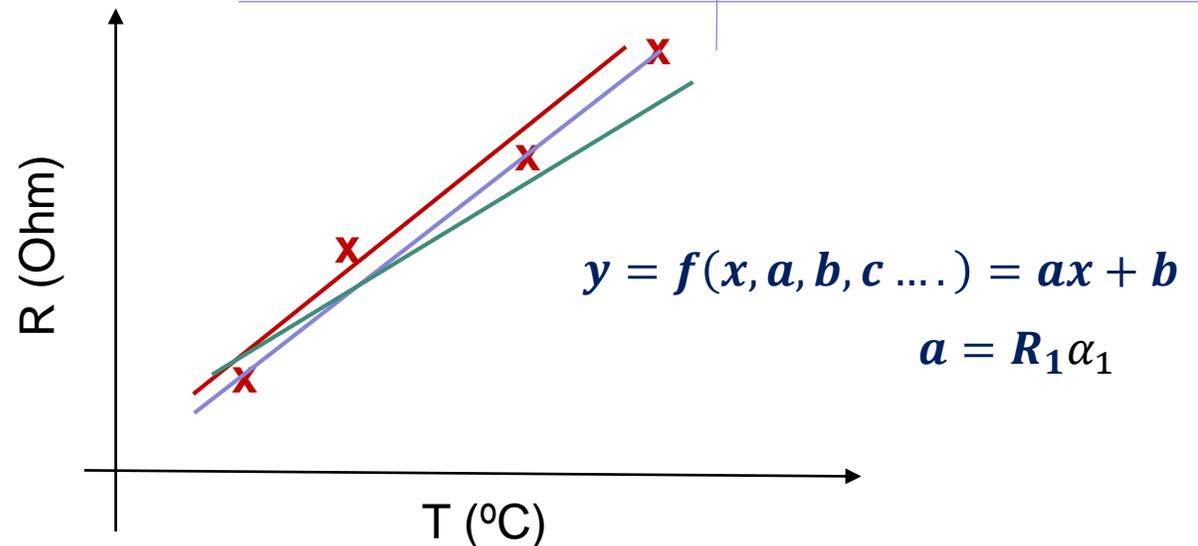
Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots)$

\uparrow \uparrow $\underbrace{\hspace{2em}}$
Variables **Constantes**

$$R = R_0(1 + \alpha_1(T - T_0))$$

¿Mejor ajuste?

Variables	Constantes
R, T	α_1 R_1 T_0 ?



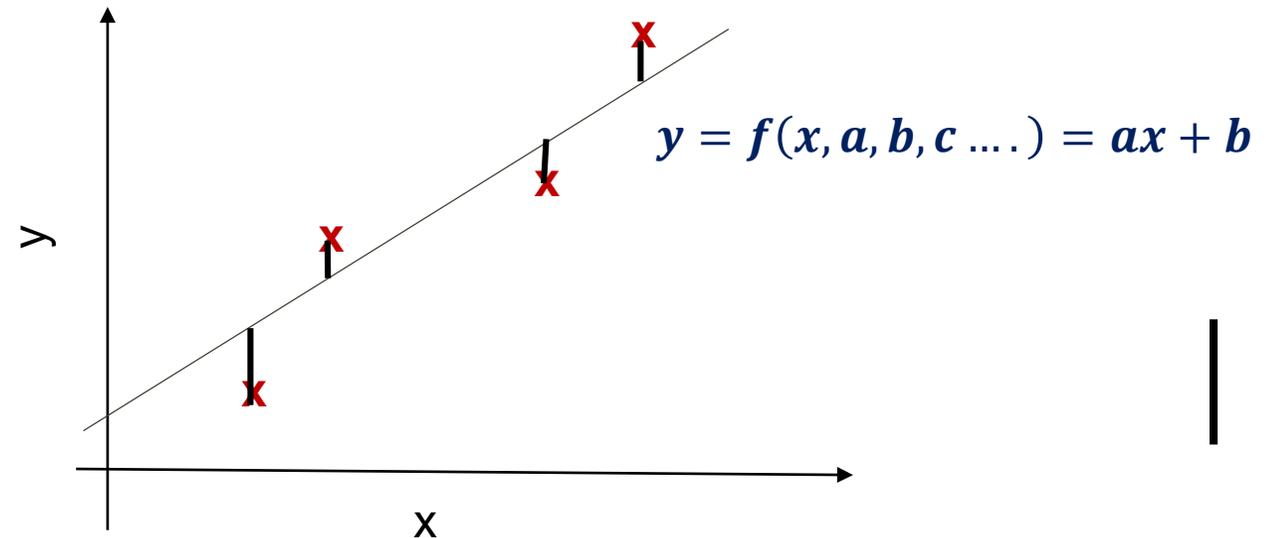
Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

