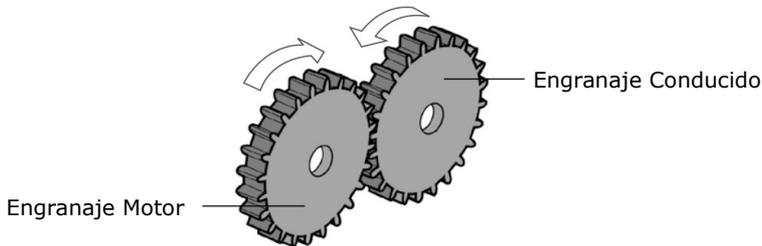


Engranajes

Son ruedas dentadas que se acoplan entre semejante para transmitir eficientemente movimiento y fuerza.

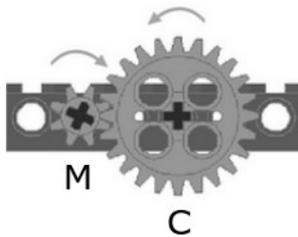
En la combinación de dos engranajes se denominan motor al que aporta la fuerza de entrada, proveniente de un motor o del propio accionamiento con la mano y conducido al que se acopla para obtener una salida controlada.



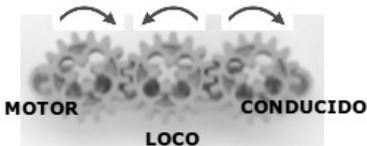
Al acoplar dos engranajes se obtienen cambios de dirección, velocidad y fuerza. Pero siempre que queramos incrementar alguna de estas variables la otra disminuirá proporcionalmente. El uso de este mecanismo es de lo más común en máquinas y objetos cotidianos como; la batidora, el reloj, el taladro, el auto o el mecanismo de un generador eólico.

Sentido de giro

El acople de un engranaje motor (M) con otro conducido (C) genera en este último un giro opuesto al del engranaje motor.



Se logra hacer girar un engranaje conducido en el mismo sentido que el motor añadiendo otro, denominado loco, entre ellos.



El engranaje loco no cambia las relaciones de fuerza y velocidad entre motor y conducido.

Relación de engrane o de transmisión

La relación de engrane (i) es el cociente entre el número de dientes del engranaje conducido (Z_C) y el número de dientes del engranaje motor (Z_M).

$$\frac{Z_C}{Z_M} = i$$

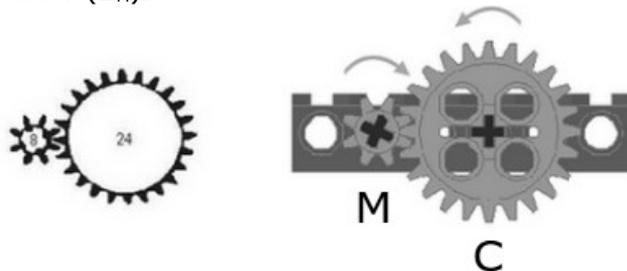
Ejemplo:

Engranaje motor 8 dientes: $Z_M = 8$

Engranaje conducido 24 dientes: $Z_C = 24$

$$\frac{Z_C}{Z_M} = \frac{24}{8} = \frac{3}{1} = 3 : 1$$

$$i = 3$$



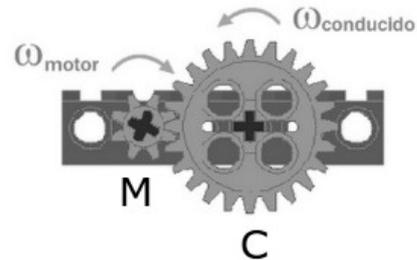
Esto quiere decir que 3 vueltas del engranaje motor (más pequeño) produce 1 vuelta del engranaje conducido (más grande).

Engranajes

Velocidad de giro

Las velocidades de salida (eje conducido) se obtienen multiplicando la velocidad de entrada (eje motor) por el inverso de la relación de engrane.

$$\omega_C = \omega_M \cdot \frac{Z_M}{Z_C} \rightarrow \omega_C = \frac{\omega_M}{i}$$



Ejemplo:

Engranaje motor 8 dientes: $Z_M = 8$

Engranaje conducido 24 dientes: $Z_C = 24$

Velocidad motor = 150 RPM

$$\omega_C = 150 \text{ RPM} \cdot \frac{8}{24} \rightarrow \omega_C = 150 \text{ RPM} \cdot \frac{1}{3}$$

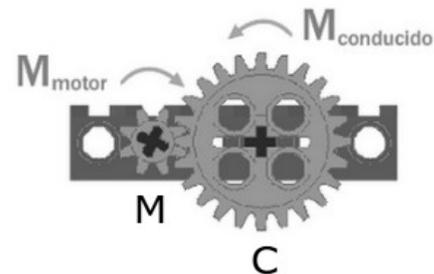
$$\omega_C = 50 \text{ RPM}$$

La velocidad de giro del engranaje conducido es 3 veces menor a la del engranaje motor.

Momento

A su vez el momento de salida (eje conducido) se obtiene multiplicando momento de entrada (eje motor) por la relación de engrane.

$$M_C = M_M \cdot \frac{Z_C}{Z_M} \rightarrow M_C = M_M \cdot i$$



Ejemplo:

Engranaje motor 8 dientes: $Z_M = 8$

Engranaje conducido 24 dientes: $Z_C = 24$

Momento motor = 15 N·cm

$$M_C = 15 \text{ N.cm} \cdot \frac{24}{8} \rightarrow M_C = 15 \text{ N.cm} \cdot \frac{3}{1}$$

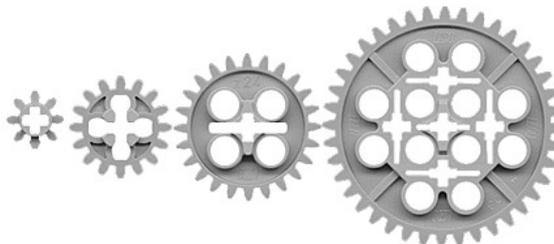
$$M_C = 45 \text{ N.cm}$$

El momento en el engranaje conducido es 3 veces mayor al del engranaje motor.

