Microstrip y Stripline

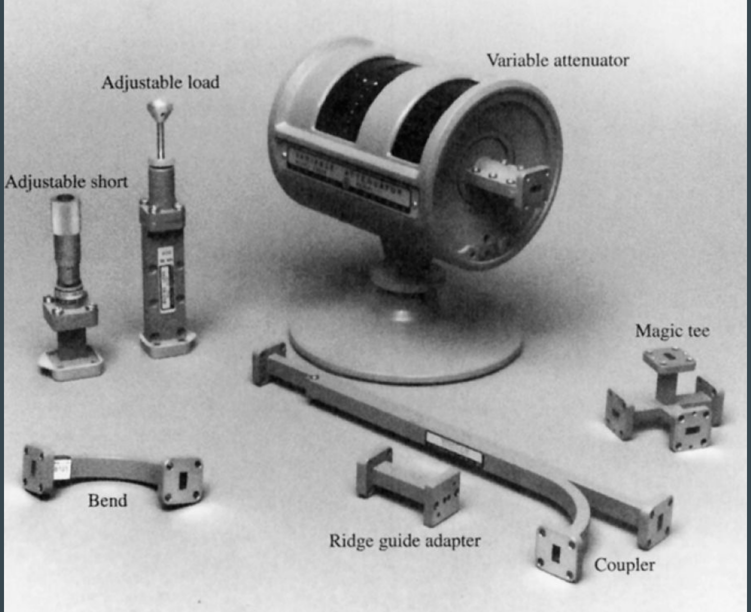
Circuitos de Radiofrecuencia

Curso: año 2023

Temario

- Modos de propagación
- Onda plana
- Stripline
- Microstrip

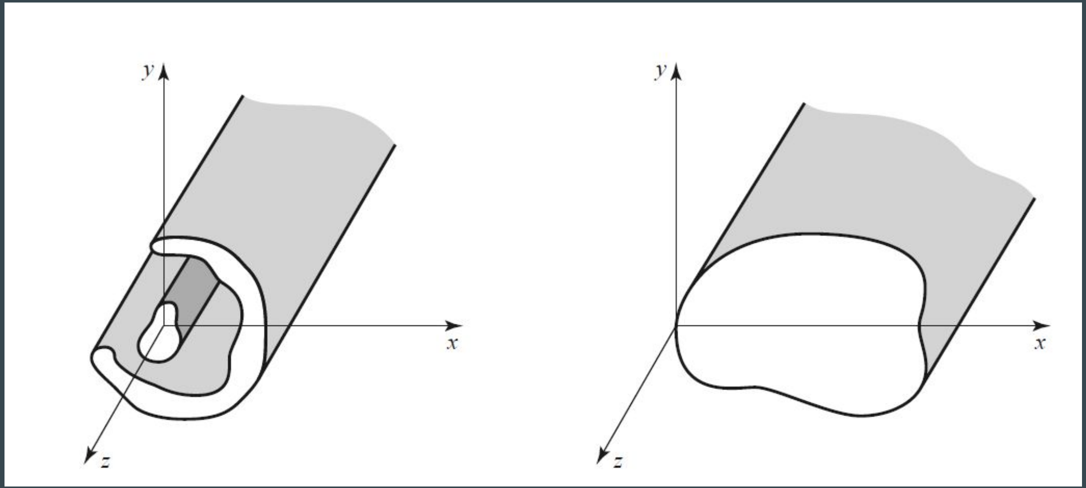
Guías de onda VS líneas de transmisión, son lo mismo?



