Medidas Electricas en Ingeniería de Procesos

Clase

ANALIS DE FOURIER

Temas de la clase de hoy:

SEÑALES EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

- Representación de una señal en el dominio de la frecuencia.
- Señales periódicas, series de Fourier.

Señales pulsadas, transformada de Fourier.

Representación de una señal en el dominio de la frecuencia.

Queremos representar una señal sinusoidal, sabemos que su expresión matemática es:

$$v(t) = Asin(\omega_o t + \varphi)$$

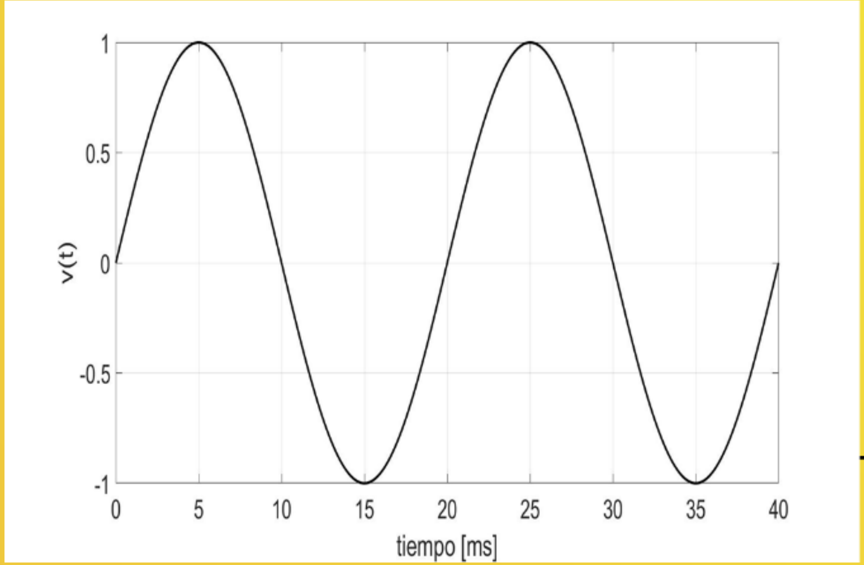
Representación de una señal en el dominio de la frecuencia.

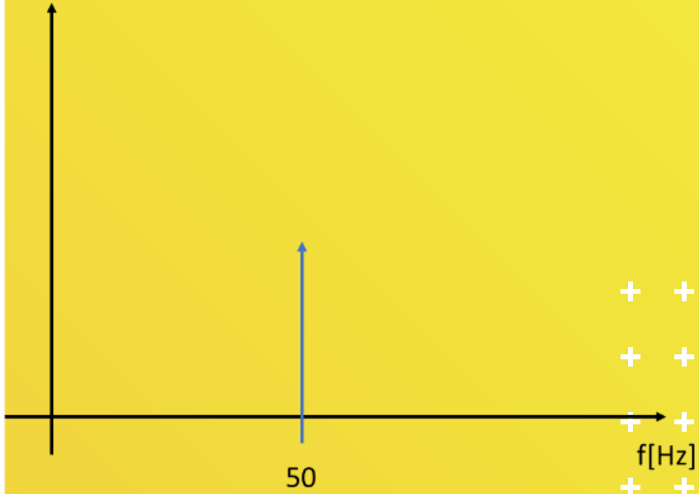
Si quiero escribir los valores de la función v en forma de tabla tengo dos posibilidades, hago una tabla con los valores de v para cada instante de tiempo, debo elegir una discretización, o hago una tabla con los valores de A y φ para todos los valores de ω, también debo elegir una discretización.

Representación de una señal en el dominio de la frecuencia.

Tiempo	Valor		Frecuencia	Amplitud	Fase
t_1	v_1		ω_1	0	0
t_2	v_2		ω_2	0	0
t_3	v_3		ω_3	0	0
t_4	v_4		…	…	…
…	…		ω_o	A	A
…	…		…	…	…
t_N	v_N		ω_N	0	0

Representación de una señal en el dominio de la frecuencia.





