

# Radiación en la atmósfera

## III - Introducción a la transferencia radiativa

Agustín Laguarda  
laguarda@fing.edu.uy

Universidad de la República

2023



- 1 Introducción
- 2 Procesos de extinción en la atmósfera: Absorción y dispersión
- 3 Ecuación de Lambert-Beer-Bouguer
- 4 Ecuación general de la transferencia radiativa

- 1 **Introducción**
- 2 Procesos de extinción en la atmósfera: Absorción y dispersión
- 3 Ecuación de Lambert-Beer-Bouguer
- 4 Ecuación general de la transferencia radiativa



Los procesos de extinción en la atmósfera se producen debido a la interacción de la radiación con partículas en su camino y son relevantes para la transferencia radiativa. Esto da lugar a diversos fenómenos ópticos que observamos en la naturaleza.

- Cuando miramos objetos como nubes, el cielo o una lámpara eléctrica, estamos viendo radiación visible que ha sido dispersada en su camino hacia nuestros ojos. La mayoría de la luz que llega a nuestros ojos no proviene directamente de su fuente, sino que se dispersa indirectamente a través del proceso de dispersión, o *scattering* (luz difusa).

Los procesos de extinción en la atmósfera se producen debido a la interacción de la radiación con partículas en su camino y son relevantes para la transferencia radiativa. Esto da lugar a diversos fenómenos ópticos que observamos en la naturaleza.

- Cuando miramos objetos como nubes, el cielo o una lámpara eléctrica, estamos viendo radiación visible que ha sido dispersada en su camino hacia nuestros ojos. La mayoría de la luz que llega a nuestros ojos no proviene directamente de su fuente, sino que se dispersa indirectamente a través del proceso de dispersión, o *scattering* (luz difusa).
- La dispersión (o *scattering*) es un proceso físico fundamental asociado con la interacción radiación-materia. Ocurre en todo el espectro EM y es responsable de fenómenos ópticos como el cielo azul, nubes blancas, arcoíris y halos.

Los procesos de extinción en la atmósfera se producen debido a la interacción de la radiación con partículas en su camino y son relevantes para la transferencia radiativa. Esto da lugar a diversos fenómenos ópticos que observamos en la naturaleza.

- Cuando miramos objetos como nubes, el cielo o una lámpara eléctrica, estamos viendo radiación visible que ha sido dispersada en su camino hacia nuestros ojos. La mayoría de la luz que llega a nuestros ojos no proviene directamente de su fuente, sino que se dispersa indirectamente a través del proceso de dispersión, o *scattering* (luz difusa).
- La dispersión (o *scattering*) es un proceso físico fundamental asociado con la interacción radiación-materia. Ocurre en todo el espectro EM y es responsable de fenómenos ópticos como el cielo azul, nubes blancas, arcoíris y halos.
- Parte de la radiación es absorbida por diferentes moléculas presentes en la atmósfera. Estas partículas absorben la radiación incidente y luego emiten radiación térmica en la atmósfera, lo que contribuye al calentamiento del ambiente.

Los procesos de extinción en la atmósfera se producen debido a la interacción de la radiación con partículas en su camino y son relevantes para la transferencia radiativa. Esto da lugar a diversos fenómenos ópticos que observamos en la naturaleza.

- Cuando miramos objetos como nubes, el cielo o una lámpara eléctrica, estamos viendo radiación visible que ha sido dispersada en su camino hacia nuestros ojos. La mayoría de la luz que llega a nuestros ojos no proviene directamente de su fuente, sino que se dispersa indirectamente a través del proceso de dispersión, o *scattering* (luz difusa).
- La dispersión (o *scattering*) es un proceso físico fundamental asociado con la interacción radiación-materia. Ocurre en todo el espectro EM y es responsable de fenómenos ópticos como el cielo azul, nubes blancas, arcoíris y halos.
- Parte de la radiación es absorbida por diferentes moléculas presentes en la atmósfera. Estas partículas absorben la radiación incidente y luego emiten radiación térmica en la atmósfera, lo que contribuye al calentamiento del ambiente.
- El efecto invernadero es una consecuencia directa de este fenómeno, donde ciertos gases como el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) absorben la radiación térmica emitida por la Tierra.



Los procesos de extinción en la atmósfera se producen debido a la interacción de la radiación con partículas en su camino y son relevantes para la transferencia radiativa. Esto da lugar a diversos fenómenos ópticos que observamos en la naturaleza.

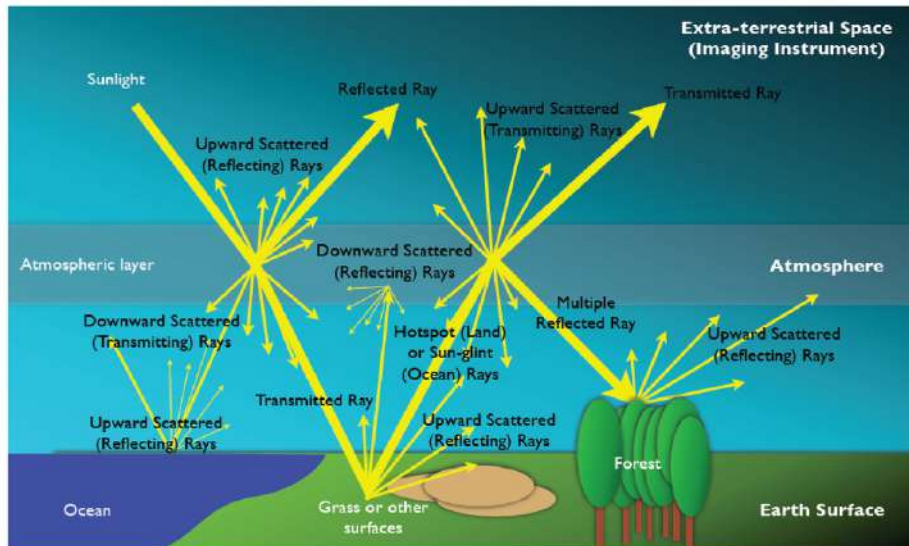
- Cuando miramos objetos como nubes, el cielo o una lámpara eléctrica, estamos viendo radiación visible que ha sido dispersada en su camino hacia nuestros ojos. La mayoría de la luz que llega a nuestros ojos no proviene directamente de su fuente, sino que se dispersa indirectamente a través del proceso de dispersión, o *scattering* (luz difusa).
- La dispersión (o *scattering*) es un proceso físico fundamental asociado con la interacción radiación-materia. Ocurre en todo el espectro EM y es responsable de fenómenos ópticos como el cielo azul, nubes blancas, arcoíris y halos.
- Parte de la radiación es absorbida por diferentes moléculas presentes en la atmósfera. Estas partículas absorben la radiación incidente y luego emiten radiación térmica en la atmósfera, lo que contribuye al calentamiento del ambiente.
- El efecto invernadero es una consecuencia directa de este fenómeno, donde ciertos gases como el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) absorben la radiación térmica emitida por la Tierra.