Modos de propagación

Hipótesis

- Líneas uniformes en Z
- No hay pérdidas en dieléctrico
- las ondas se propagan en Z+
- Conductor perfecto ($\propto$=0)

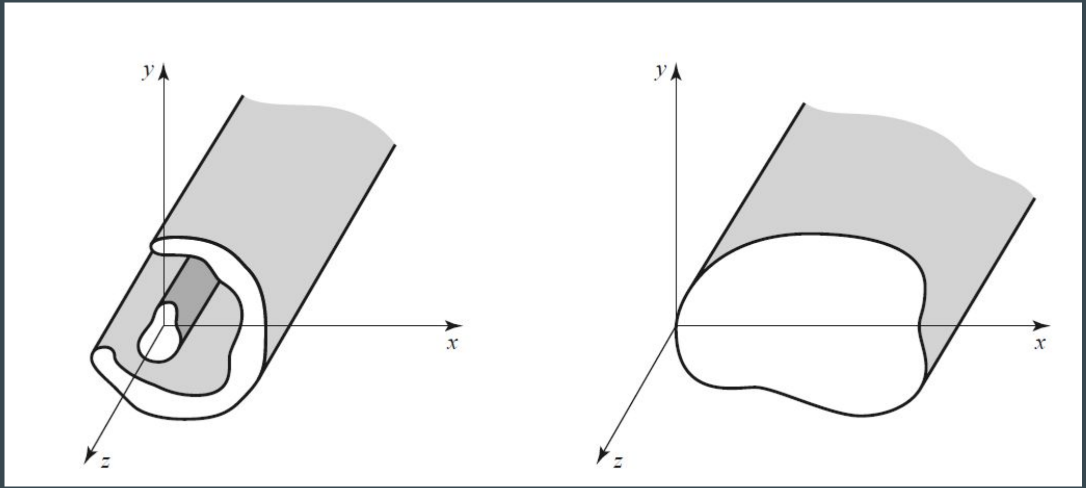


$$\bar{E}(x, y, z) = [\bar{e}(x, y) + \hat{z}e_z(x, y)]e^{-j\beta z},$$
$$\bar{H}(x, y, z) = [\bar{h}(x, y) + \hat{z}h_z(x, y)]e^{-j\beta z},$$

Modos de propagación

Hipótesis

- Líneas uniformes en Z
- No hay pérdidas en dieléctrico
- las ondas se propagan en Z+
- Conductor perfecto (∝=0)



$$\bar{E}(x,y,z) = \boxed{[\bar{e}(x,y)} + \boxed{\hat{z}e_z(x,y)]}e^{-j\beta z},$$
$$\bar{H}(x,y,z) = \boxed{[\bar{h}(x,y)} + \boxed{\hat{z}h_z(x,y)]}e^{-j\beta z},$$

Componente transversal

Componente longitudinal

Modos de propagación

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H},$$
$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E}.$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x,$$
$$-j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y,$$
$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z,$$
$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\epsilon E_x,$$
$$-j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon E_y,$$
$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon E_z.$$

$$H_x = \frac{j}{k_c^2}\left(\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta\frac{\partial H_z}{\partial x}\right),$$
$$H_y = \frac{-j}{k_c^2}\left(\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta\frac{\partial H_z}{\partial y}\right),$$
$$E_x = \frac{-j}{k_c^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right),$$
$$E_y = \frac{j}{k_c^2}\left(-\beta\frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$$

4 campos transversos Hx, Hy, Ex, Ey
kc es conocido como “cutoff wave number”

Ondas TEM “Transverse electromagnetic”

Si se cumple

$$E_z = H_z = 0$$

4 campos transversos Hx, Hy, Ex, Ey son todos = 0

$$k_c^2 = 0$$

indeterminado

$$k^2 = \beta^2$$

k = número de onda

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = k$$

$$H_x = \frac{j}{k_c^2}\left(\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta\frac{\partial H_z}{\partial x}\right),$$

$$H_y = \frac{-j}{k_c^2}\left(\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta\frac{\partial H_z}{\partial y}\right),$$

$$E_x = \frac{-j}{k_c^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right),$$

$$E_y = \frac{j}{k_c^2}\left(-\beta\frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$$

Ondas TEM "Transverse electromagnetic"

Aplicamos la condición

$$E_z = H_z = 0$$

$$\cancel{\frac{\partial E_z}{\partial y}} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x,$$

$$-j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y,$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z,$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\epsilon E_x,$$

$$-j\beta H_x - \cancel{\frac{\partial H_z}{\partial x}} = j\omega\epsilon E_y,$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon E_z.$$