Funciones periódicas – Series de Fourirer.

Llamamos período T de una función periódica al mínimo intervalo de tiempo donde se cumple

$$v(t) = v(t + T)$$

Funciones periódicas – Series de Fourier.

Llamamos período T de una función periódica al mínimo intervalo de tiempo donde se cumple

$$v(t) = v(t + T)$$

La frecuencia (número de veces que ocurre algo por segundo) es el inverso del período (tiempo que demora algo en ocurrir)

$$F = \frac{1}{T}$$

Funciones periódicas – Series de Fourier.

La serie de Fourier de una función periódica puede escribirse como

$$v(t) = a_0 + \sum a_n cos(\omega_n t) + b_n sin(\omega_n t)$$

Otras representaciones de lo mismo:

$$v(t) = A_0 + \sum A_n sin(\omega_n t + \varphi_n) \qquad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\,, \quad \varphi_n = arctg(\frac{b_n}{a_n})$$

Funciones periódicas – Series de Fourier.

Que representan los coeficientes?

El termino ao es el valor medio de la señal (componente DC)

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{T} v(t)dt$$

Los ωn son la frecuencia fundamental $\omega 0$ y sus armónicos
$\omega n = n\omega 0 \quad n=1, 2, \ldots$

Funciones periódicas – Series de Fourier.

Que representan los coeficientes?

Los ω_n son la frecuencia fundamental ω_0 y sus armónicos

$$\omega_n = n\omega_0 \qquad n = 1, 2, \ldots$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T v(t)cos(\omega_n t)dt \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T v(t)sin(\omega_n t)dt$$

Funciones periódicas – Series de Fourier.

Vemos un ejemplo clásico, una onda cuadrada. Esta señal vale 1, entre 0 y T/2 y -1 entre T/2 y T, luego se repite periódica. Para este ejemplo:

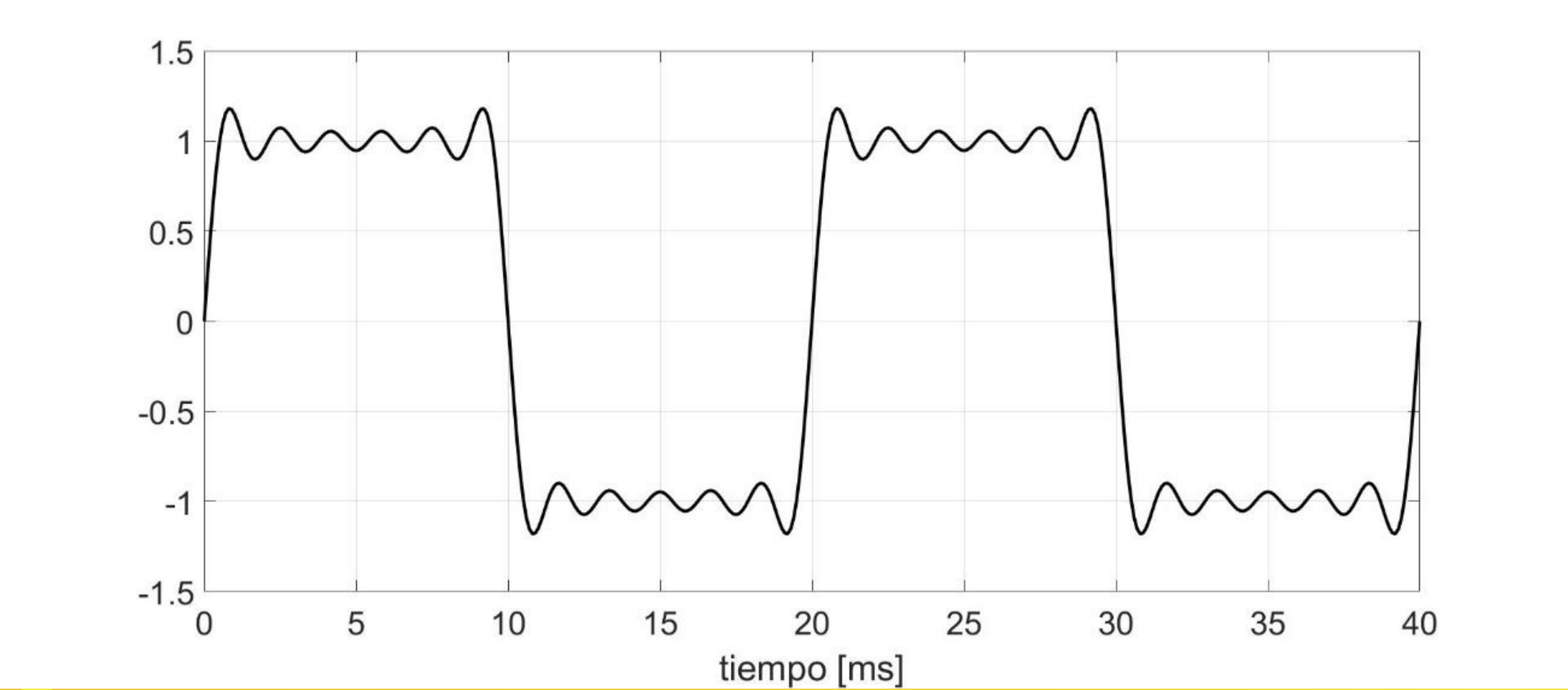
$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0$$