Los procesos de extinción en la atmósfera se producen debido a la interacción de la radiación con partículas en su camino y son relevantes para la transferencia radiativa. Esto da lugar a diversos fenómenos ópticos que observamos en la naturaleza.

- Cuando miramos objetos como nubes, el cielo o una lámpara eléctrica, estamos viendo radiación visible que ha sido dispersada en su camino hacia nuestros ojos. La mayoría de la luz que llega a nuestros ojos no proviene directamente de su fuente, sino que se dispersa indirectamente a través del proceso de dispersión, o *scattering* (luz difusa).
- La dispersión (o *scattering*) es un proceso físico fundamental asociado con la interacción radiación-materia. Ocurre en todo el espectro EM y es responsable de fenómenos ópticos como el cielo azul, nubes blancas, arcoíris y halos.
- Parte de la radiación es absorbida por diferentes moléculas presentes en la atmósfera. Estas partículas absorben la radiación incidente y luego emiten radiación térmica en la atmósfera, lo que contribuye al calentamiento del ambiente.
- El efecto invernadero es una consecuencia directa de este fenómeno, donde ciertos gases como el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) absorben la radiación térmica emitida por la Tierra.

**Estos procesos son espectralmente selectivos y su influencia varía según la región del EM.**

# Interacción radiación atmósfera



# Descripción de la atmósfera

## Perfiles

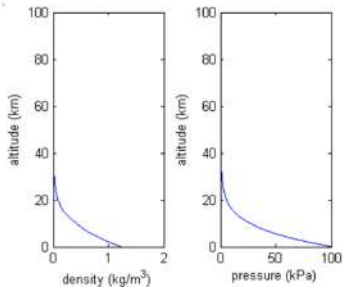


Figure: Presión y densidad vs. altura para el US-Atmospheric Standard - 1976. Fuente: [https://en.wikipedia.org/wiki/U.S.\\_Standard\\_Atmosphere](https://en.wikipedia.org/wiki/U.S._Standard_Atmosphere)

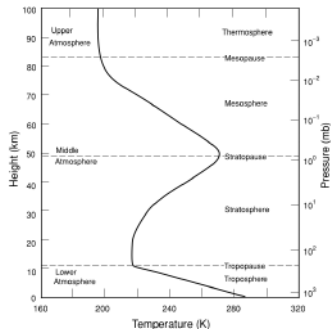


Figure 3.1 Vertical temperature profile after the U.S. Standard Atmosphere and definitions of atmospheric nomenclature.

Figure: Temperatura vs. altura para la USAS-1976. Fuente: Liou.

# Descripción de la atmósfera

## Composición

### The Composition of the Atmosphere<sup>a</sup>

Permanent constituents			Enero 2022: 418 ppm crece a 0.4%/año* !	Variable constituents	
Constituent		% by volume		Constituent	% by volume
Nitrogen (N <sub>2</sub> )	dispersión	78.084		Water vapor (H <sub>2</sub> O)	0-0.04
Oxygen (O <sub>2</sub> )	Rayleigh	20.948	99.9%	Ozone (O <sub>3</sub> )	0-12 × 10 <sup>-4</sup>
Argon (Ar)		0.934		Sulfur dioxide (SO <sub>2</sub> ) <sup>b</sup>	0.001 × 10 <sup>-4</sup>
Carbon dioxide (CO <sub>2</sub> )		0.036		Nitrogen dioxide (NO <sub>2</sub> ) <sup>b</sup>	0.001 × 10 <sup>-4</sup>
Neon (Ne)		18.18 × 10 <sup>-4</sup>		Ammonia (NH <sub>3</sub> ) <sup>b</sup>	0.004 × 10 <sup>-4</sup>
Helium (He)	de especial importancia en el balance radiante	5.24 × 10 <sup>-4</sup>		Nitric oxide (NO) <sup>b</sup>	0.0005 × 10 <sup>-4</sup>
Krypton (Kr)		1.14 × 10 <sup>-4</sup>		Hydrogen sulfide (H <sub>2</sub> S) <sup>b</sup>	0.00005 × 10 <sup>-4</sup>
Xenon (Xe)		0.089 × 10 <sup>-4</sup>		Nitric acid vapor (HNO <sub>3</sub> )	Trace
Hydrogen (H <sub>2</sub> )		0.5 × 10 <sup>-4</sup>		Chlorofluorocarbons (CFC1 <sub>3</sub> , CF <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub> )	Trace
Methane (CH <sub>4</sub> )		1.7 × 10 <sup>-4</sup>		CH <sub>3</sub> CCl <sub>3</sub> , CCl <sub>4</sub> , etc.)	principales atenuadores de la radiación solar
Nitrous oxide (N <sub>2</sub> O) <sup>b</sup>		0.3 × 10 <sup>-4</sup>		aerosoles varios	
Carbon monoxide (CO) <sup>b</sup>		0.08 × 10 <sup>-4</sup>			

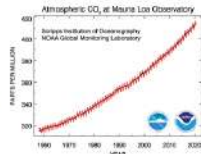
<0.1%

<sup>a</sup> After the U.S. Standard Atmosphere (1976) with modifications.

<sup>b</sup> Concentration near the earth's surface.

Fuente: Liou, An introduction to atmospheric radiation

\*<https://www.esri.noaa.gov/gmd/ccgg/trends/>



# Descripción de la atmósfera

Componentes muy variables: aerosoles

Aerosoles antropogénicos:



Aerosoles de origen natural:



Presentan gran variedad de tamaño (20 nm - 20  $\mu$ m), forma y composición.

