

Solución Práctico 3

- 1.1 a. La matriz inversa es $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$
- b. La matriz inversa es $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$
- c. La matriz inversa es $\begin{pmatrix} -4 & -4 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & -6 \end{pmatrix}$
- d. La matriz inversa es $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
- 1.2 a. $A = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
- b. La solución del primer sistema es $(x, y) = (5/4, 3/4)$ y la solución del segundo es $(x, y, z) = (6, 7, 6)$
- 1.3 a. $E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ y $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix}$
- b. Por la parte anterior, tenemos que $A^{-1} = E_2 E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3/4 & 1/4 \end{pmatrix}$
- c. Despejando de la parte a., tenemos que $A = E_1^{-1} E_2^{-1}$
- 1.4 a. Verdadero
- b. Verdadero
- c. Falso
- d. Falso
- e. Verdadero
- 1.5 La inversa de M es $M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1/2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/(n-1) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -1/(n-1) & 1 \end{pmatrix}$
- 1.6 En ambas partes de este ejercicio, la idea es pensar el producto de matrices en bloques como producto de matrices de 2×2 donde en cada entrada queda un producto de matrices conformables. Esto se sigue de la definición de producto de matrices.

- 2.1 a. Como todas son invertibles, tienen rango máximo. Es decir, los rangos son 2, 2, 3 y 4 respectivamente.
b. $\text{rango}(A) = \text{rango}(B) = \text{rango}(C) = 2$.
- 2.2 a. Verdadero.
b. Falso.
c. Falso.
d. Verdadero.
e. Falso.
- 2.3 Una forma de pensar este ejercicio es notar que para encontrar el rango de A , podemos estudiar el sistema $AX = 0$ y ver cuántos grados de libertad tiene. Por lo tanto, si el sistema $(PA)X = 0$ tiene la misma solución que el anterior, probamos que el $\text{rango}(A) = \text{rango}(PA)$.
Otra forma es observar que como P es invertible, es producto de matrices elementales y multiplicar a una matriz por una matriz elemental no cambia su rango.