¿Mejor ajuste?

X	y
x1	y1
x2	y2
x3	y3
x4	y4

Variables	Constantes		
x, y	a	b	?



Método de Mínimos Cuadrados

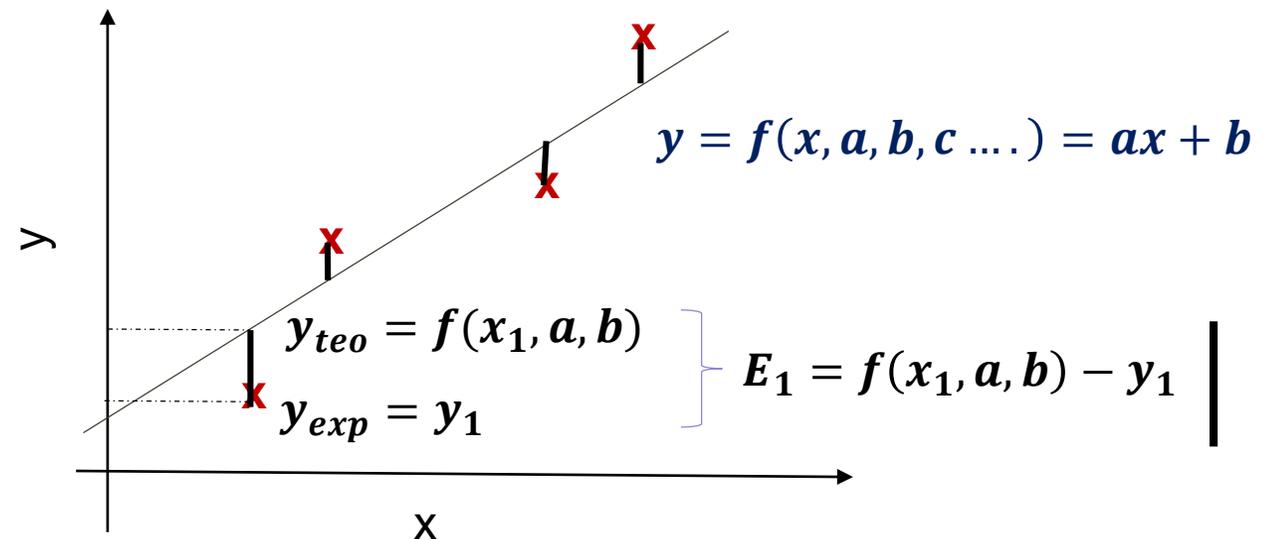
Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

¿Mejor ajuste?

Variables	Constantes		
x, y	a	b	?

X	y
x1	y1
x2	y2
x3	y3
x4	y4

→



Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

¿Mejor ajuste?