Despejando Hx en ambas ecuaciones e igualando se tiene:

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = k$$

$$k_c = \sqrt{k^2 - \beta^2} = 0$$

Constante de propagación = k

Ondas TEM “Transverse electromagnetic”

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = k$$

$$k_c = \sqrt{k^2 - \beta^2} = 0$$

- Constante de propagación = k
- Kc=0
- Los campos transversos (x,y) son los mismos que existen para el caso electrostático
- Existe una función de potencial entre dos puntos en un plano paralelo al plano XY, por lo tanto el voltaje está unívocamente definido
- Dos o más conductores son necesarios
- No hay propagación TEM en guía de onda

Ondas TE “Transverse electric” (ondas-H)

$$E_z = 0$$

$$H_z \neq 0$$

$$k_c = \sqrt{k^2 - \beta^2}$$

- Constante de propagación β es ≠ k y es generalmente función de la frecuencia y la geometría de la línea o guía
- kc ≠ 0 (modos evanescentes)
- Las ondas TE pueden ser soportadas dentro de un conductor cerrado o entre dos o más conductores

Ondas TM “Transverse magnetic” (ondas-E)

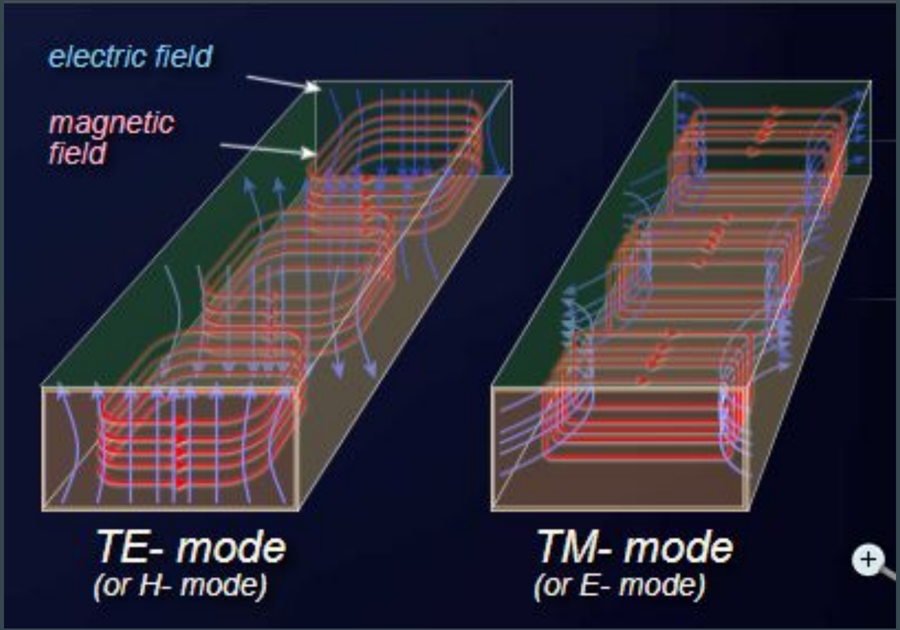
$$E_z \neq 0$$

$$H_z = 0$$

$$k_c = \sqrt{k^2 - \beta^2}$$

- Constante de propagación β es ≠ k y es generalmente función de la frecuencia y la geometría de la línea o guía
- kc ≠ 0 (modos evanescentes)
- Las ondas TM pueden ser soportadas dentro de un conductor cerrado o entre dos o más conductores

Modos TM y TE en una guía de ondas



Onda Plana en un medio sin pérdidas

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H},$$
$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E},$$

En una región, libre de fuentes, lineal, isotrópica

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\nabla \times \bar{H} = \omega^2\mu\epsilon\bar{E},$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) - \nabla^2\bar{A},$$

aplicamos esta propiedad a la ecuación anterior

Onda Plana en un medio sin pérdidas

Ecuación de onda o ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2 \mu \epsilon \bar{E} = 0,$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = 0$$

libre de fuentes

$$\nabla^2 \bar{H} + \omega^2 \mu \epsilon \bar{H} = 0.$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0.$$

$$\bar{B} = \mu \bar{H},$$

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$ [1/m]

