

Facultad de Ingeniería
IMERL
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Curso 2025
Práctico 1

Problemas de conteo

1. En cierta ciudad las matrículas de los autos se forman con 2 vocales diferentes seguidas de 5 dígitos todos diferentes. Calcular la cantidad de matrículas que pueden hacerse y calcular cuántas de ellas comienzan con A y terminan con 89.
2. De un grupo formado por 3 ingenieros, 5 economistas y 4 arquitectos deben seleccionarse 4 para formar una comisión.
 - (a) Calcular cuántas comisiones diferentes podrían formarse.
 - (b) Calcular cuántas de esas comisiones estarían integradas por un ingeniero, dos economistas y un arquitecto.
 - (c) Calcular en cuántas configuraciones hay por lo menos dos arquitectos.
3. En una fábrica los productos se codifican con 3 letras distintas que indican 3 operaciones que sufren cada uno de los productos y 3 cifras distintas y en ese orden: primero las letras y después los números. Las letras utilizadas son A, B, C y D.
 - (a) ¿Cuántos productos pueden codificarse?
 - (b) ¿Cuántos códigos empiezan con A y terminan con 9?
 - (c) ¿En cuántos los números 0 y 2 aparecen juntos y en ese orden?
 - (d) ¿En cuántos los números 0 y 2 aparecen juntos?
 - (e) ¿En cuántos productos aparecen dos números pares juntos y el otro es impar?
4. Una caja fuerte se abre mediante una cierta clave de 5 dígitos (pueden ser repetidos). Ud. es lo suficientemente audaz como para intentar abrirla, y lo hace probando números al azar. ¿Cuántas claves posibles hay? ¿Cuántas claves posibles hay si se usan sólo los dígitos de 1 a 6 en vez de usar los 10?
5. Se juega a un juego del tipo 5 de Oro: hay que acertar 5 números, elegidos dentro de 36 posibilidades.
 - (a) ¿Cuántas jugadas posibles hay?

- (b) Si se eligen 5 números a priori, ¿cuántas jugadas posibles hay que contengan exactamente uno de los números elegidos?
 - (c) Si se eligen 5 números a priori, ¿cuántas jugadas posibles hay que contengan por lo menos 2 de los números elegidos?
6. * Usted va a la panadería a comprar una docena de bizcochos. En la panadería sólo quedan croissants, margaritas y galletas en cantidades suficientes.
- (a) ¿Cuántas elecciones distintas puede hacer?
 - (b) Usted llega a la facultad con α croissants, β margaritas y γ galletas ($\alpha + \beta + \gamma = 12$) y los reparte entre usted y 11 amigos. ¿de cuántas formas los puede repartir? (Calcular en función de α , β y γ). ¿Cuánto deben valer α , β y γ para que dicha cantidad sea máxima? (Sugerencia: ver como varía dicha cantidad al variar en una unidad alguno de los parámetros)

Propiedades de la Probabilidad

7. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ un espacio de probabilidad. Sean A , B y C sucesos. Expresar mediante operaciones con conjuntos los sucesos que corresponden a:
- (a) Ocurren A y B .
 - (b) Ocurren los tres sucesos.
 - (c) Ocurre A u ocurre B .
 - (d) Ocurre por lo menos uno de los tres sucesos.
 - (e) Ocurre A u ocurre B pero no los dos simultáneamente.
 - (f) No ocurre B .
 - (g) No ocurre ni A ni B .
 - (h) No ocurre ninguno de los tres sucesos.
 - (i) Ocurre A y no ocurre B .
 - (j) Ocurre exactamente uno de los tres sucesos.
 - (k) Ocurren por lo menos dos de los tres sucesos.
8. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ un espacio de probabilidad. Demostrar que:
- (a) Si A y B son sucesos tales que $A \subset B$ entonces:

$$\mathbf{P}(B \setminus A) = \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A)$$

Sugerencia. Considerar que $B \setminus A = B \cap A^c$ y $B = (B \cap A) \cup (B \cap A^c)$
 Deducir que $\mathbf{P}(A) \leq \mathbf{P}(B)$.

- (b) Si A y B son sucesos entonces $P(A \cup B) \geq \max\{P(A), P(B)\}$ y $P(A \cap B) \leq \min\{P(A), P(B)\}$
9. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ un espacio de probabilidad. Se consideran dos sucesos A y B tales que $P(A) = 1/3$ y $P(B) = 1/2$. Determinar el valor de $P(A^C \cap B)$ en los siguientes casos:
- A y B incompatibles (mutuamente excluyentes).
 - $A \subset B$.
 - $P(A \cap B) = 1/8$.
10. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$ un espacio de probabilidad. Se consideran los sucesos A y B con: $P(A) = 3/8$, $P(B) = 1/2$, $P(A \cap B) = 1/4$. Calcular:
- $P(A^C)$ y $P(B^C)$.
 - $P(A \cup B)$.
 - $P(A^C \cap B^C)$.
 - $P(A^C \cap B)$ y $P(A \cap B^C)$.
11. Sea (Ω, \mathcal{A}, P) un espacio de probabilidad. Demostrar que:
- * Si A , B y C son sucesos entonces se cumple que:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

- * Si A_1, \dots, A_n son sucesos probar que:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{1 \leq i \leq n} P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap \dots \cap A_n)$$