# Descripción de la atmósfera

Componentes muy variables: nubes



Cristales de hielo, gotículas  $\simeq 10 \mu\text{m}$  y gotas de agua ( $\simeq 1 \text{ mm}$ )

aerosoles y nubes se encuentran en las capas bajas de la atmósfera y presentan gran variabilidad temporal y espacial

1 Introducción

2 Procesos de extinción en la atmósfera: Absorción y dispersión

3 Ecuación de Lambert-Beer-Bouguer

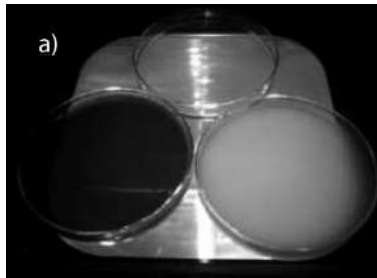
4 Ecuación general de la transferencia radiativa



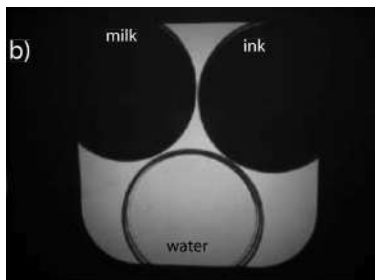
# Absorción y dispersión

Los procesos de dispersión y absorción reducen la energía de un haz de luz que atraviesa un medio. Esta atenuación es conocida como *extinción*. En un medio no absorbente la dispersión es el único proceso de extinción.

**Ambos procesos son relevantes en la atenuación de un haz de radiación (Ejemplo Petty-pag.157)**



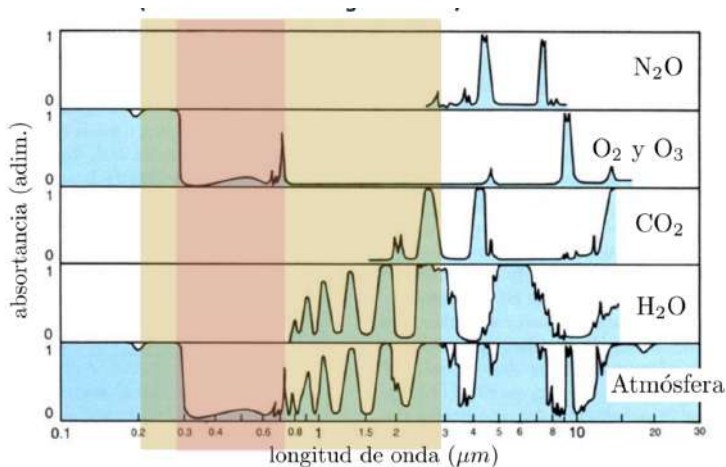
**Figure:** Tres muestras de líquidos: Agua (transparente), tinta (negra) y leche (blanca) iluminadas desde arriba.



**Figure:** Imagen de las muestras vista desde abajo. La sombra en la tinta y la leche muestran que la absorción y dispersión son igualmente efectivas en la disminución de la transmisión.

# Absorción en la atmósfera

Es un proceso espectralmente selectivo, donde la energía absorbida es convertida a otro tipo de energía (térmica/química/cinética, por ejemplo)

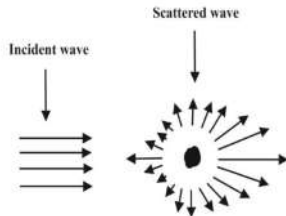


ventana atmosférica

espectro solar

## Dispersión (o *scattering*)

Es un proceso físico fundamental en el que al interferir una partícula con el recorrido de un haz de radiación electromagnética, sustrae energía de la onda incidente y la irradia en todas las direcciones.



### Hipótesis para la dispersión en la atmósfera

Asumimos que:

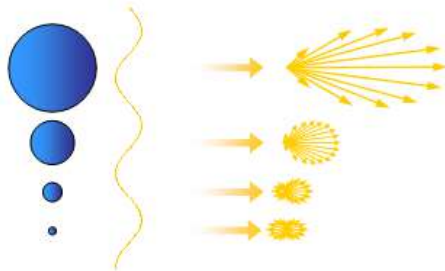
- La long. de onda dispersada es igual a la incidente (dispersión *elástica*).
- La dispersión producida por una molécula es independiente de la presencia de otras moléculas (dispersión independiente por baja densidad del medio)

# Dispersión

## Parámetro de tamaño

Un haz dispersado se describe en términos de la intensidad dispersada y su distribución espacial. Estas características dependen del *factor de tamaño*,  $x = 2\pi a/\lambda$ , donde  $\lambda$  es la long. de onda incidente y  $a$  es el tamaño característico (es el radio si la partícula es esférica).

- $x \ll 1$ : Dispersión de Rayleigh (luz visible y moléculas de aire)
- $x \simeq 1$ : Teoría de Lorenz-Mie (algunos aerosoles, vapor de agua, polución)
- $x \gg 1$ : dispersión no selectiva (partículas grandes en atm. baja; gotas de agua, aerosoles, hielo)



# Dispersión

## Ejemplo

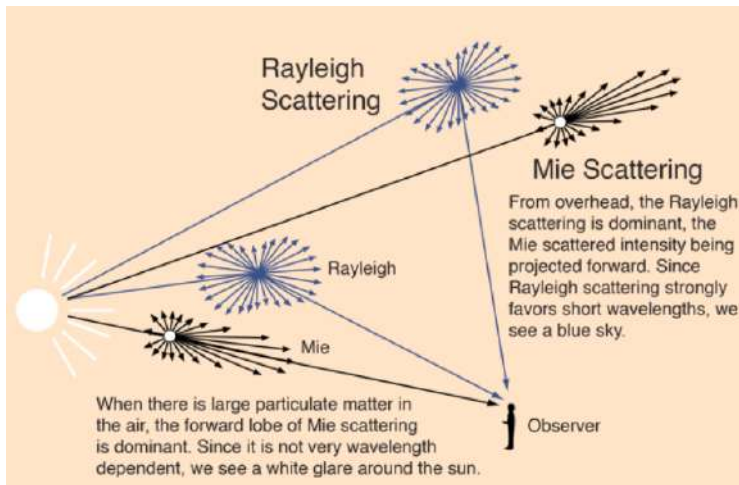
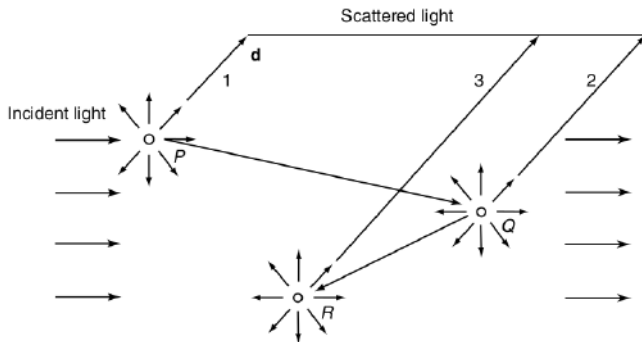


Figure: Fuente: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/atmos/blusky.html>



**Figure 1.5** Multiple scattering process involving first ( $P$ ), second ( $Q$ ), and third ( $R$ ) order scattering in the direction denoted by  $\mathbf{d}$ .

Figure: Fuente:Liou, Pág:8.