Constante de propagación, constante de fase o número de onda

Onda Plana en un medio sin pérdidas

- Medio sin pérdidas = ε, μ y k son números reales
- Consideramos la solución de la ecuación anterior para una onda plana con solo componente de campo E en las x

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k^2 E_x = 0.$$

$$E_x(z) = E^+ e^{-jkz} + E^- e^{jkz}$$

$$\mathcal{E}_x(z,\ t) = E^+ \cos(\omega t - kz) + E^- \cos(\omega t + kz),$$

Onda Plana en un medio sin pérdidas

$$(\omega t - kz = \text{constant}).$$

Seguimos un punto “fijo” en la onda y calculamos a que velocidad se desplaza

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\omega t - \text{constant}}{k}\right) = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

Velocidad de fase

$$v_p = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/sec}$$

$$(\omega t - kz) - [\omega t - k(z + \lambda)] = 2\pi.$$

Calculamos la distancia entre dos máximos

Onda Plana en un medio sin pérdidas

$$(\omega t - kz) - [\omega t - k(z + \lambda)] = 2\pi$$

Calculamos la distancia entre dos máximos

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi v_p}{\omega} = \frac{v_p}{f}.$$

Longitud de onda

$$v_p = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/sec}$$

Onda Plana en un medio con pérdidas

$$\cancel{\begin{aligned} \nabla \times \bar{E} &= -j\omega\mu\bar{H}, \\ \nabla \times \bar{H} &= j\omega\epsilon\bar{E}, \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{E} &= -j\omega\mu\bar{H}, \\ \nabla \times \bar{H} &= j\omega\epsilon\bar{E} + \sigma\bar{E}. \end{aligned}$$

En un medio conductivo, con conductividad $\boldsymbol{\sigma}$

$$\nabla^2\bar{E} + \omega^2\mu\epsilon\left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)\bar{E} = 0,$$

reemplazamos $k^2 = \omega^2\mu\epsilon$ por $\omega^2\mu\epsilon[1 - j(\sigma/\omega\epsilon)]$

Onda Plana en un medio con pérdidas

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2 \mu\epsilon \left(1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right) \bar{E} = 0,$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

- definimos la constante de propagación compleja donde ***α*** es la constante de atenuación y **β** es la constante de fase

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \gamma^2 E_x = 0,$$

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} + E^- e^{\gamma z}.$$

Onda Plana en un medio con pérdidas

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \gamma^2 E_x = 0,$$

solución

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} + E^- e^{\gamma z}.$$

- La onda que se desplaza en sentido de Z+ tiene un factor de propagación de la forma:

En el dominio del tiempo

$$e^{-\gamma z} = e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \longrightarrow e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z).$$

$$v_p = \omega/\beta$$

$$\lambda = 2\pi/\beta$$

Onda Plana en un medio con pérdidas

$$E_x(z) = E^+ e^{-\gamma z} + E^- e^{\gamma z}.$$

En el dominio del tiempo, solo onda en sentido Z+

$$e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z).$$

$v_p = \omega/\beta$ $\quad \lambda = 2\pi/\beta$

Si $\sigma = 0$ $\longrightarrow$ $\gamma = jk$

$$\alpha = 0, \beta = k$$

Si $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ $\longrightarrow$ $\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} = jk = j\omega\sqrt{\mu\epsilon'(1 - j\tan\delta)},$

$\sigma = 0$

$\tan\delta = \epsilon''/\epsilon'$ "Loss tangent" del material

Onda Plana en un medio con pérdidas

$$\tan\delta = \frac{\omega\epsilon'' + \sigma}{\omega\epsilon'},$$

Forma general

$$\begin{aligned}
\nabla \times \bar{H} &= j\omega\bar{D} + \bar{J} \\
&= j\omega\epsilon\bar{E} + \sigma\bar{E} \\
&= j\omega\epsilon'\bar{E} + (\omega\epsilon'' + \sigma)\bar{E} \\
&= j\omega\left(\epsilon' - j\epsilon'' - j\frac{\sigma}{\omega}\right)\bar{E},
\end{aligned}$$

corriente de desplazamiento

Onda Plana en un buen conductor

- se tiene un buen conductor que no es "perfecto", es decir, genera pérdidas o atenuación

