

PRÁCTICO 5: COMBINATORIA IV  
Principio de Inclusión-Exclusión - Funciones sobreyectivas - Desórdenes, etc.

**Ejercicio 1.** Probar las siguientes identidades, conocidas como las fórmulas de Stifel para Combinaciones, Funciones Sobreyectivas y Números de Stirling:

(a) **Combinaciones**  $C_n^m + C_{n+1}^m = C_{n+1}^{m+1}$ .

(b) **Funciones Sobreyectivas**  $Sob(m+1, n) = n(Sob(m, n-1) + Sob(m, n))$ .

(c) **Números de Stirling**  $S(m+1, n) = S(m, n-1) + nS(m, n)$ .

**Ejercicio 2.** Probar las siguientes identidades usando la regla de la suma y del producto:

(a)  $n^m = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} Sob(m, i)$ .

(b)  $Sob(m, n) = \sum_{i=1}^{m-(n-1)} \binom{m}{i} Sob(m-i, n-1)$ .

(c)  $\sum_{i=0}^k \binom{k}{i} \binom{N-k}{n-i} = \binom{N}{n}$ , siendo  $k \leq n \leq N$ .

(d)  $n! = \sum_{i=0}^n \binom{n}{k} d_k$ , donde  $d_0 = 1$  y  $d_k$  es el número de desórdenes de tamaño  $k$ .

**Ejercicio 3.**

(a) ¿Cuántos números naturales entre 1 y 105 inclusive no son múltiplos de 3, 5 ni 7?

(b) ¿Cuántos números naturales entre 1 y 1155 inclusive son múltiplos de 3 pero no de 5, 7 ni 11?

**Ejercicio 4.** Se tira un dado 6 veces. Calcular la cantidad de formas en que podemos obtener un número múltiplo de 18 como suma de las 6 tiradas del dado. Tomar en cuenta el orden de los valores obtenidos en el dado.

Por ejemplo, los resultados en orden (6, 6, 2, 2, 1, 1) y (6, 2, 6, 2, 1, 1) cuentan a favor como casos diferentes.

**Ejercicio 5.** ¿De cuántas formas pueden extraerse 9 canicas de una bolsa si hay 3 de cada uno de los siguientes colores: blanco, rojo, azul, negro?

**Ejercicio 6.** ¿Cuántos enteros positivos entre 1 y 9.999.999 inclusive cumplen que la suma de sus dígitos es igual a 31?

**Ejercicio 7.** Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$  con las siguientes restricciones:

- (a)  $0 \leq x_i \leq 8$  para todo  $i$ .
- (b)  $0 \leq x_1 \leq 5$ ,  $0 \leq x_2 \leq 6$ ,  $3 \leq x_3 \leq 7$  y  $0 \leq x_4 \leq 8$ .
- (c)  $0 < x_1 \leq 4$ ,  $1 < x_2 < 5$ ,  $3 \leq x_3 \leq 7$  y  $0 \leq x_4 \leq 8$ .

**Ejercicio 8.** Hallar la cantidad de permutaciones de los dígitos de 123456789 tales que:

- (a) Ningún dígito está en su posición original.
- (b) Los dígitos pares no están en su posición original.
- (c) Los dígitos pares no están en su posición original y los primeros cuatro dígitos son precisamente 1, 2, 3 y 4, en algún orden.

**Ejercicio 9.** Seis perros y dos gatos tienen cuatro escondites para guarecerse de la lluvia. ¿De cuántas maneras pueden distribuirse los ocho animales en los cuatro escondites sabiendo que se utilizan todos los escondites y además no pueden haber perros y gatos en el mismo escondite?

**Ejercicio 10.** (Ej. 1 parte a. del 1<sup>er</sup> parcial del 2000)

Halle la cantidad de palabras distintas que pueden obtenerse permuntando las letras de

*MOMENTÁNEAMENTE*

si la primer letra debe ser  $O$ . ¿Y si la primera letra tuviera que ser  $M$  u  $O$ ?

**Ejercicio 11.** ¿De cuántas maneras se puede particionar un conjunto de 6 elementos en subconjuntos de cardinal 3, 2 y 1 respectivamente? ¿Y si todos los subconjuntos tienen cardinal 2?