El *scattering múltiple* es especialmente relevante cuando hay nubes o alta presencia de aerosoles.

# Dispersión

Ejemplo

Rayleigh



Mie + Rayleigh



Dispersión no selectiva



## Aviso

Los mecanismos de dispersión y absorción, así como su descripciones matemáticas, serán abordados dentro de algunas clases.



- 1 Introducción
- 2 Procesos de extinción en la atmósfera: Absorción y dispersión
- 3 Ecuación de Lambert-Beer-Bouguer
- 4 Ecuación general de la transferencia radiativa

## Extinción de un haz solar en un medio poco denso

Un haz monocromático  $I_\lambda$  (en  $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{nm}$ ) que atraviesa un medio se verá atenuado por su interacción con la materia. Al recorrer una distancia  $ds$  en la dirección de propagación será modificado en una cantidad  $dI_\lambda$ .

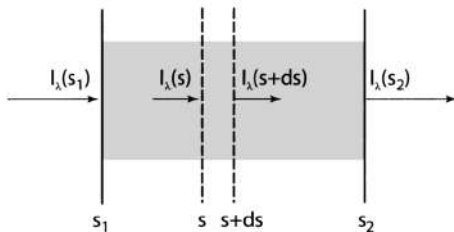


Figure: Fuente: Petty. Pág. 160

Asumiendo que la densidad es baja (caso atmósfera), que no hay múltiple scattering y que estamos lejos del rango de emisión térmica,  $dI_\lambda$  será proporcional a  $I_\lambda(s)$ , la  $ds$  y al **coeficiente de extinción** del medio  $\beta_e$  (en  $\text{m}^{-1}$ )<sup>1</sup>.

$$dI_\lambda = I_\lambda(s + ds) - I_\lambda(s) = -\beta_e(s) I_\lambda ds. \quad (1)$$

$\beta_e$  caracteriza los efectos combinados de absorción y dispersión del medio. Se puede escribir como  $\beta_e = \beta_s + \beta_a$ , donde  $\beta_s$  y  $\beta_a$  son los coeficientes de scattering y de absorción respectivamente.

<sup>1</sup>se puede interpretar como la probabilidad de interacción con un fotón

## Extinción de un haz en un medio poco denso

### Ecuación de Lambert-Beer

De la ecuación anterior,  $\frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = -\beta_e(s) ds$ . Integrando en ambos términos entre  $s_1$  y  $s_2$ , tenemos la

### Expresión general de la ecuación de Lambert-Beer-Bouguer

$$I_\lambda(s_2) = I_\lambda(s_1) \exp\left(-\int_{s_1}^{s_2} \beta_e(s) ds\right) \quad (2)$$

Algunas definiciones:

- Definimos el camino óptico entre  $s_1$  y  $s_2$  como

$$\tau(s_1, s_2) = \int_{s_1}^{s_2} \beta_e(s) ds \quad (3)$$

- Es siempre positivo y cuando se refiere a una trayectoria vertical en la atmósfera, se le llama **espesor óptico** o **profundidad óptica**.
- Definimos la transmitancia entre  $s_1$  y  $s_2$  como

$$T(s_1, s_2) = \exp[-\tau(s_1, s_2)], \quad (4)$$

donde  $T \in (0, 1]$ .

# Coefficientes de absorción, dispersión y extinción

## Definiciones

Ya definimos los coeficientes de absorción ( $\beta_a$ ) y dispersión ( $\beta_s$ ), que verifican que el factor de extinción es .

$$\beta_e = \beta_s + \beta_a$$

Es conveniente definir el *Single scattering albedo*,  $\omega$  como la relación entre el efecto de dispersión con la extinción total:

$$\omega = \frac{\beta_s}{\beta_e} = \frac{\beta_s}{\beta_s + \beta_a} \quad (5)$$

- Se interpreta como el porcentaje de fotones que son dispersados del total de fotones que interactúan con el medio en cierta ubicación.

# Coefficientes de absorción, dispersión y extinción

## Definiciones

Ya definimos los coeficientes de absorción ( $\beta_a$ ) y dispersión ( $\beta_s$ ), que verifican que el factor de extinción es .

$$\beta_e = \beta_s + \beta_a$$

Es conveniente definir el *Single scattering albedo*,  $\omega$  como la relación entre el efecto de dispersión con la extinción total:

$$\omega = \frac{\beta_s}{\beta_e} = \frac{\beta_s}{\beta_s + \beta_a} \quad (5)$$

- Se interpreta como el porcentaje de fotones que son dispersados del total de fotones que interactúan con el medio en cierta ubicación.
- Para un medio no dispersivo,  $\omega = 0$ , mientras que para un medio no absorbente  $\omega = 1$ .

# Coefficientes de absorción, dispersión y extinción

## Definiciones

Ya definimos los coeficientes de absorción ( $\beta_a$ ) y dispersión ( $\beta_s$ ), que verifican que el factor de extinción es .

$$\beta_e = \beta_s + \beta_a$$

Es conveniente definir el *Single scattering albedo*,  $\omega$  como la relación entre el efecto de dispersión con la extinción total:

$$\omega = \frac{\beta_s}{\beta_e} = \frac{\beta_s}{\beta_s + \beta_a} \quad (5)$$

- Se interpreta como el porcentaje de fotones que son dispersados del total de fotones que interactúan con el medio en cierta ubicación.
- Para un medio no dispersivo,  $\omega = 0$ , mientras que para un medio no absorbente  $\omega = 1$ .
- Es usual expresar los coeficientes  $\beta_s$  y  $\beta_a$  en términos de  $\omega$  y  $\beta_e$ :

# Coefficientes de absorción, dispersión y extinción

## Definiciones

Ya definimos los coeficientes de absorción ( $\beta_a$ ) y dispersión ( $\beta_s$ ), que verifican que el factor de extinción es .

$$\beta_e = \beta_s + \beta_a$$

Es conveniente definir el *Single scattering albedo*,  $\omega$  como la relación entre el efecto de dispersión con la extinción total:

$$\omega = \frac{\beta_s}{\beta_e} = \frac{\beta_s}{\beta_s + \beta_a} \quad (5)$$

- Se interpreta como el porcentaje de fotones que son dispersados del total de fotones que interactúan con el medio en cierta ubicación.
- Para un medio no dispersivo,  $\omega = 0$ , mientras que para un medio no absorbente  $\omega = 1$ .
- Es usual expresar los coeficientes  $\beta_s$  y  $\beta_a$  en términos de  $\omega$  y  $\beta_e$ :
  - $\beta_s = \omega\beta_e$