Engranajes Lego!

Estos son los engranajes para combinar y así transmitir movimientos entre ejes.

Se presentan cuatro ruedas dentadas de: 8, 12, 24 y 40 dientes.



Combinando de a dos estas son las relaciones de engrane (i):

Motor \ Conducido	8	16	24	40
8	1	2	3	5
16	0,5	1	1,5	2,5
24	0,33	0,67	1	1,67
40	0,2	0,4	0,6	1

Engranajes

Sin Fin

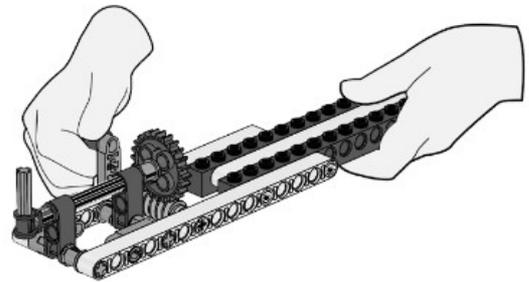
Con el sin fin se logran reducciones muy grandes.
Una vuelta del sin fin mueve 1 diente del engranaje.

$$i = \frac{n}{1}$$

n – Número de dientes del engranaje acoplado al sin fin

Siempre el motor es el sin fin y el conducido es el engranaje.
El eje de rotación del engranaje conducido queda perpendicular al eje del sin fin.
Si se intenta girar el engranaje, el sin fin se opone a este giro y queda bloqueado.

Esto puede ser utilizado como seguro, por ejemplo; si se utiliza en un brazo robótico que sube una carga pesada. Si la alimentación se corta, el brazo se mantendrá en la misma posición sin volver a bajar por efecto de la carga.

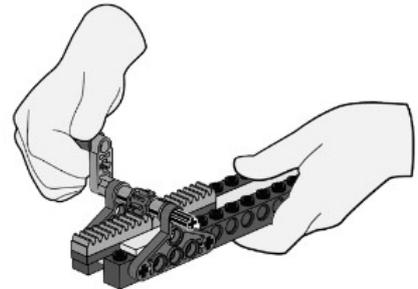


Cremallera

La cremallera se puede ver como un engranaje extendido.
La característica principal es que convierte un movimiento circular de entrada (mediante engranaje) en otro lineal de salida (cremallera).

El movimiento lateral de la cremallera es proporcional al número de dientes del engranaje motor.

Es utilizada para mover las ruedas de los autos mediante la dirección.



Engranajes

Fundamento de las relaciones entre engranajes

Definimos Paso de engranaje como el arco desde la cresta de un diente hasta la cresta del próximo.

Sea a el paso de los engranajes. Esta medida se mantiene para todo el juego de engranajes así se pueden acoplar correctamente unos con otros.

Si calculamos el perímetro del engranaje a partir del radio (R) a la cresta del diente;

$$P = 2.\pi.R$$

Entonces la cantidad de dientes (Z) vendrá dada por la división del perímetro entre el paso del engranaje.

$$Z = \frac{2.\pi.R}{a}$$

La velocidad tangencial de un engranaje resulta de multiplicar la velocidad angular (o de giro) por el radio del engranaje.

$$v_T = \omega.R$$

La potencia que transmite un engranaje motor es igual a la potencia que le entrega el eje donde esta acoplado.

$$P = \omega.M$$

Cuando estudiamos la transmisión de un engranaje a otro vamos a considerar que la potencia se transmite sin pérdidas. Existen pérdidas de potencia en la fricción de ejes y entre engranajes pero la consideraremos despreciable.

$$P_M = P_C$$

En el punto de contacto entre engranajes la velocidad tangencial de uno y otro es la misma.

$$v_{TM} = v_{TC}$$

Calculando

Relación entre velocidad angular (o de giro) del engranaje motor y del engranaje conducido.

$$v_{TM} = \omega_M.R_M$$

$$Z_M = \frac{2.\pi.R_M}{a} \rightarrow R_M = \frac{Z_M.a}{2.\pi}$$

$$\rightarrow v_{TM} = \frac{\omega_M.Z_M.a}{2.\pi}$$

$$\text{Como; } v_{TM} = v_{TC} \rightarrow \frac{\omega_M.Z_M.a}{2.\pi} = \frac{\omega_C.Z_C.a}{2.\pi}$$

$$\rightarrow \omega_M.Z_M = \omega_C.Z_C$$

Engranajes

Relación entre el momento del engranaje motor y el momento del engranaje conducido.

$$P_M = \omega_M \cdot M_M$$

$$v_{TM} = \frac{\omega_M \cdot Z_M \cdot a}{2 \cdot \pi} \rightarrow \omega_M = \frac{v_{TM} \cdot 2 \cdot \pi}{Z_M \cdot a}$$

$$P_M = \frac{v_{TM} \cdot 2 \cdot \pi \cdot M_M}{Z_M \cdot a}$$

$$\text{Como: } P_M = P_C \rightarrow \frac{v_{TM} \cdot 2 \cdot \pi \cdot M_M}{Z_M \cdot a} = \frac{v_{TC} \cdot 2 \cdot \pi \cdot M_C}{Z_C \cdot a}$$

$$\text{Y como: } v_{TM} = v_{TC}$$

$$\rightarrow \frac{M_M}{Z_M} = \frac{M_C}{Z_C}$$