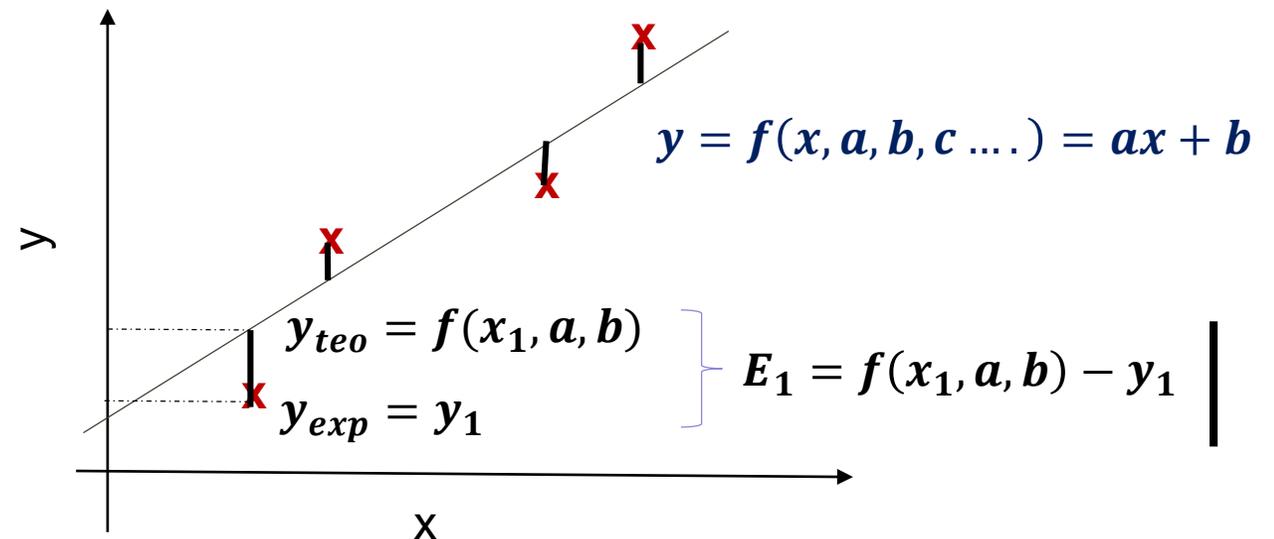
Variables	Constantes		
x, y	a	b	?

$$E_i = f(x_i, a, b) - y_i$$

$$E(a, b) = \sum_i E_i^2 = \sum_i (f(x_i, a, b) - y_i)^2$$

Variables

Números



Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

¿Mejor ajuste?

Variables	Constantes		
x, y	a	b	?

$$E_i = f(x_i, a, b) - y_i$$

$$E(a, b) = \sum_i E_i^2 = \sum_i (f(x_i, a, b) - y_i)^2$$

Variables

Números

$$E(a, b) = \sum_i (ax_i + b - y_i)^2$$

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

¿Mejor ajuste?

Variables	Constantes		
x, y	a	b	?

$$E_i = f(x_i, a, b) - y_i$$

$$E(a, b) = \sum_i E_i^2 = \sum_i (f(x_i, a, b) - y_i)^2$$

Variables

Números

$$\frac{\partial E(a, b)}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial E(a, b)}{\partial b} = 0$$

SISTEMA 2 x 2 (prueben)

$$a_{min} = \frac{(n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i)}{(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)}$$

$$b_{min} = \frac{(\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i)}{(n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2)}$$

$$E(a, b) = \sum_i (ax_i + b - y_i)^2$$

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) =$ solo rectas?

Variables	Constantes			
x, y	a	b	c	?

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) =$ solo rectas?

NO!

¿Mejor ajuste?

Variables	Constantes			
x, y	a	b	c	?

$$E_i = f(x_i, a, b, c \dots) - y_i$$

$$E(a, b, c, \dots) = \sum_i E_i^2 = \sum_i (f(x_i, a, b, c \dots) - y_i)^2$$

↑
Variables

↑ ↑
Números

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) =$ solo rectas?

¿Mejor ajuste?

NO!