# Coefficientes de absorción, dispersión y extinción

## Definiciones

Ya definimos los coeficientes de absorción ( $\beta_a$ ) y dispersión ( $\beta_s$ ), que verifican que el factor de extinción es .

$$\beta_e = \beta_s + \beta_a$$

Es conveniente definir el *Single scattering albedo*,  $\omega$  como la relación entre el efecto de dispersión con la extinción total:

$$\omega = \frac{\beta_s}{\beta_e} = \frac{\beta_s}{\beta_s + \beta_a} \quad (5)$$

- Se interpreta como el porcentaje de fotones que son dispersados del total de fotones que interactúan con el medio en cierta ubicación.
- Para un medio no dispersivo,  $\omega = 0$ , mientras que para un medio no absorbente  $\omega = 1$ .
- Es usual expresar los coeficientes  $\beta_s$  y  $\beta_a$  en términos de  $\omega$  y  $\beta_e$ :
  - $\beta_s = \omega\beta_e$
  - $\beta_a = (1 - \omega)\beta_e$



# Propiedades intensivas

## Sección eficaz

Los coeficientes  $\beta_e$ ,  $\beta_s$  y  $\beta_a$  que definimos antes son propiedades extensivas del medio. Es decir, varían en función de la densidad del medio. Para evitar esa dependencia, se utilizan características intensivas, como la sección eficaz.

Asumiendo que el medio está formado por partículas idénticas, se suele optar por uno de estos caminos: para expresar  $\beta_e$ :

$$\beta_e = k_\lambda \rho, \quad (6)$$

donde  $k_\lambda$  es la **sección eficaz de masa** ( $[k_\lambda] = L^2/M$ , típicamente en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ) y  $\rho$  es la densidad de masa (masa por unidad de volumen).

# Propiedades intensivas

## Sección eficaz

Los coeficientes  $\beta_e$ ,  $\beta_s$  y  $\beta_a$  que definimos antes son propiedades extensivas del medio. Es decir, varían en función de la densidad del medio. Para evitar esa dependencia, se utilizan características intensivas, como la sección eficaz.

Asumiendo que el medio está formado por partículas idénticas, se suele optar por uno de estos caminos: para expresar  $\beta_e$ :

$$\beta_e = k_\lambda \rho, \quad (6)$$

donde  $k_\lambda$  es la **sección eficaz de masa** ( $[k_\lambda] = L^2/M$ , típicamente en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ) y  $\rho$  es la densidad de masa (masa por unidad de volumen).

$$\beta_e = \sigma_\lambda N, \quad (7)$$

donde  $\sigma_\lambda$  es la **sección eficaz de una partícula** ( $[\sigma_\lambda] = L^2$ , típicamente en  $\text{cm}^2$ ) y  $N$  es el número de partículas por unidad de volumen.

# Propiedades intensivas

## Sección eficaz

Los coeficientes  $\beta_e$ ,  $\beta_s$  y  $\beta_a$  que definimos antes son propiedades extensivas del medio. Es decir, varían en función de la densidad del medio. Para evitar esa dependencia, se utilizan características intensivas, como la sección eficaz.

Asumiendo que el medio está formado por partículas idénticas, se suele optar por uno de estos caminos: para expresar  $\beta_e$ :

$$\beta_e = k_\lambda \rho, \quad (6)$$

donde  $k_\lambda$  es la **sección eficaz de masa** ( $[k_\lambda] = L^2/M$ , típicamente en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ) y  $\rho$  es la densidad de masa (masa por unidad de volumen).

$$\beta_e = \sigma_\lambda N, \quad (7)$$

donde  $\sigma_\lambda$  es la **sección eficaz de una partícula** ( $[\sigma_\lambda] = L^2$ , típicamente en  $\text{cm}^2$ ) y  $N$  es el número de partículas por unidad de volumen.

# Propiedades intensivas

## Sección eficaz

Los coeficientes  $\beta_e$ ,  $\beta_s$  y  $\beta_a$  que definimos antes son propiedades extensivas del medio. Es decir, varían en función de la densidad del medio. Para evitar esa dependencia, se utilizan características intensivas, como la sección eficaz.

Asumiendo que el medio está formado por partículas idénticas, se suele optar por uno de estos caminos: para expresar  $\beta_e$ :

$$\beta_e = k_\lambda \rho, \quad (6)$$

donde  $k_\lambda$  es la **sección eficaz de masa** ( $[k_\lambda] = L^2/M$ , típicamente en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ) y  $\rho$  es la densidad de masa (masa por unidad de volumen).

$$\beta_e = \sigma_\lambda N, \quad (7)$$

donde  $\sigma_\lambda$  es la **sección eficaz de una partícula** ( $[\sigma_\lambda] = L^2$ , típicamente en  $\text{cm}^2$ ) y  $N$  es el número de partículas por unidad de volumen.

- Las secciones eficaces (o *effective cross section*) se pueden asociar a la extinción, o a alguno de los procesos de absorción o dispersión individualmente (en estos casos se utiliza el subíndice  $a$  o  $s$ , respectivamente).

# Propiedades intensivas

## Sección eficaz

Los coeficientes  $\beta_e$ ,  $\beta_s$  y  $\beta_a$  que definimos antes son propiedades extensivas del medio. Es decir, varían en función de la densidad del medio. Para evitar esa dependencia, se utilizan características intensivas, como la sección eficaz.

Asumiendo que el medio está formado por partículas idénticas, se suele optar por uno de estos caminos: para expresar  $\beta_e$ :

$$\beta_e = k_\lambda \rho, \quad (6)$$

donde  $k_\lambda$  es la **sección eficaz de masa** ( $[k_\lambda] = L^2/M$ , típicamente en  $\text{cm}^2/\text{g}$ ) y  $\rho$  es la densidad de masa (masa por unidad de volumen).

$$\beta_e = \sigma_\lambda N, \quad (7)$$

donde  $\sigma_\lambda$  es la **sección eficaz de una partícula** ( $[\sigma_\lambda] = L^2$ , típicamente en  $\text{cm}^2$ ) y  $N$  es el número de partículas por unidad de volumen.

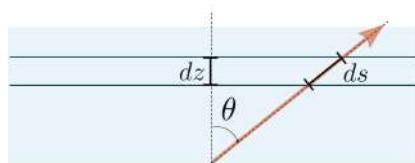
- Las secciones eficaces (o *effective cross section*) se pueden asociar a la extinción, o a alguno de los procesos de absorción o dispersión individualmente (en estos casos se utiliza el subíndice  $a$  o  $s$ , respectivamente).
- Cuando el medio está formado por una mezcla de partículas, se pueden generalizar estas expresiones. Ver 7.2.5 Petty.