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

- La corriente conductiva es mucho más grande que la corriente de desplazamiento

$$\sigma \gg \omega\epsilon$$

- Los metales en general son buenos conductores, en términos de ε en vez de conductividad se tiene:

$$\epsilon'' \gg \epsilon'$$

Onda Plana en un buen conductor

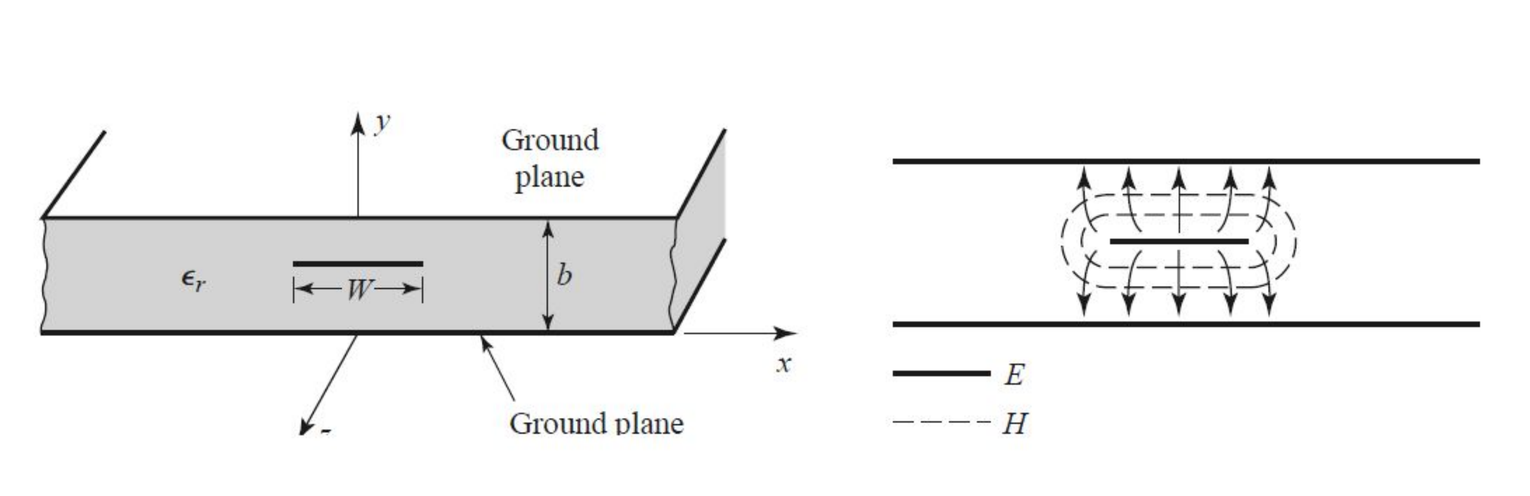
$$\gamma = \alpha + j\beta \simeq j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}} = (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}.$$

$$\delta_s = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}.$$

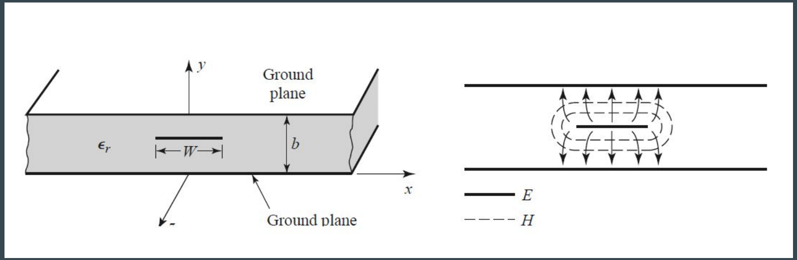
$$e^{-\alpha z} = e^{-\alpha\delta_s} = e^{-1}$$

