Cálculo Relacional

- **Temas**
  - Lenguajes de Consulta.
  - Cálculo Relacional de Tuplas.
  - Fórmulas Seguras
  - Cálculo Relacional de Dominios.

Lenguajes de Consulta en MR

VENTAS		
#f	**#p**	**precio**
1	1	100
1	2	200
1	3	300
1	10	1000
1	11	1100
2	3	350
2	6	600
2	7	700
5	3	350
5	5	200
9	7	100
9	3	300
10	3	400

Objetivo:

Recuperar datos de la instancia actual de la base.

Ejemplo:

??

Hay que conocer la semántica de la consulta para poder interpretar el resultado.

Consulta

VENTAS		
#f	**#p**	**precio**
1	7	100
1	5	200
1	3	300
2	3	350
5	3	350
5	2	200
9	1	100
9	3	300

Construcción de un Sistema de Información y Modelo Relacional

Lenguajes de Consulta en MR

- **La idea básica de los lenguajes de consulta es tomar las tablas de la base y construir nuevas tablas “al vuelo”.**

- **Para cada constructor del lenguaje, típicamente, se define:**
  - Cuál es el esquema del resultado.
  - Cuál es el conjunto de tuplas del resultado.

Lenguajes de Consulta en MR

- **Para definir un lenguaje, se deben considerar dos aspectos:**
  - Sintaxis:
    - Una descripción de cuáles son las frases correctamente escritas en ese lenguaje.
  - Semántica:
    - Una forma de establecer la correspondencia de cada frase bien escrita según la sintaxis con un significado dado.
- **Hay otro aspecto que va a cobrar importancia en los QL:**
  - Pragmática:
    - Cómo el contexto influye en el uso del lenguaje. El contexto está dado por el esquema (Estructuras y Restricciones) y el significado de ese esquema para quienes interpretan los datos.

Cálculo Relacional - Introducción

- **De que se trata ?**
  - Familia de lenguajes de consulta sobre Modelo Relacional.
  - Basado en fórmulas de Lógica de 1er orden para definir conjuntos
  - Una consulta en CR es una especificación por comprensión de un conjunto de tuplas.
- **Dos Sublenguajes:**
  - Cálculo de Tuplas: variables de tipo tupla, es decir, el universo está formado por tuplas.
  - Cálculo de Dominios: variables por valor de atributo, es decir, el universo está formado por valores individuales.
  - Sólo se va a trabajar con el primero de estos lenguajes.

Cálculo de Tuplas - Sintaxis

- **Las expresiones del cálculo son de la forma:**
  - $\{ <t_1,...,t_n> / \varphi(x_1,...,x_n) \}$ donde:
    - t_i son términos de la forma $x_i.A_k$ o bien de la forma c_i. Aquí, x_i es una variable libre de φ y A_k un atributo de una tabla para la que x_i representa una tupla y c_i es una constante de algún dominio (número, string, fecha, etc.)
    - φ es una fórmula donde las x_i que aparecen a la izquierda de la barra son exactamente las variables libres de φ. ($FV(\varphi)=\{x_1,...,x_m\}$) .
- **Hay que definir el lenguaje de las fórmulas φ válidas.**
  - Es un lenguaje de primer orden, en donde los predicados son las tablas de la base, consideradas como unarias.
  - Para definirlo, hay que definir dos lenguajes: Los términos y las fórmulas propiamente dichas.

Cálculo de Tuplas - Sintaxis

- **Términos (def. Inductiva):**

  1. x_i es un término, si x_i es una variable.
  2. c_i es un término, si c_i es una constante de algún dominio.
  3. $x_i.A_j$ es un término, si x_i es una variable y A_i es un nombre de atributo.

- **Hay dos tipos de términos:**
  - Atómicos: c_i o $x_i.A_j$
  - No atómicos: x_i (Variables)