Variables	Constantes			
x, y	a	b	c	?

$$E_i = f(x_i, a, b, c \dots) - y_i$$

$$E(a, b, c, \dots) = \sum_i E_i^2 = \sum_i (f(x_i, a, b, c \dots) - y_i)^2$$

Variables

Números

$$\frac{\partial E(a, b, c \dots)}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial E(a, b, c \dots)}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial E(a, b, c \dots)}{\partial c} = 0$$

SISTEMA n x n, y hasta no lineales

PERO SE PUEDE

Mas variables, mas puntos en mi serie de datos necesito.

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

Si tenemos relaciones lineales es más simple el ajuste

Variables	Constantes			
x, y	a	b	c	?

LINEALIZACIÓN

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

Si tenemos relaciones lineales es más simple el ajuste

Variables	Constantes			
x, y	a	b	c	?

LINEALIZACIÓN

$$P = 2\pi R \rightarrow y = P, x = R, \quad y = ax + b, \quad a = 2\pi \quad b = 0$$

$$A = \pi R^2 \rightarrow y = A, x = R^2, \quad y = ax + b, \quad a = \pi \quad b = 0$$

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = t, x = \sqrt{H}, \quad y = ax + b, \quad a = \sqrt{2/g} \quad b = 0$$

Método de Mínimos Cuadrados

Sistema Físico $y = f(x, a, b, c \dots) = ax + b$

Variables	Constantes			
x, y	a	b	c	?

¿Cómo saber la calidad del ajuste?

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN r

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

$|r| \rightarrow 1$ Correlación lineal fuerte

$|r| \rightarrow 0$ No hay correlación

$$\sigma_a = |a| \left[\left(\frac{1}{r^2} \right) - 1 \right]^{1/2} / \sqrt{(n-2)}$$

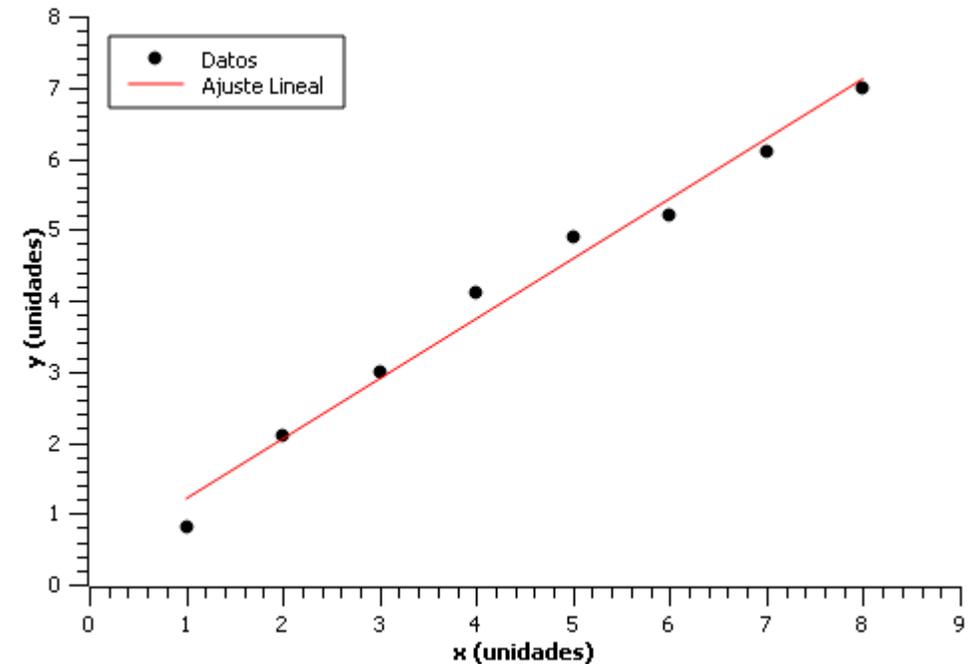
Incertidumbres en a y b.

$$\sigma_b = \sigma_a \left[\left(\frac{\sum x_i^2}{n} \right) \right]^{1/2}$$

¿Como lo hacemos de verdad?