- “Skin depth” o “profundidad característica de penetración”
- La amplitud de los campos en un conductor decaen un 36.8% o 1/e luego de viajar una distancia igual a 1 skin depth.
- En frecuencias de microondas esta distancia es muy pequeña

Stripline



Stripline



Análisis electrostático → Constante de propagación β

→ Z_0

2 conductores
Dieléctrico homogéneo → TEM → Voltaje definido → Z_0 definido

$$v_p = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r} = c/\sqrt{\epsilon_r},$$

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r} = \sqrt{\epsilon_r}k_0.$$

Stripline

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \frac{1}{v_p C},$$

- Si conocemos C [F/m] podemos conocer Z_0. Se puede resolver la ecuación de Laplace para encontrar la capacidad por unidad de longitud del stripline

$$\nabla_t^2 \Phi(x, y) = 0,$$

$$Z_0 = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{b}{W_e + 0.441b},$$

- Haciendo un "fitting" a la solución exacta, se llega a esta fórmula donde W_e es el ancho efectivo del conductor central. Suponemos que el conductor tiene un espesor = 0.

Stripline

$$\frac{W_e}{b} = \frac{W}{b} - \begin{cases} 0 & \text{for } \dfrac{W}{b} > 0.35 \\ (0.35 - W/b)^2 & \text{for } \dfrac{W}{b} < 0.35. \end{cases}$$

Análisis

$$\frac{W}{b} = \begin{cases} x & \text{for } \sqrt{\epsilon_r} Z_0 < 120\ \Omega \\ 0.85 - \sqrt{0.6 - x} & \text{for } \sqrt{\epsilon_r} Z_0 > 120\ \Omega, \end{cases}$$

Síntesis

$$x = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_r} Z_0} - 0.441.$$

Precisión del 1% !!!

Ejemplo

Calcular W para una stripline de cobre cuya impedancia deseada es 50Ω

- b=0.32cm
- ε_r=2.2
- f=10GHz

Ejemplo

Calcular W para una stripline de cobre cuya impedancia deseada es 50Ω (Ejemplo 3.5 Pozar)

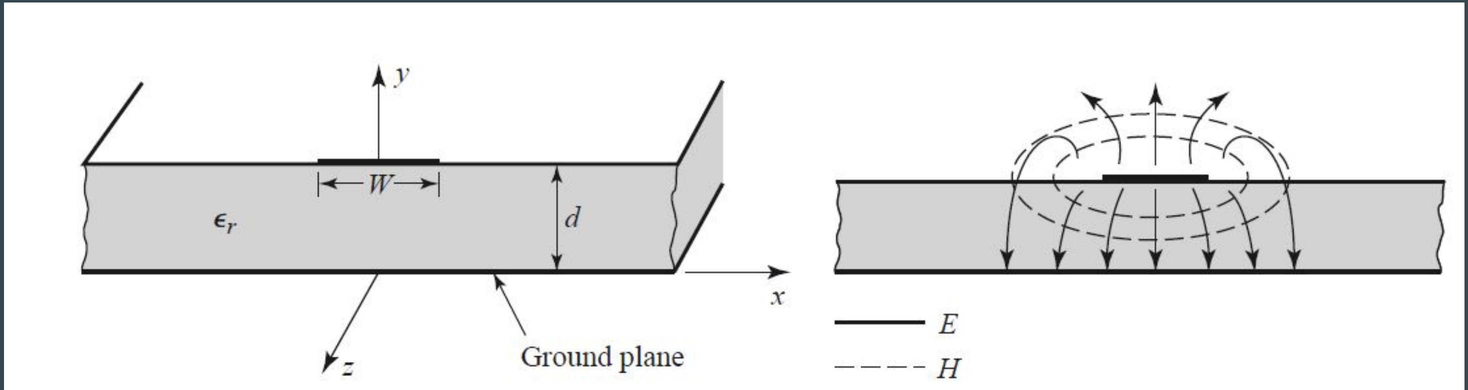
- b=0.32cm
- ε_r=2.2
- f=10GHz

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_0 = \sqrt{2.2}(50) = 74.2 < 120$$

$$x = 30\pi/(\sqrt{\epsilon_r} Z_0) - 0.441 = 0.830,$$

$$W = bx = (0.32)(0.830) = 0.266 \text{ cm}.$$

Microstrip Line



- Los campos no están en un dieléctrico homogéneo → $c/\sqrt{\epsilon_r}$, c, → componentes de campos en la dirección de propagación