Cálculo de Tuplas - Sintaxis

- **Fórmulas (def. Inductiva):**
  - t_i <op> t_j donde t_i y t_j son términos atómicos ($x_i.A_k$ o c_j) y <op> $\in \{=,<,>,\neq,...\}$.
  - $P_i(x_i)$ es una fórmula si P_i es el nombre de una tabla y x_i es una variable.
  - (φ <BinConn> ψ) es una fórmula si φ y ψ son fórmulas y <BinConn> $\in \{\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow\}$.
  - ($\neg$ φ) es una fórmula si φ es un fórmula.
  - ($\exists x_i$ φ) y ($\forall x_i$ φ) son fórmulas si φ es una fórmula y x_i es una variable.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Ejemplo 1.**
  - Dado el siguiente Esquema Relacional:
    - FABS (#f, Nombre, Direcc) ,
    - PRODS (#p, desc) ,
    - VENTAS(#f, #p, precio)
  - Qué ventas fueron por un precio mayor de $50.000.
  - Expresión en CRT:
  - {t / VENTAS(t) $\wedge$ t.precio>50000}
    - donde: VENTAS(t) especifica que t pertenece a VENTAS.
    - t.precio referencia al atributo PRECIO de la variable de tupla t.
  - Resultado:
    - tuplas t de VENTAS con t.precio>50000.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Ejemplo 2.**

$$\{<t.Nombre, t.Direc> / FABS(t) \wedge (\exists v)(Ventas(v) \wedge v.\#f = t.\#f \wedge \neg(\exists v_1)\, Ventas(v1) \wedge v1.precio > v.precio)\}$$

- Nombre y dirección de los Fabricantes que venden un producto con el precio máximo.

Cálculo de Tuplas - Semántica

- **El universo está formado por todas las tuplas que se pueden construir con todos los dominios.**

- **El resultado de una consulta está dado por todas las tuplas del universo que cumplen con la condición expresada en la fórmula de la consulta.**

Cálculo de Tuplas – Semántica

- **La expresión { $<x_1.A_k,...,x_n.A_j>$ / φ } define una relación tal que:**
  - El esquema tiene los n atributos $A_k,..., A_j$
  - La instancia es la formada por todas las tuplas t del universo que tienen aridad n, tales que $\varphi(t)$ es verdadera.
- **Observaciones:**
  - La tabla del resultado tiene exactamente n atributos con los nombres $A_k,..., A_j$ exactamente en ese orden.

Cálculo de Tuplas – Semántica

- **Las fórmulas son verdaderas si cumplen:**
  - φ de la forma $P(x_i)$ es verdadera, si y solo si hay alguna tupla t en el universo tal que t pertenece a la tabla P en la base.
  - φ de la forma t_i <op> t_j es verdadera, si y solo si se cumple la relación especificada por <op> entre los valores asociados a t_i y t_j en el momento de la consulta. (Recordar que t_i y t_j son términos atómicos: representan valores de atributos o constantes de un dominio.)
  - El resto de las fórmulas se evalúan según la semántica clásica de la lógica de primer orden.

Cálculo de Tuplas – Universo.

- **Observar que el universo siempre es el conjunto de todas las tuplas que es posible formar con todos los dominios de los atributos.**
  - Es un conjunto infinito.
  - Contiene a tuplas de cualquier aridad.
  - Contiene a tuplas con cualquier dominio en cualquier posición.
  - Se deben tener en cuenta estas características a la hora de escribir las consultas.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Fabs(#f, Nombre, Direcc),Prods(#p, Desc), Ventas(#f, #p, Precio).**
- **Consulta 1:**
  - Dar nombre y la dirección de fabricantes que venden algún producto por mas de $1000.

    {<t.nombre,t.Direcc> / FABS(t) $\wedge$
    (∃v)(VENTAS(v) $\wedge$ v.#f=t.#f $\wedge$
    v.precio>1000)}
  - Observaciones:
    - Se asumen las reglas de eliminación de paréntesis de la lógica de primer orden.
    - Las únicas variables libres en una expresión del cálculo relacional deberán ser las que aparezcan a la izquierda de la barra (/).
    - En la consulta, t es la única variable libre, y v es ligada.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 2:**
  - Fabs(#f, Nombre, Direcc),Prods(#p, Desc), Ventas(#f, #p, Precio).
  - Dar parejas de numero de fabricante que venden los mismos productos.

$$\{ \langle v_1.\#f, v_2.\#f \rangle \mid VENTAS(v_1) \wedge VENTAS(v_2) \wedge v_1.\#p = v_2.\#p \wedge v_1.\#f > v_2.\#f \}$$

  - Observaciones:
    - Dos o más variables de tupla de una consulta pueden abarcar la misma relación. En este caso v_1 y v_2. Esto permite evitar el uso de posiciones.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 3:**
  - Dar los números de fabricantes, la descripción de los productos que venden y a que precio lo hacen.

$$\{ \langle t1.\#f, t2.desc, t1.precio \rangle / VENTAS(t1) \wedge PRODS(t2) \wedge t1.\#p=t2.\#p \}$$

- **Consulta 4:**
  - Dar los nombres de los fabricantes que venden productos con descripción d1.

$$\{f.nombre/FABS(f) \wedge (\exists p)(PRODS(p) \wedge p.desc=\text{‘d1’} \wedge (\exists v)(VENTAS(v) \wedge f.\#f=v.\#f \wedge p.\#p=v.\#p)) \}$$

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 5:**
  - Dar los nombres de los fabricantes que venden **todos** los productos.

