

Segundo Parcial

Duración: 3 horas y media.

Deben justificar todas sus respuestas. En caso de utilizar un resultado demostrado en clase, deben enunciarlo y justificar que se puede aplicar en el contexto del problema

N° Parcial	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} \text{ si } (x, y) \neq (0, 0), \quad f(0, 0) = 0$$

- Probar que existen derivadas parciales en todos los puntos y calcularlas.
 - Probar que f es diferenciable.
 - Probar que f no es de clase C^1 .
2. a) Sea D La región cerrada y acotada del plano delimitada por la elipse de ecuación $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Encontrar un cambio de variable que transforme D en un disco.
- b) Sea S la región cerrada y acotada de \mathbb{R}^3 definida por:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq z \leq 1\}.$$

- Representar gráficamente la región S .
- Calcular el volumen de S .

*** En este ejercicio cada vez que realice un cambio de variable deberá representar gráficamente los conjuntos que estos cambios vinculan.**