

## Práctico 5

1. Sea el sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y \\ \dot{y} = 2x^3 - 2xy \end{cases}$$

- Hallar los puntos de equilibrio.
- Hallar una preintegral de la forma  $H(x, y) = y - x^n$ .
- Dibujar el diagrama de fase.
- Estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio.

2. Sea la ecuación

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \cos(x) \end{cases}$$

- Probar que  $H(x, y) = \frac{y^2}{2} - \sin(x)$  es una preintegral.
- Dibujar las curvas de nivel de  $H$ .
- Estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio.

3. Sea el sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x^3 \end{cases}$$

- Hallar una preintegral de la forma  $H(x, y) = \frac{y^2}{2} + \frac{Ax^4}{4}$ .
- Dibujar el diagrama de fase.
- Estudiar la estabilidad del  $(0, 0)$ .

4. Se considera el sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y^2 \\ \dot{y} = 2x^3 - 2xy^2 \end{cases}$$

- Hallar los puntos de equilibrio.
- Probar que  $H(x, y) = y - x^2$  es una preintegral.
- Hacer un diagrama de fase y estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio.
- Dado  $\alpha \in \mathbb{R}$ , sea  $\varphi$  la solución maximal con  $\varphi(0) = (0, \alpha)$ . Probar que si  $\alpha \leq 1/4$ ,  $\varphi$  está definida para todo  $t \in \mathbb{R}$ .