

PRÁCTICO 2: COMBINATORIA I (SECCIONES 1.1, 1.2 Y 1.3)
REGLA DEL PRODUCTO, PERMUTACIONES, ARREGLOS Y COMBINACIONES SIN REPETICIÓN

Ejercicio 1. Un alfabeto consta de 5 vocales y 22 consonantes. ¿Cuántas palabras de longitud 6 se pueden formar con tal alfabeto que no tengan ni dos consonantes ni dos vocales juntas?

Ejercicio 2. La final de un campeonato de fútbol debe definirse por penales. Para patearlos, la directora técnica debe elegir en orden 5 jugadoras diferentes de un total de 11. ¿De cuántas formas puede hacerlo? Responder a la misma pregunta si la capitana del equipo patea el quinto penal.

Ejercicio 3.

- a. ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar usando todas las letras de la palabra *ÁRBOL*?
- b. ¿Cuántas palabras de largo 3 se pueden formar usando letras distintas de la palabra *ÁRBOL* ?
- c. ¿Cuántas palabras distintas pueden obtenerse permuntando las letras de la palabra *ALGORITMO*?
Sugerencia: determinar primero la cantidad de formas de colocar las dos letras O y luego determinar la cantidad de formas de acomodar las restantes letras de la palabra ALGORITMO.

Ejercicio 4.

- a. ¿De cuántas formas se puede colorear una bandera de cuatro franjas horizontales si disponemos de cinco colores, de modo que franjas contiguas no tengan el mismo color?
- b. Ídem a la parte a. con la restricción de que el color de la primera y última franja sean distintos.

Ejercicio 5. ¿Cuántos números enteros pares comprendidos entre 100 y 1000 tienen sus 3 dígitos distintos?

Ejercicio 6. ¿De cuántas formas se puede elegir un presidente, un secretario y un tesorero dentro de un grupo de 12 personas?

Ejercicio 7. Un comité de 10 personas será elegido entre 8 hombres y 8 mujeres. De cuántas formas se puede hacer una selección si:

- a. no hay restricciones;
- b. debe haber 5 hombres y 5 mujeres;
- c. deben haber más mujeres que hombres;
- d. deben haber al menos 7 mujeres.

Ejercicio 8. En una playa se juntan 13 personas y deciden hacer 4 equipos para jugar al vóleybol. Para ello van a hacer tres equipos de 3 jugadores y un único equipo de 4 jugadores. Dentro de las 13 personas, una de ellas es sumamente habilidosa y otra es muy poco habilidosa. Las restantes 11 personas son de nivel medio en este deporte. Para equiparar, se decide colocar a la persona habilidosa en uno de los equipos de 3 jugadores y a la persona poco habilidosa en el único equipo de 4 jugadores.
¿De cuántas formas se pueden formar los equipos?

Ejercicio 9. En una prueba que consta de 10 preguntas un estudiante decide responder exactamente 6 preguntas, y quiere que al menos 3 de ellas estén dentro de las primeras 5 preguntas. ¿De cuántas formas distintas podría hacerlo?

Ejercicio 10. Para una selección de fútbol fueron convocados 2 goleras, 6 zagueros, 7 mediocampistas y 4 atacantes. ¿De cuántos modos es posible formar una selección con una golera, 4 zagueros, 4 mediocampistas y 2 atacantes?

Ejercicio 11. Consideremos un mazo de 48 barajas españolas. Cada una de las 48 cartas tiene asociado un valor (número del 1 al 12) y un palo (oro, copa, espada o basto). A las cartas con valor 1 se las llaman ases y a las cartas con valor 10 se las llaman sotas. Un par consiste en dos cartas con el mismo valor. ¿De cuántas formas puede un jugador extraer 5 cartas de una baraja común (de 48 cartas) y obtener

- a. cinco cartas del mismo palo?
- b. cuatro ases?
- c. cuatro cartas del mismo valor?
- d. tres ases y dos sotas?
- e. tres ases y un par?

Ejercicio 12.

a. Hallar la cantidad de subconjuntos de un conjunto con n elementos utilizando la fórmula del binomio.

b. Probar que: $\sum_{j=0}^n (-1)^j C_j^n = 0$.

c. Hallar el valor de la siguiente suma: $\sum_{k=0}^{203} C_k^{203} (-4)^k$.

Ejercicio 13. Considerar la suma: $\sum_{i=0}^n C_m^i$.

a. Calcular la suma para algunos casos, usando el triángulo de Pascal.

Aclaración: si $i < m$ asumimos $C_m^i = 0$.

b. Conjeture cuánto suma en general y demuéstrela por Inducción Completa.

Ejercicio 14. Usando que $(1+x)^n(1+x)^n = (1+x)^{2n}$, probar que

$$\sum_{i=0}^n (C_i^n)^2 = C_n^{2n}.$$