Microstrip Line

- Los campos no están en un dieléctrico homogéneo

$c/\sqrt{\epsilon_r}$,

c,

componentes de campos en la dirección de propagación

No se tiene un modo TEM puro. Se tiene modo híbrido TM - TE. Complicado de resolver !!

si d << λ

Modo cuasi TEM

campos aprox. al caso de DC de estática

Microstrip Line

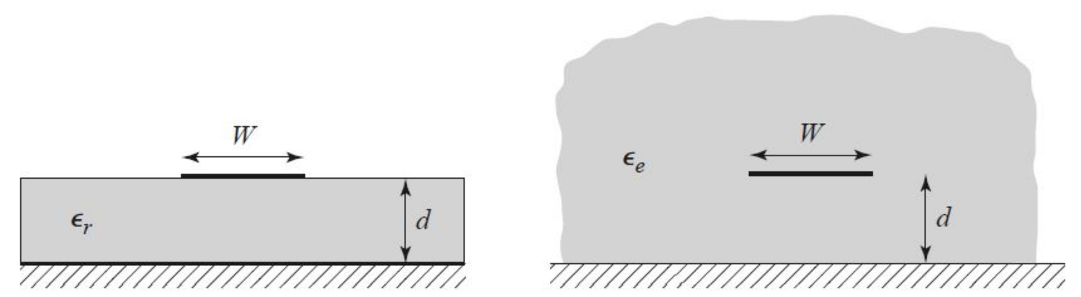
$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_e}},$$

$$\beta = k_0\sqrt{\epsilon_e},$$

- ε_e : épsilon efectivo

$$1 < \epsilon_e < \epsilon_r$$

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2}\frac{1}{\sqrt{1 + 12d/W}}.$$



$$Z_0 = \begin{cases} \dfrac{60}{\sqrt{\epsilon_e}} \ln\left(\dfrac{8d}{W} + \dfrac{W}{4d}\right) & \text{for } W/d \le 1 \\ \dfrac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e}\left[W/d + 1.393 + 0.667\ln\left(W/d + 1.444\right)\right]} & \text{for } W/d \ge 1. \end{cases}$$

$$\frac{W}{d} = \begin{cases} \dfrac{8e^A}{e^{2A} - 2} & \text{for } W/d < 2 \\ \dfrac{2}{\pi}\left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \dfrac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r}\left\{\ln(B - 1) + 0.39 - \dfrac{0.61}{\epsilon_r}\right\}\right] & \text{for } W/d > 2, \end{cases}$$

$$A = \frac{Z_0}{60}\sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1}\left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r}\right)$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}.$$