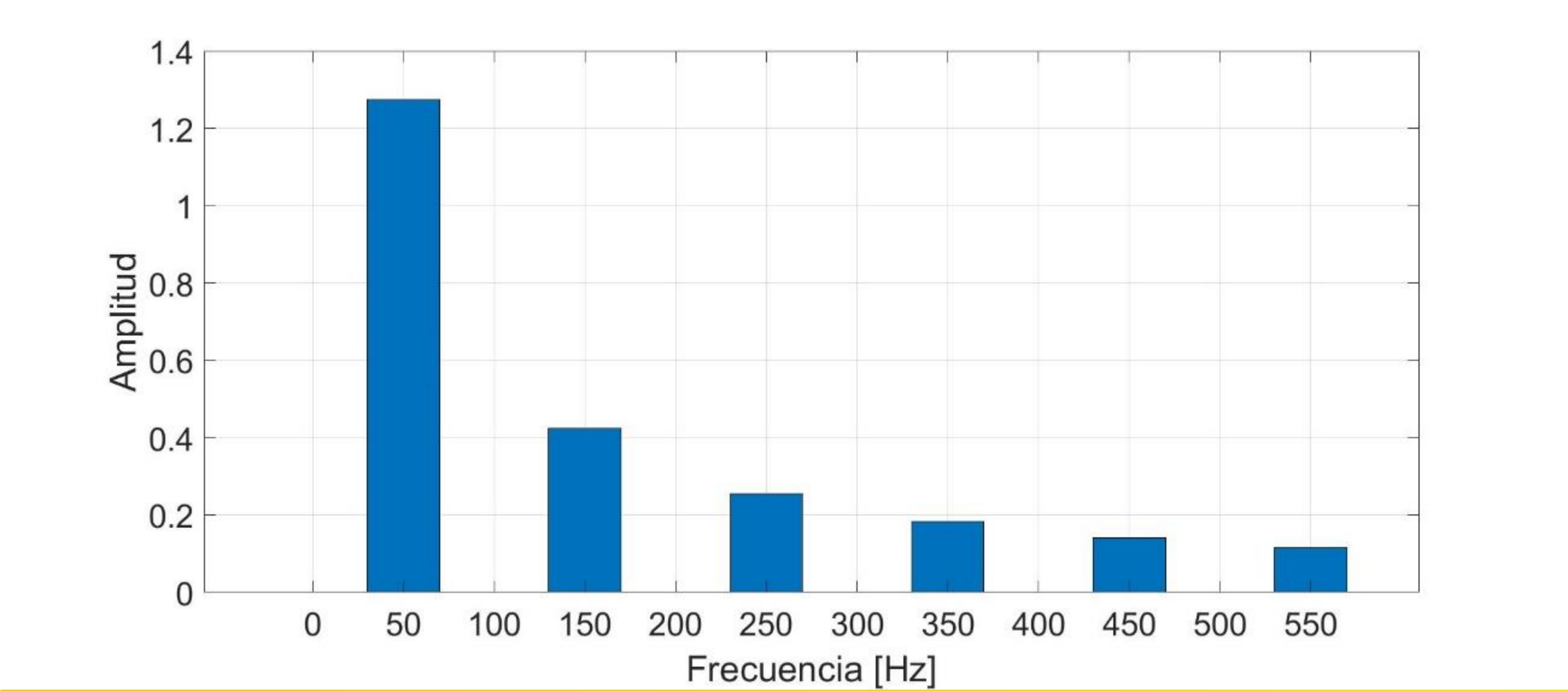
$$b_n = \frac{4}{n\pi} \; (n \; impar)$$