## Aproximación de planos paralelos

La atmósfera está usualmente altamente *estratificada*, es decir, las propiedades varían con mayor relevancia con la altura  $z$  que con otras coordenadas. Las nubes son una excepción (muchas muestran estructuras horizontales y verticales).

### Hipótesis de *atmósfera de planos paralelos*

- La atmósfera es plana (buena aproximación para cálculos *locales*)
- $\beta_e(x, y, z) = \beta_e(z)$ . También otras propiedades.



- Notar que  $ds = \frac{dz}{\cos \theta}$
- Definimos  $\mu = \cos \theta$
- Se tiene que  $\mu \in [-1, 1]$ , positivo para haces que se propagan hacia "arriba", negativo hacia "abajo".
- $\Delta s = \frac{\Delta z}{\mu}$ ,

# Ecuación de Lambert-Beer

## Planos paralelos

LBB general:

$$I_{\lambda}(s_2) = I_{\lambda}(s_1) \exp \left( - \int_{s_1}^{s_2} \beta_e(s) ds \right)$$

En vista de las hipótesis anteriores, el camino óptico entre dos alturas  $z_1$  y  $z_2$  se expresa en función del espesor óptico como

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta_e(s) ds = \int_{s_1}^{s_2} k_{\lambda}(s) \rho(s) ds = \frac{1}{\mu} \int_{z_1}^{z_2} k_{\lambda}(z) \rho(z) dz = \frac{\tau_{\lambda}(z_1, z_2)}{\mu}$$

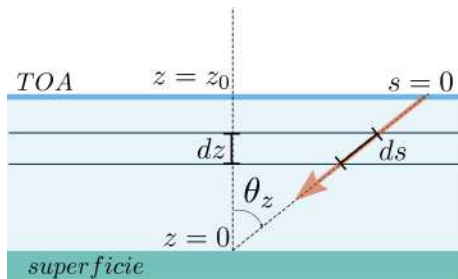
## LBB para planos paralelos

$$I_{\lambda}(z_2) = I_{\lambda}(z_1) \exp \left( - \frac{\tau_{\lambda}(z_1, z_2)}{\mu} \right),$$

donde  $\tau_{\lambda}(z_1, z_2)$  es el **espesor óptico** o la **profundidad óptica**.

# Ecuación de Lambert-Beer

Caso importante: Radiación solar directa



Si seguimos la radiancia que proviene directamente del sol  $S_{0,\lambda}$ , incide en el tope de la atmósfera ( $z=0$ ), atraviesa la atmósfera y llega a la superficie ( $z_0$ ), tenemos

$$I_{\lambda,sup} = S_{0,\lambda} \exp\left(-\frac{\tau_{\lambda}^*}{\mu}\right),$$

donde  $\tau_{\lambda}^* = \tau_{\lambda}(0, z_0)$  es la *profundidad óptica total*



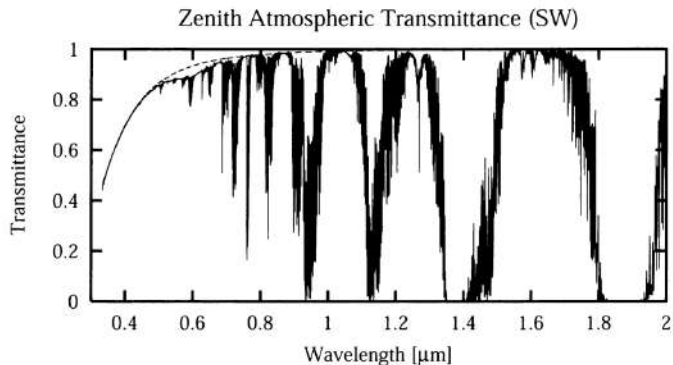
- **Dispersión por moléculas de aire:** En el espectro VIS y UV la dispersión por moléculas de aire es la dominante (Rayleigh). La  $\sigma_s$  para moléculas de aire es aprox. proporcional a  $\lambda^{-4}$ . Por ejemplo: a  $0.4\mu\text{m}$  (violeta) es 10 veces mayor que para  $0.7\mu\text{m}$  (rojo).

- **Dispersión por moléculas de aire:** En el espectro VIS y UV la dispersión por moléculas de aire es la dominante (Rayleigh). La  $\sigma_s$  para moléculas de aire es aprox. proporcional a  $\lambda^{-4}$ . Por ejemplo: a  $0.4\mu\text{m}$  (violeta) es 10 veces mayor que para  $0.7\mu\text{m}$  (rojo).
- **Absorción por gases en la atmósfera:** en el resto del espectro, la transmitancia de la atmósfera sin nubes está influenciada principalmente por la absorción de gases.

- **Dispersión por moléculas de aire:** En el espectro VIS y UV la dispersión por moléculas de aire es la dominante (Rayleigh). La  $\sigma_s$  para moléculas de aire es aprox. proporcional a  $\lambda^{-4}$ . Por ejemplo: a  $0.4\mu\text{m}$  (violeta) es 10 veces mayor que para  $0.7\mu\text{m}$  (rojo).
- **Absorción por gases en la atmósfera:** en el resto del espectro, la transmitancia de la atmósfera sin nubes está influenciada principalmente por la absorción de gases.
- **Extinción por aerosoles y nubes:** En las partes bajas de la atmósfera se encuentran mayores concentraciones de partículas de aerosoles y vapor de agua, típicamente de mayor tamaño. Dependiendo del tamaño y composición, estas pueden absorber, dispersar o ambos.

- **Dispersión por moléculas de aire:** En el espectro VIS y UV la dispersión por moléculas de aire es la dominante (Rayleigh). La  $\sigma_s$  para moléculas de aire es aprox. proporcional a  $\lambda^{-4}$ . Por ejemplo: a  $0.4\mu\text{m}$  (violeta) es 10 veces mayor que para  $0.7\mu\text{m}$  (rojo).
- **Absorción por gases en la atmósfera:** en el resto del espectro, la transmitancia de la atmósfera sin nubes está influenciada principalmente por la absorción de gases.
- **Extinción por aerosoles y nubes:** En las partes bajas de la atmósfera se encuentran mayores concentraciones de partículas de aerosoles y vapor de agua, típicamente de mayor tamaño. Dependiendo del tamaño y composición, estas pueden absorber, dispersar o ambos.
  - **Aerosoles:** En general presentan profundidades ópticas ( $\tau_e$ ) menores a 1 en el VIS y aún menores en el IR. Pueden ser valores significativos ( $>1$ ) durante eventos (erupciones volcánicas, tormentas de polvo, polución extrema, etc.).