Abrimos Scidavis....

1. Ajustes en SciDavis: análisis/ajuste lineal
2. Ajustes Excel.



¿Como lo hacemos de verdad?

Abrimos Scidavis....

1. Ajustes en SciDavis

2. Ajustes Excel.

Regresión Lineal ajuste del conjunto de datos: Tabla1_2, usando función :

$A \cdot x + B$

errores estándar Y: Desconocido

Desde $x = 1$ a $x = 8$

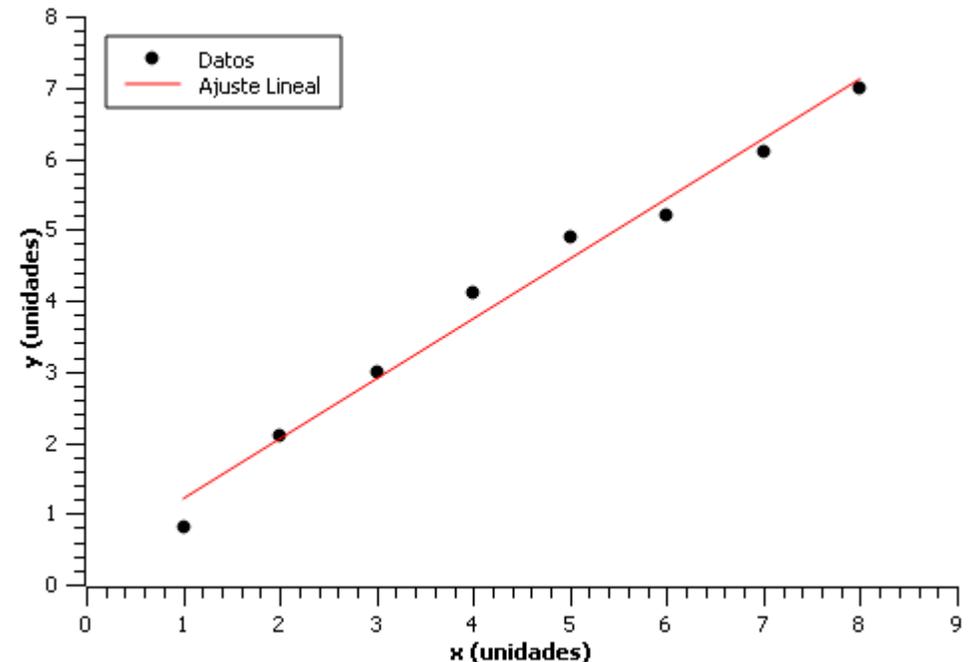
B (y-intercección) = $0,357142857142857 \pm 0,225575605377657$

A (pendiente) = $0,842857142857143 \pm 0,0446706262840327$

($0,84 \pm 0,05$) unidad

 $\chi^2 = 0,502857142857143$

$R^2 = 0,983425934645447$



Calibrar un sensor de temperatura

¿Qué hacemos?

Calibración de Pt100

$$R(T) = R_o(1 + \alpha_1(T - T_o))$$

¿Como medimos?

T, R (mínimo de 10 puntos). De 20°C a 70°C.
Incertidumbre en R 0,5%

Pt: R_o (0°C) es 1000 Ω o 100 Ω , $\alpha_1 = 0,000391$ °C⁻¹

Calibración de un termistor

$$R(T) = R_o \exp \left(B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right)$$

Calibrar un sensor de temperatura

¿Qué hacemos?

Calibración de Pt100

$$R(T) = R_o(1 + \alpha_1(T - T_o))$$

Calibración de un termistor

$$R(T) = R_o \exp \left(B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right)$$

¿Como medimos?

T, R (mínimo de 10 puntos). De 20°C a 70°C.

Incertidumbre en R 0,5%

Pt: R_o (0°C) es 1000 Ω o 100 Ω , $\alpha_1 = 0,000391 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

¿Como procesamos?

Linealizo las variables.