Microstrip Line

Fórmula de análisis

W/h $\rightarrow$ Z_0

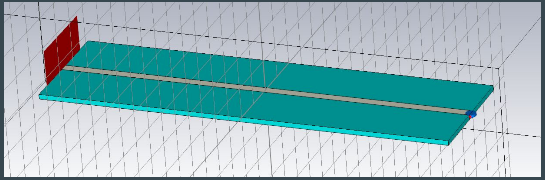
ε_r

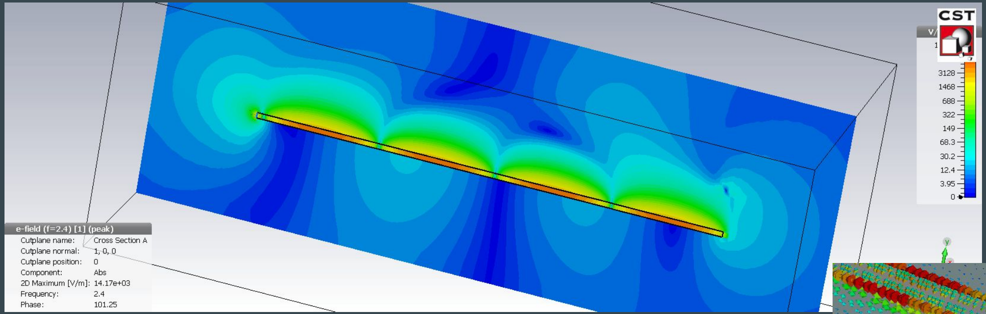
Fórmula de síntesis

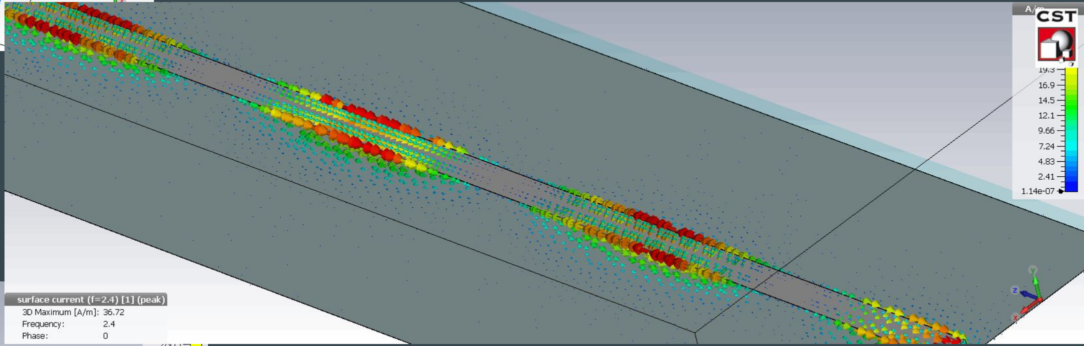
Z_0 $\rightarrow$ W/h

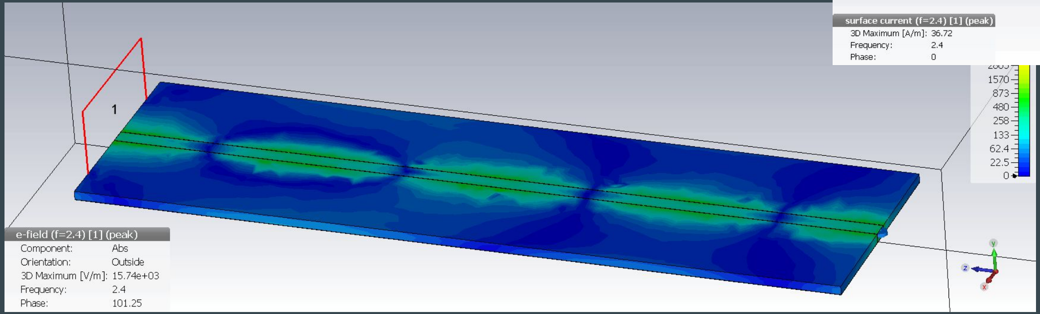
ε_r $\qquad$ ε_e

Microstripline









Ejemplo (3.7 Pozar)

Diseñar un línea microstrip sobre un sustrato de 0.5 mm de alúmina (εr = 9.9, tan δ = 0.001) para una impedancia característica de 50 Ω.. Calcular el largo de la línea para producir un retardo de fase de 270° a 10 GHz.

Ejemplo (3.7 Pozar)

Diseñar un línea microstrip sobre un sustrato de 0.5 mm de alúmina (εr = 9.9, tan δ = 0.001) para una impedancia característica de 50 Ω.. Calcular el largo de la línea para producir un retardo de fase de 270° a 10 GHz.

Suponemos

$W/d < 2.$ → $A = 2.142, \quad W/d = 0.9654.$ → $\epsilon_e = 6.665.$

$$\phi = 270^\circ = \beta\ell = \sqrt{\epsilon_e}k_0\ell,$$

$$k_0 = \frac{2\pi f}{c} = 209.4\ \mathrm{m}^{-1},$$

$$\ell = \frac{270^\circ(\pi/180^\circ)}{\sqrt{\epsilon_e}k_0} = 8.72\ \mathrm{mm}.$$