$$b_n = 0 \; (n \; par)$$

Serie de Fourier hasta armónico 11.



Serie de Fourier hasta armónico 11.



Transformada de Fourier

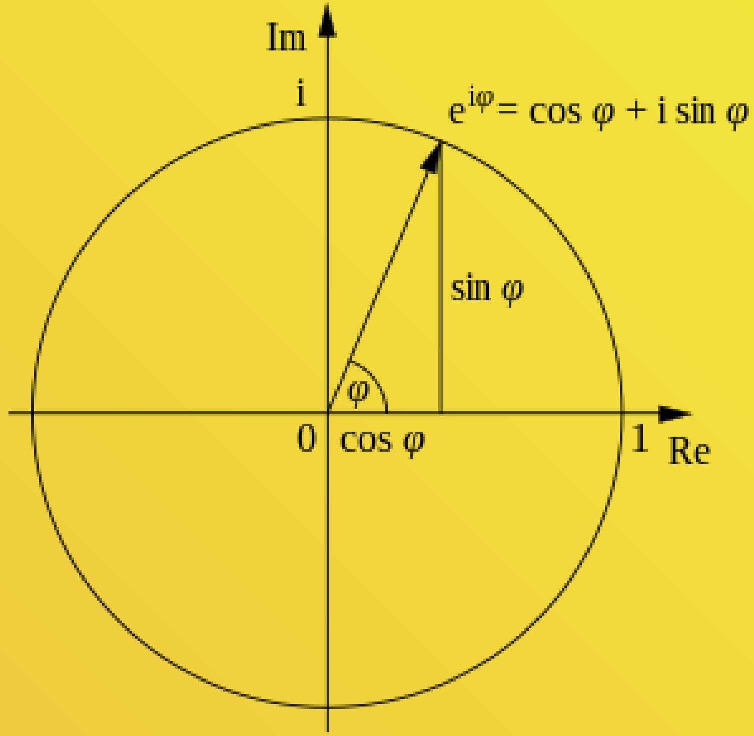
El análisis anterior es válido cuando las señales son periódicas. En general pued definirse una transformación que da el espectro de una señal arbitraria. Esta es l llamada Transformada de Fourier. En este caso se utiliza una base de funcione exponenciales para desarrollar la transformada.

Transformada de Fourier

Recordaremos la relación entre las exponenciales complejas y las funcione trigonométricas en la llamada formula de Euler.

$$e^{j\varphi} = cos(\varphi) + jsin(\varphi)$$

Transformada de Fourier



Transformada de Fourier

Análogamente se puede despejar la función coseno de las exponenciales

$$cos(\varphi) = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2}$$

Esto nos da una forma de representar una señal temporal

$$A.cos(\omega t) = \frac{A}{2}e^{j\omega t} + \frac{A}{2}e^{-j\omega t}$$

Transformada de Fourier

Con base en estas funciones se define una transformada integral llamada transformada de Fourier. Esta es la generalización de la serie vista para señales no periódicas.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Transformada de Fourier

Con base en estas funciones se define una transformada integral llamada transformada de Fourier. Esta es la generalización de la serie vista para señales no periódicas.