Ajuste lineal y ver r para evaluar el ajuste.

Si el ajuste es aceptable obtengo las variables de la curva.

Saco en cada caso T(R).

Referencias del termistor

R_{25} Ω	No. of R/T characteristic	$B_{25/100}$ K	Ordering code
22	1203	2900 \pm 3%	B57164K0220+000
33	1203	2900 \pm 3%	B57164K0330+000
47	1302	3000 \pm 3%	B57164K0470+000
68	1303	3050 \pm 3%	B57164K0680+000
100	1305	3200 \pm 3%	B57164K0101+000
150	1305	3200 \pm 3%	B57164K0151+000
220	1305	3200 \pm 3%	B57164K0221+000
330	1306	3450 \pm 3%	B57164K0331+000
470	1306	3450 \pm 3%	B57164K0471+000
680	1307	3560 \pm 3%	B57164K0681+000
1 k	1011	3730 \pm 3%	B57164K0102+000
1.5 k	1013	3900 \pm 3%	B57164K0152+000
2.2 k	1013	3900 \pm 3%	B57164K0222+000
3.3 k	4001	3950 \pm 3%	B57164K0332+000
4.7 k	4001	3950 \pm 3%	B57164K0472+000
6.8 k	2903	4200 \pm 3%	B57164K0682+000
10 k	2904	4300 \pm 3%	B57164K0103+000
15 k	1014	4250 \pm 3%	B57164K0153+000
22 k	1012	4300 \pm 3%	B57164K0223+000
33 k	1012	4300 \pm 3%	B57164K0333+000
47 k	4003	4450 \pm 3%	B57164K0473+000
68 k	2005	4600 \pm 3%	B57164K0683+000
100 k	2005	4600 \pm 3%	B57164K0104+000
150 k	2005	4600 \pm 3%	B57164K0154+000
220 k	2007	4830 \pm 3%	B57164K0224+000
330 k	2006	5000 \pm 3%	B57164K0334+000
470 k	2006	5000 \pm 3%	B57164K0474+000

Calibrar un sensor de temperatura

¿Qué hacemos?

Calibración de Pt100

$$R(T) = R_o(1 + \alpha_1(T - T_o))$$

R vs T + ajuste lineal
(MT+N) + barras de error

Calibración de un termistor

$$R(T) = R_o \exp \left(B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right)$$

Variables linealizadas y vs x
+ ajuste lineal (Mx+N)

R vs T + Función teórica R(T) con
parámetros hallados del ajuste +
barras de error

GRAFICAS

Calibrar un sensor de temperatura

¿Qué hacemos?

Calibración de Pt100

$$R(T) = R_o(1 + \alpha_1(T - T_o))$$

R vs T + ajuste lineal
(MT+N) + barras de error

		Confianza	Exactitud
M			-
N			-
r			-
Ro			%
α_1			%

Calibración de un termistor

$$R(T) = R_o \exp \left(B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right) \right)$$

Variables linealizadas y vs x
+ ajuste lineal (Mx+N)

R vs T + Función teórica R(T) con
parámetros hallados del ajuste +
barras de error

		Confianza	Exactitud
M			-
N			-
r			-
Ro			%
B			%

GRAFICAS

Valores

Calibrar un sensor de temperatura

INFORME

Objetivo

Fundamento

Explica los dos sistemas de medida y deben aparecer la ecuación de cada ellos.

Dispositivo experimental

Describo el montaje, con foto señalando bien cada cosa, señalo todas las incertidumbres, y menciono los instrumentos y sus apreciaciones.

Análisis de datos

Se puede agrupar en dos secciones, RDT y termistor.
En cada una deben aparecer por lo menos dos gráficos, la curva linealizada con el ajuste lineal superpuesto, y la curva normal RdT con la curva teórica. Compilo los resultados en una tabla. NO tiro resultados sueltos. Analizo confianza y exactitud si hay.

Conclusiones

Resumen de que se hizo y las principales conclusiones