

Práctico 1 – Modelización Numérica de la Atmósfera

Entrega miércoles 13 de setiembre 2023 (Ejercicios 1, 2 y 4)

- 1) El ejemplo más simple de EDP hiperbólica es la ecuación de ondas

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

Para condiciones iniciales de la forma

$$u(x, 0) = S(x)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = T(x)$$

- a) Muestre que la solución general es

$$u(x, t) = 0,5 * \left[S(x + c.t) + S(x - c.t) + \int_{x-c.t}^{x+c.t} T(r).dr \right]$$

- b) ¿En qué región del plano x-t son importantes las condiciones iniciales para determinar la solución para un punto P arbitrario situado en (x_i, t_i) ?

- 2) a) Usar la técnica general para desarrollar la familia de esquemas de discretización espacial por diferencias finitas en una grilla regular consistentes con la derivada primera, usando hasta 3 puntos, el de cálculo de la derivada y los dos contiguos.

b) Estudiar el orden de truncamiento y la simetría en función del grado de libertad que describe la familia.

- 3) a) Usar la técnica general para desarrollar la familia de esquemas de discretización espacial por diferencias finitas en una grilla regular consistentes con la derivada segunda, usando hasta 5 puntos, el de cálculo de la derivada y los cuatro contiguos.

b) Estudiar el orden de truncamiento y la simetría en función de los grados de libertad que describe la familia.

- 4) Se consideran las funciones $f = \sin \frac{\pi x}{2}$ y $f = \cos \frac{\pi x}{2}$ y las siguientes discretizaciones en diferencias finitas de la derivada primera:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2.\Delta x}, \quad \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}, \quad \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i-2} - 8.f_{i-1} + 8.f_{i+1} - f_{i+2}}{12.\Delta x}$$

- a) Obtenga $\frac{df}{dx}$ en $x=0,5$ con cada uno de los esquemas usando $\Delta x=0,1$ y compare la exactitud de los resultados.

- b) Repita la parte (a) con $\Delta x = 0,4, 0,3, 0,2, 0,1, 0,05, 0,025, 0,0125 \dots$ y determine si la convergencia con Δx es consistente con el orden de truncamiento de cada esquema (que deberá hallar o buscar en la literatura). Escribir un programa para calcular y graficar la evolución del error.