PRÁCTICO 5

Principio del Palomar (Sección 5.5)

Ejercicio 1. Sabiendo que la población mundial supera a los 8 mil millones de habitantes y que la persona más anciana del mundo tiene 122 años, probar que existen al menos 2 personas en el mundo que nacieron el mismo año, en la misma fecha del calendario, a la misma hora, en el mismo minuto, y en el mismo segundo.

Ejercicio 2. Probar que cualquier subconjunto de seis elementos del conjunto $S = \{1, 2, \ldots, 9\}$ debe contener dos elementos cuya suma sea 10.

Ejercicio 3. Probar que en una reunión cualquiera con dos o más personas siempre existen al menos dos personas que tienen la misma cantidad de amigos en esa reunión.

Ejercicio 4. Dados cinco punto de un cuadrado de lado 2, probar que hay al menos dos puntos cuya distancia es menor o igual que $\sqrt{2}$.

Ejercicio 5. Dado un número real x, denotamos mediante $\lceil x \rceil$ al menor entero y tal que $y \geq x$. Probar que toda función $f : A \to B$ donde $|A| > |B|$ tiene al menos $\lceil |A| \,/\, |B| \rceil$ elementos de A que toman el mismo valor.

Ejercicio 6. Consideremos un tablero rectangular compuesto por 141 filas y 8 columnas, definiendo en total 141×8 celdas. Cada celda se pinta de blanco o de negro de forma tal que cada fila tenga exactamente cuatro celdas pintadas de negro. Demostrar que hay al menos 3 filas con igual secuencia de colores.

Ejercicio 7. Determinar la mayor cantidad de caballos que se pueden poner en un tablero de ajedrez sin que ninguno pueda saltar hacia la posición de otro.

Ejercicio 8. Encontrar el menor entero positivo n que permita asegurar que, de cualquier forma que se elijan n enteros distintos entre 1 y 100 inclusive, habrá dos de ellos cuya suma sea igual a 50.

Ejercicio 9. Se sabe que Judit Polgár estudió ajedrez al menos una vez por día durante 30 días consecutivos, y en esos 30 días estudió exactamente 45 veces en total. Demostrar que existe un conjunto de días consecutivos en los que Judit Polgár entrenó en total exactamente 14 veces.