- **Dispersión por moléculas de aire:** En el espectro VIS y UV la dispersión por moléculas de aire es la dominante (Rayleigh). La  $\sigma_s$  para moléculas de aire es aprox. proporcional a  $\lambda^{-4}$ . Por ejemplo: a  $0.4\mu\text{m}$  (violeta) es 10 veces mayor que para  $0.7\mu\text{m}$  (rojo).
- **Absorción por gases en la atmósfera:** en el resto del espectro, la transmitancia de la atmósfera sin nubes está influenciada principalmente por la absorción de gases.
- **Extinción por aerosoles y nubes:** En las partes bajas de la atmósfera se encuentran mayores concentraciones de partículas de aerosoles y vapor de agua, típicamente de mayor tamaño. Dependiendo del tamaño y composición, estas pueden absorber, dispersar o ambos.
  - Aerosoles: En general presentan profundidades ópticas ( $\tau_e$ ) menores a 1 en el VIS y aún menores en el IR. Pueden ser valores significativos ( $>1$ ) durante eventos (erupciones volcánicas, tormentas de polvo, polución extrema, etc.).
  - Nubes: Alcanzan  $\tau_e$  lo suficientemente grandes como para bloquear los haces directos del sol. En el visible solo dispersan, en el IR se vuelven opacas, en microondas son más translúcidas.



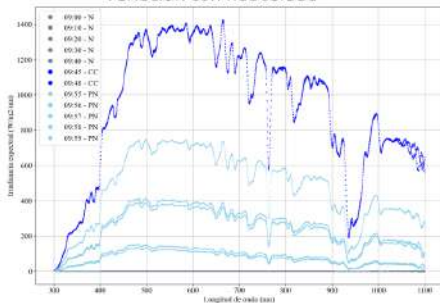
**Fig. 7.8:** Detail of atmospheric transmission in the shortwave portion of the spectrum, for a summer midlatitude atmosphere. This plot includes the effects of scattering by air molecules (dashed/smooth curve on left).

Figure: Fuente: Petty. Pág.183.

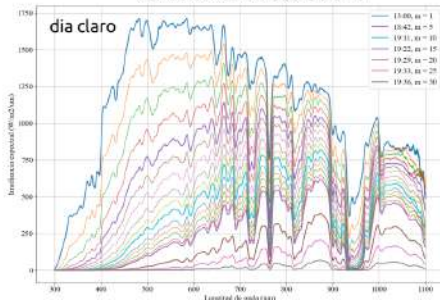
# Ecuación de Lambert-Beer

Comentarios importantes

### Variación con nubosidad



### Variación con masa de aire



(Medidas DNI espectrales en Salto-2022 con instrumento EKO.MS711 por Paola Russo)

- 1 Introducción
- 2 Procesos de extinción en la atmósfera: Absorción y dispersión
- 3 Ecuación de Lambert-Beer-Bouguer
- 4 Ecuación general de la transferencia radiativa**



# Ecuación general de la transferencia radiativa

Alteración de un haz en un medio poco denso

Consideremos nuevamente un haz monocromático  $I_\lambda$  (en  $\text{W}/\text{m}^2/\text{sr}/\text{nm}$ ) que atraviesa un medio poco denso. Parte de la energía se disipará por absorción y dispersión. Sin embargo, en la dirección estudiada, también puede haber incrementos de energía debido a emisión térmica y *scattering* (simple o múltiple) de haces provenientes de otras direcciones.

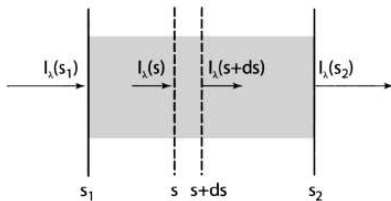


Figure: Fuente: Petty. Pág. 160

Estas contribuciones se expresan con un *coeficiente de función fuente*,  $j_\lambda$ , de forma que:

$$I_\lambda(s + ds) - I_\lambda(s) = dI_\lambda = -k_\lambda \rho I_\lambda ds + j_\lambda \rho ds.$$

Por conveniencia, se define la **función fuente**,  $J_\lambda$  (dimensiones de intensidad) como  $J_\lambda = j_\lambda/k_\lambda$ , obteniendo el cambio neto en el haz:

$$dI_\lambda = -k_\lambda \rho I_\lambda ds + k_\lambda \rho J_\lambda ds.$$

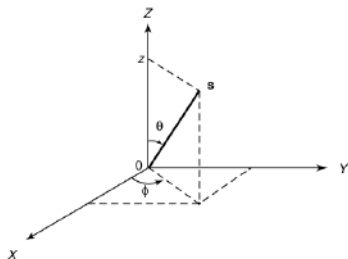
Reordenando tenemos la ecuación general de transferencia radiativa en forma compacta,

$$\boxed{\frac{1}{\beta_e} \frac{dI_\lambda}{ds} = -I_\lambda + J_\lambda} \quad (8)$$

Para resolverla hace falta conocer la distribución espacial de las propiedades del medio a través de  $k_\lambda$  y  $\rho$ , y caracterizar todos los procesos físicos involucrados a través de  $J_\lambda$ .

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos



Consideremos la hipótesis de planos paralelos; propiedades del medio dependen de sólo de la altura  $z$  y se verifica  $ds = \frac{dz}{\cos \theta}$ . La ETR queda genéricamente

$$\frac{\cos \theta}{\beta_e(z)} \frac{dI_\lambda(z, \theta, \varphi)}{dz} = -I_\lambda(z, \theta, \varphi) + J_\lambda(z, \theta, \varphi)$$

Buscamos una expresión más adecuada.

Para ello realizaremos dos cambios de variable: (i)  $\theta \rightarrow \mu$  (ii) y  $z \rightarrow \tau$ .

(i)

- Importante:  $\mu$  tiene signo
- $\mu = \cos \theta > 0$  si  $\theta \in [0, \pi/2]$  (haces que suben)
- $\mu = \cos \theta < 0$  si  $\theta \in [\pi/2, \pi]$  (haces que bajan)
- luego haremos un truco para deshacernos del signo.