    { f.nombre / ~~FABS(f) ∧(∀p)(PRODS(p) ∧ (∃v)(VENTAS(v)~~ ∧ f.#f=v.#f ∧ p.#p=v.#p))}

  - Observar que:
    - p es cualquier tupla del universo.
    - El universo es infinito.
    - La consulta no es correcta.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 5:**
  - Dar los nombres de los fabricantes que venden todos los productos.
    - El lenguaje NO PERMITE escribir algo así:

$$\{\ \mathbf{f.nombre}\ /\ \mathbf{f} \in \mathbf{FABS} \wedge \forall \mathbf{p} \in \mathbf{PRODS}.\exists \mathbf{v} \in \mathbf{VENTAS}.\ (\mathbf{f.\#f=v.\#f} \wedge \mathbf{p.\#p=v.\#p})\ \}$$

  - Sin embargo, se pueden escribir fórmulas equivalentes mediante las siguientes traducciones (Relativización):

$$\exists t \in P.\varphi \equiv \exists t.(P(t) \wedge \varphi)$$

$$\forall t \in P.\varphi \equiv \forall t.(P(t) \rightarrow \varphi)$$

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 5:**
  - Dar los nombres de los fabricantes que venden todos los productos.

$$\{\ f.nombre\ /\ FABS(f)\ \wedge\ (\forall p)(PRODS(p)\ \rightarrow\ (\exists v)(VENTAS(v)\ \wedge\ f.\#f=v.\#f\ \wedge\ p.\#p=v.\#p))\ \}$$

  - Observacion:
    - Pensamos relativizado (con $\in$), escribimos con la forma sin relativizar (se escribe con la traducción).

Cálculo de Tuplas – Ejemplos

- **Consulta 6:**
  - Dar los nombres de fabricantes que vendieron todos los productos con descripcion = ‘d3’.

```
{ t.Nombre / FABS(t) ∧
      ( (∀p)(PRODS(p) ∧ p.desc='d3' ⇒
          (∃v)( VENTAS(v) ∧ p.#p=v.#p ∧ t.#f=v.#f)) )
}
```

  - Que resultado debe dar la consulta si no hay productos con descripcion = ‘d3’ ?
    - En este caso deberia dar vacio, por lo que la consulta anterior es incorrecta.

```
{ t.Nombre / FABS(t) and
      ( (∀p)(PRODS(p) and p.desc='d3' →
          (∃v)( VENTAS(v) and p.#p=v.#p and t.#f=v.#f)) )
      and (∃q)(PRODS(q) and q.desc='d3')
 }
```

  - Hay que analizarlo en cada caso concreto !!!!.

Cálculo de Tuplas – Fórmulas Inseguras

- **Fórmulas inseguras:**
  - Qué son ?
    - Fórmulas que permiten resultados infinitos en consultas CRT.
  - Cómo puede pasar esto ?
    - En la medida de que el universo de valores es infinito, pueden construirse consultas CRT que generen resultados infinitos.
    - Por ejemplo:
      - { t / ¬ FABS(t) }:Es insegura ya que retorna las tuplas del universo infinito que no pertenecen al conjunto finito de Fabricantes.
      - { t / 1=1}: Esta consulta no respeta la sintaxis presentada ya que la variable t no está libre en la expresión. Si fuera posible escribirla, entonces sería insegura dado que t tomaría como valores todo el universo.

Cálculo de Tuplas - Fórmulas Seguras

- **Dominio de una Expresión CRT:**
  - Es el conjunto de todos los valores que, aparecen como valores constantes en la expresión o bien existen en cualquier tupla de las relaciones a las que se hace referencia en la expresión.
- **Fórmulas seguras:**
  - Se dice que una expresión CRT es segura si todos los valores de su resultado pertenecen al dominio de la expresión.

Cálculo de Tuplas - Fórmulas Seguras

- **Ejemplo:**

  {v.#f/ ¬ VENTAS(v) }

  - Es insegura porque el resultado incluye valores que no están en el Dominio de la expresión (formado por las tuplas de VENTAS).

