

Geometría en el espacio

1. Hallar las ecuaciones paramétricas de las siguientes rectas:

- (a) Pasa por el punto $P=(1,2,5)$ y tiene vector director $v=(2,1,3)$
- (b) Pasa por el punto $P=(1,2,-3)$ y tiene vector director $v=(2,-1,1)$
- (c) Pasa por el punto $P=(-7,0,3)$ y tiene vector director $v=(1,0,1)$

2. Hallar las ecuaciones paramétricas de las rectas que pasan por los siguientes puntos:

- (a) Pasa por el punto $A=(4,3,0)$ y $B=(1,0,1)$
- (b) Pasa por el punto $A=(2,0,5)$ y $B=(-1,4,6)$
- (c) Pasa por el punto $A=(1,0,-3)$ y $B=(1,4,-3)$

3. Hallar las ecuaciones reducidas o cartesianas de las siguientes rectas:

$$(a) \ r \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = 1 - 5\lambda \\ z = 6 + 2\lambda \end{cases} \qquad (b) \ r \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases}$$

4. Hallar las ecuaciones paramétricas de las siguientes rectas:

$$(a) \ r \begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x - y + z + 2 = 0 \end{cases} \qquad (b) \ r \begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 4x - 3y - 1 = 0 \end{cases}$$

5. Pertenencia a una recta

- (a) Averiguar si los puntos $(3,1,-1)$, $(5,2,1)$ y $(5,0,0)$ pertenecen a la recta $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = -2 + \lambda \end{cases}$
- (b) Averiguar si los puntos $(-1,0,0)$, $(0,1,1)$ y $(1,-1,1)$ pertenecen a la recta $\begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x - y + z + 2 = 0 \end{cases}$

6. Puntos alineados

- (a) Averiguar si los puntos $(1,0,2)$, $(-1,1,1)$ y $(3,-1,1)$ están alineados. Si lo están, encontrar la ecuación paramétrica y reducida de la recta que determinan.
- (b) Averiguar si los puntos $(1,1,1)$, $(1,0,-1)$ y $(1,2,3)$ están alineados. Si lo están, encontrar la ecuación paramétrica y reducida de la recta que determinan.

7. Calcular a y b para que los puntos estén alineados

- (a) $A(2,2,2)$, $B(1,3,5)$ y $C(1,a,b)$
- (b) $A(1,2,-1)$, $B(3,0,-2)$ y $C(4,a,b)$

8. Hallar las ecuaciones paramétricas de los siguientes planos:

- (a) Pasa por el punto $A = (1, 1, 1)$ y tiene a $u = (2, -1, 1)$ y $v = (1, 0, -1)$ como vectores directores.
- (b) Pasa por el punto $A = (0, 3, -1)$ y tiene a $u = (1, 2, 3)$ y $v = (3, -4, 2)$ como vectores directores.

9. Hallar las ecuaciones paramétricas de los planos que pasan por los siguientes puntos

- (a) $A=(1,1,1)$, $B=(2,2,3)$ y $C=(1,1,-2)$.
- (b) $A=(1,7,-2)$, $B=(4,5,0)$ y $C=(6,3,8)$.

10. Hallar las ecuaciones paramétricas de los siguientes planos

(a) Pasa por el punto (1,1,1) y contiene a la recta $\begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ x - y - z - 2 = 0 \end{cases}$

(b) Pasa por el punto (1,1,0) y es paralelo al plano $\begin{cases} x = 1 + \alpha - \beta \\ y = 1 - \alpha + \beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases}$

(c) Contiene a las rectas $r : \begin{cases} x = -7 + 4\lambda \\ y = 13 - \lambda \\ z = 2 \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 5 + \lambda \\ y = 10 - \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$

11. Averiguar si los siguientes puntos pertenecen a un plano

(a) A(0,1,0), B(1,1,2), C(2,0,3) y D(1,-1,0)

(b) A(1,0,0), B(0,1,0), C(2,1,0) y D(-1,2,1)

12. (a) Hallar el valor de a para que los puntos sean coplanares A(1,0,1), B(2,1,3), C(0,1,2) y D(a,2a,-1)

(b) Hallar el punto del eje \vec{oy} que es coplanar a los puntos A(1,1,1), B(2,2,1) y C(1,2,0)

(c) Hallar el valor de a para que la recta $r : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = -4 \end{cases}$ y la recta s que pasa por los puntos A=(1,2,0) y B(a,a,1) sean coplanares.

13. Hallar ecuaciones reducidas o cartesianas de los siguientes planos

(a) $\pi \begin{cases} x = -1 + \alpha - \beta \\ y = 2 + \alpha + \beta \\ z = -1 - \alpha - 2\beta \end{cases}$

(b) $\pi \begin{cases} x = -1 + \alpha + 2\beta \\ y = 1 - \alpha + \beta \\ z = 1 - \beta \end{cases}$

14. Hallar las ecuaciones paramétricas de los siguientes planos

(a) $\pi)x - 3y + 4z = 1$

(b) $\pi)x + z = 0$

15. Hallar las ecuaciones paramétricas de los ejes coordenados y de los planos coordenados.

16. Hallar el punto de intersección del plano π y de la recta r

(a) $\pi) -x + 2y + 4z = 3$ y $r : \begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$

(b) $\pi \begin{cases} x = 1 + 2\alpha + 2\beta \\ y = -3 + \alpha - \beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases}$ y $r : \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = 1 - 3\lambda \end{cases}$

(c) $\pi)2x + y + z = 2$ y $r : \begin{cases} x + y - 3z = -6 \\ x + 2y - 4z = -8 \end{cases}$

17. Hallar los puntos de intersección de la recta r que pasa por los puntos A=(2,6,-3) y B=(3,3,-2) con los planos coordenados.

18. Hallar el punto de intersección de los planos $\pi_1) x + z = 0$, $\pi_2) 2x - y - 2z = 5$ y $\pi_3) 3x + 3y + 2z = 7$

19. Hallar el punto de intersección de las siguientes rectas

$$(a) \ r : \begin{cases} x - y = 1 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases} \text{ y } s : \begin{cases} x + 3y + z + 1 = 0 \\ x - 4y - z - 3 = 0 \end{cases}$$

$$(b) \ r : \begin{cases} x = 5 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = -7 + \lambda \end{cases} \text{ y } s : \begin{cases} x = 2\lambda + 3 \\ y = 3 - \lambda \\ z = -2 - 2\lambda \end{cases}$$

$$(c) \ r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 4 - \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases} \text{ y } s : \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y - z = -6 \end{cases}$$

20. Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1) $3x - 2y + z = 2$ y π_2) $3x + 3y + 2z = 7$

21. Hallar a sabiendo que los planos π_1) $ax + y - 7z + 5 = 0$ y π_2) $x + 2y + a^2z - 8 = 0$ se intersectan en una recta que pasa por el punto $A=(0,2,1)$ y que no pasa por el punto $B=(6,-3,2)$