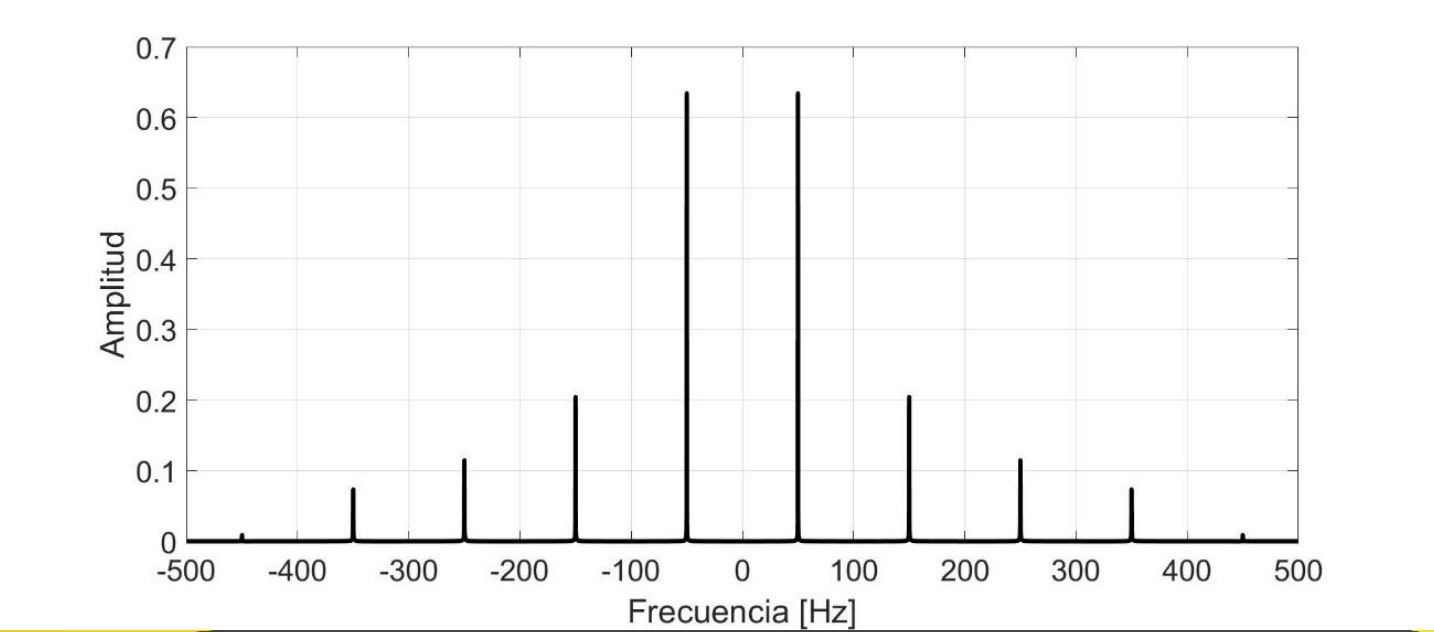
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Esto es analogo al calculo de los coeficientes de la serie

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T v(t) cos(\omega_n t) dt$$

Transformada de Fourier

Esta transformación nos da una expresión analítica de la señal en el dominio de la frecuencia. Por ejemplo, para la señal analizada en la figura 4.3, la amplitud de la transformada queda



Transformada de Fourier

Esta transformación nos da una expresión analítica de la señal en el dominio de la frecuencia. Por ejemplo, para la señal analizada en la figura 4.3, la amplitud de la transformada queda