  {t.#f/ FABS(t) ∧ ¬ (∃v)(VENTAS(v) and v.#f=t.#f)}

  - Es segura, porque el resultado solo incluye valores de FABS.

  { t / (∃f) (FABS(f)) }

  - Es insegura porque el resultado incluye valores que no están en el Dominio de la expresión (formado por las tuplas de FABS).

Cálculo de Tuplas – Fórmulas Seguras

- **Hay algunos criterios mas o menos generales para chequear si la fórmula es segura. Entre otros:**
  - Pensar en la fórmula de la consulta, traducida con $\wedge$,$\vee$ y $\neg$.
  - Si la fórmula tiene la forma $\varphi_1 \vee ... \vee \varphi_n$, en cada φ_i deben aparecer todas las variables libres en un predicado no negado.
  - Si la fórmula es de la forma $\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n$, cada variable debe aparecer en al menos una φ_i en un predicado no negado.
  - Recordar las asociaciones de $\exists$ con $\vee$ y $\forall$ con $\wedge$ y razonar de forma similar.
  - Ej: $\{ f / \neg FABS(f) \}$, $\{ f / \exists p(FABS(f) \rightarrow PRODS(p) \wedge p.\#f=f.\#f)\}$, $\{ t.\#f / \neg FABS(t) \vee VENTAS(t) \}$
  - ~~Son todas expresiones a evitar.~~

Cálculo de Dominios

- **El Cálculo Relacional de Dominios:**
  - Es otro lenguaje para BDs relacionales basado en el cálculo de predicados.
  - El universo de las interpretaciones es la union de todos los dominios. (Diferente que en CRT).
  - Las fórmulas son del tipo:

    $\{t1,...,tn / \varphi\}$

    - donde:
      - ti es o una variable o una constante. Si es una variable, entonces aparece libre en φ.
      - Todas las variables libre de φ aparecen a la izquierda.
      - φ es una fórmula de primer orden.

Cálculo de Dominios

- **Usando el CRD:**
  - Permite expresiones más compactas que las de CRT, debido a que se pueden expresar igualdades a través del matcheo de variables de atributos.
  - Ejemplo:

    $\{ nom,dir / (\exists\ nf)\ (FABS(nf,nom,dir) \wedge VENTAS(nf,_,_))\}$
    - Observar que:
      - Las igualdades no son necesarias (aunque se pueden usar).
      - Los atributos que no se necesitan se pueden poner con “_”.
      - Igualmente se podrían poner constantes en atributos.

Cálculo de Dominios

- **Ejemplos:**
  - Dar descripciones de productos vendidos a $100.

    { Descrip / (∃ np)(PRODS(np,Descrip) ∧ VENTAS(_,np,100) }
  - Dar descripciones de productos vendidos sólo por Pepe.

    { Descrip / (∃np)(
    PRODS(np,Descrip) ∧
    (∀nf)(VENTAS(nf,np,_)→(FABS(nf,"Pepe",_))∧
    VENTAS(_,np,_)}
  - Dar nombre de fabricantes que nunca hicieron ventas por mas de $100.

    { Nom / (∃nf)(FABS(nf,Nom,_) ∧
    ¬ (∃ p,np)(VENTAS(nf,np,p) ∧ p>100))}

Consultas en MR: Pragmática

- Docentes(CI, nombre, dir, tel)
- Estudiantes(CI , nombre, dir, tel)
- Dar el nombre y la dirección de los estudiantes que son docentes.

~~{ <e.nombre,e.dir> / Estudiantes(e) ∧~~

~~(∃d)(Docente(d) ∧ e.nombre=d.nombre)}~~

✓

{ <e.nombre,e.dir> / Estudiantes(e) ∧

(∃d)(Docente(d) ∧ e.CI=d.CI)}

Consultas en MR: Pragmática

- **Al realizar las consultas, se accede a las claves de un elemento y luego se relacionan elementos a través de esas claves.**

  - Pueden existir excepciones, pero son muy poco habituales.

Equivalencias lógicas útiles

- **Entre cuantificadores:**

$$(\forall x)(\varphi(x)) \leftrightarrow \neg\,(\exists x)(\neg\,(\varphi(x)))$$

$$(\exists x)(\varphi(x)) \leftrightarrow \neg\,(\forall x)(\neg\,(\varphi(x)))$$

- **Entre conectivos:**

$$\neg(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg\,\varphi \wedge \neg\,\psi)$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg\,\varphi \vee \neg\,\psi)$$

$$(\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow (\neg\,\psi \vee \psi)$$