Aplicaciones del Álgebra Lineal
2$^{\text{DO}}$ semestre - 2024

Práctico 9: Perron - Frobenius.

Ref. ALA, JAP, Capítulo IV, Secciones 2 y 3.

Ejercicio 1 Probar que el producto de matrices de permutación, es una matriz de permutación.

Ejercicio 2 Sea P$\in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ matriz de permutación. Calcular $\mathrm{P}^{n!}$. Justificar.

Ejercicio 3 Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, no negativa.

- **a**. Probar que, si A es irreducible y p es un entero positivo, entonces A^p es irreducible.
- **b**. ¿Será verdad el recíproco? O sea, si A^p es irreducible para algún entero positivo p, entonces A es irreducible.

Ejercicio 4 Supongamos que A y B son matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, no negativas.

- **a**. Demostrar o dar un contraejemplo: si A y B son irreducibles, entonces $A + B$ es irreducible.
- **b**. Demostrar o dar un contraejemplo: si A y B son irreducibles, entonces $A.B$ es irreducible.

Ejercicio 5

- **a**. Caracterizar las matrices 2x2 que son reducibles.
- **b**. Caracterizar las matrices 2x2 que son primitivas.

Ejercicio 6 Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ una matriz no negativa. Probar que son equivalentes:

- **a**. A es primitiva.
- **b**. Existe k_0 tal que para todo $k \geq k_0$, $A^k > 0$.
- **c**. Existe k, tal que $A^k > 0$.

Marcelo Lanzilotta