

PRÁCTICO 4: COMBINATORIA III

**Ejercicio 1.** En una playa se juntan 13 chicos y deciden hacer 4 equipos para jugar al voleibol, para ello hacer tres equipos de 3 jugadores y uno de 4. Entre los chicos se encuentra uno sumamente habilidoso y otro que es muy, pero muy poco habilidoso (antes se le decía "es un chambonazo"). Los restantes 11 jugadores son de nivel medio en este deporte. Para equiparar, al habilidoso lo colocan en uno de los equipos de 3 jugadores y al poco habilidoso en el equipo de 4 jugadores.

¿De cuántas formas se pueden armar los equipos?

**Ejercicio 2.** Para una selección de fútbol, fueron convocados 2 goleros, 6 zagueros, 7 mediocampistas y 4 atacantes. ¿De cuántos modos es posible formar una selección con un golero, 4 zagueros, 4 mediocampistas y 2 atacantes?

**Ejercicio 3.**

- (a) Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 4$ .
- (b) ¿Cuántas soluciones hay si se reemplaza el signo  $=$  por el signo  $<$ ?  
O sea: hallar la cantidad de soluciones naturales de la inecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 < 4$ .
- (c) Hallar la cantidad de soluciones naturales de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$  tal que se cumplen simultáneamente las siguientes condiciones  $x_1 \geq 3$  y  $x_4 \geq 3$ .

**Ejercicio 4.**

a. Hallar la cantidad de subconjuntos de un conjunto con  $n$  elementos razonando con la fórmula del binomio.

b. Probar que:  $\sum_{j=0}^n (-1)^j C_j^n = 0$ .

c. (Ej. 4 del 1<sup>er</sup> parcial del 2000) Hallar el valor de la siguiente suma:  $\sum_{k=0}^{203} C_k^{203} (-4)^k$ .

**Ejercicio 5.**

- (a) Hallar el coeficiente en  $x^5$  en el desarrollo de  $(x^5 + x - 1)^{10}$ .
- (b) Hallar el coeficiente en  $xy^3z^5$  del polinomio  $(2x + 4y + 2z + 5)^{14}$ .

**Ejercicio 6.** (Ej. 4 del 2<sup>do</sup> examen del curso 2001)

Hallar la cantidad  $n$  de palabras de 1 a 5 letras que se pueden formar usando las letras de la palabra CASAS. (Por ejemplo C y AA son dos palabras posibles, pero CAC no lo es).

**Ejercicio 7.** (Ej. 2 del 1<sup>er</sup> parcial del curso 2009)

¿Cuántas palabras de longitud 6 existen que no tengan dos consonantes o dos vocales juntas?

**Ejercicio 8.** Dados  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  y  $B = \{1, 2, \dots, m\}$ , hallar la cantidad de funciones  $f : A \rightarrow B$  tales que:

- (a) No hay restricciones.
- (b)  $f$  es inyectiva.
- (c)  $f$  es biyectiva
- (d)  $f$  es monótona creciente estrictamente.
- (e)  $f$  es monótona creciente.
- (f) Cada elemento  $i \in B$  es alcanzado  $r_i$  veces, donde  $r_1 + \dots + r_m = n$ .

**Ejercicio 9.**

- a. Para  $n$  y  $t$  positivos, repasar la demostración (hay al menos dos posibles demostraciones) que el coeficiente de  $x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_t^{n_t}$  en  $(x_1 + x_2 + \dots + x_t)^n$  es

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_t!}$$

con  $n_1 + n_2 + \dots + n_t = n$ .

- b. (Ej. 3 del 1<sup>er</sup> parcial del 2001) Determinar el coeficiente de  $x^4$  en el desarrollo de  $(x^3 - x^2 + x - 1)^6$ .
- c. (Ej. 1b del 1<sup>er</sup> parcial 2018 sem. impar) Hallar el coeficiente de  $x^6$  en  $(2 + 2x + 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 + x^5)^5$ .