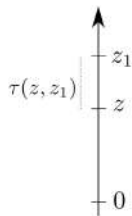
# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

(ii) considerando la definición del espesor óptico entre un punto genérico (de altura  $z$ ) y un punto de referencia ( $z_1$ ), tenemos

$$\tau(z, z_1) = \int_z^{z_1} \beta_e(z) dz$$

$$d\tau = -\beta_e(z) dz \rightarrow dz = -\frac{d\tau}{\beta_e},$$



Observación: si estamos estudiando una capa entre las alturas  $z = 0$  y  $z = z_1$ , tenemos que:

- $\tau$  es decreciente con  $z$ . Cuanto mayor altura  $z$ , menor  $\tau$
- dado un  $z$  queda determinado un único  $\tau$  (y viceversa)
- en  $z_1$ ,  $\tau = 0$
- en  $z = 0$ ,  $\tau$  es máximo (profundidad óptica total);  $\tau^*$

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

$$\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = +I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)$$

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

Hallemos una solución genérica a la ecuación

$$\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)$$

**CASO 1: haces que suben**

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

Hallemos una solución genérica a la ecuación

$$\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)$$

## CASO 1: haces que suben

- Multiplico todos los términos por  $\frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$ :

$$\frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} e^{-\tau/\mu} - I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu} = -J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$$

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

Hallemos una solución genérica a la ecuación

$$\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)$$

## CASO 1: haces que suben

- Multiplico todos los términos por  $\frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$ :

$$\frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} e^{-\tau/\mu} - I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu} = -J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$$

- Notando que el término de la izquierda es  $\frac{d}{d\tau} [I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) e^{-\tau/\mu}]$  e integrando en  $\tau$  entre un espesor genérico y el espesor máximo ( $\tau^*$ ), tenemos que

$$\int_{\tau}^{\tau^*} \frac{d}{d\tau'} [I_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) e^{-\tau'/\mu}] d\tau' = - \int_{\tau}^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

Hallemos una solución genérica a la ecuación

$$\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)$$

## CASO 1: haces que suben

- Multiplico todos los términos por  $\frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$ :

$$\frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} e^{-\tau/\mu} - I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu} = -J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$$

- Notando que el término de la izquierda es  $\frac{d}{d\tau} [I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) e^{-\tau/\mu}]$  e integrando en  $\tau$  entre un espesor genérico y el espesor máximo ( $\tau^*$ ), tenemos que

$$\int_{\tau}^{\tau^*} \frac{d}{d\tau'} [I_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) e^{-\tau'/\mu}] d\tau' = - \int_{\tau}^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

$$I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} - I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} = - \int_{\tau}^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$



# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

Hallemos una solución genérica a la ecuación

$$\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)$$

## CASO 1: haces que suben

- Multiplico todos los términos por  $\frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$ :

$$\frac{dI_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} e^{-\tau/\mu} - I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu} = -J_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu}$$

- Notando que el término de la izquierda es  $\frac{d}{d\tau} [I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) e^{-\tau/\mu}]$  e integrando en  $\tau$  entre un espesor genérico y el espesor máximo ( $\tau^*$ ), tenemos que

$$\int_{\tau}^{\tau^*} \frac{d}{d\tau'} [I_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) e^{-\tau'/\mu}] d\tau' = - \int_{\tau}^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

$$I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} - I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} = - \int_{\tau}^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

- Reordenando y multiplicando por  $e^{\tau/\mu}$

$$\Rightarrow I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) = I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-(\tau^*-\tau)/\mu} + \int_{\tau}^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau-\tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

con  $\mu > 0$

### **CASO 2: haces que bajan**

### CASO 2: haces que bajan

- Ahora  $\mu$  es negativo.

### CASO 2: haces que bajan

- Ahora  $\mu$  es negativo.
- Para evitar esto, consideraremos la variable  $\mu' = -\mu$  (positiva) y expresamos las ecuaciones en función de  $\mu'$  (cv:  $\mu \rightarrow -\mu'$ ).

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

## CASO 2: haces que bajan

- Ahora  $\mu$  es negativo.
- Para evitar esto, consideraremos la variable  $\mu' = -\mu$  (positiva) y expresamos las ecuaciones en función de  $\mu'$  (cv:  $\mu \rightarrow -\mu'$ ).

- La ecuación base (omitiendo la ') queda

$$-\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi).$$

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

### CASO 2: haces que bajan

- Ahora  $\mu$  es negativo.
- Para evitar esto, consideraremos la variable  $\mu' = -\mu$  (positiva) y expresamos las ecuaciones en función de  $\mu'$  (cv:  $\mu \rightarrow -\mu'$ ).

- La ecuación base (omitiendo la ') queda 
$$-\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi).$$

- Observación  $\mu$  y  $\mu'$  se refieren a la misma "dirección" (sin signo):

$$\mu' = \cos \theta' = \cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta) = -\mu.$$

Como ejemplo:  $\theta = 210^{\circ}$  y  $\theta' = 30^{\circ}$  señalan en la misma dirección y sus cosenos son opuestos.

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

### CASO 2: haces que bajan

- Ahora  $\mu$  es negativo.
- Para evitar esto, consideraremos la variable  $\mu' = -\mu$  (positiva) y expresamos las ecuaciones en función de  $\mu'$  (cv:  $\mu \rightarrow -\mu'$ ).

- La ecuación base (omitiendo la ') queda 
$$-\mu \frac{dI_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi)}{d\tau} = I_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi) - J_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi).$$

- Observación  $\mu$  y  $\mu'$  se refieren a la misma "dirección" (sin signo):  
 $\mu' = \cos \theta' = \cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta) = -\mu.$   
Como ejemplo:  $\theta = 210^{\circ}$  y  $\theta' = 30^{\circ}$  señalan en la misma dirección y sus cosenos son opuestos.
- Haciendo un procedimiento como el anterior, pero multiplicando por  $e^{\tau/\mu}$  e integrando entre  $\tau = 0$  (tope) y un valor genérico, se puede llegar a

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

## CASO 2: haces que bajan

- Ahora  $\mu$  es negativo.
- Para evitar esto, consideraremos la variable  $\mu' = -\mu$  (positiva) y expresamos las ecuaciones en función de  $\mu'$  (cv:  $\mu \rightarrow -\mu'$ ).

- La ecuación base (omitiendo la ') queda 
$$-\mu \frac{dI_\lambda(\tau, -\mu, \varphi)}{d\tau} = I_\lambda(\tau, -\mu, \varphi) - J_\lambda(\tau, -\mu, \varphi).$$

- Observación  $\mu$  y  $\mu'$  se refieren a la misma "dirección" (sin signo):  
 $\mu' = \cos \theta' = \cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta) = -\mu.$   
Como ejemplo:  $\theta = 210^\circ$  y  $\theta' = 30^\circ$  señalan en la misma dirección y sus cosenos son opuestos.
- Haciendo un procedimiento como el anterior, pero multiplicando por  $e^{\tau/\mu}$  e integrando entre  $\tau = 0$  (tope) y un valor genérico, se puede llegar a

$$\Rightarrow I_\lambda(\tau, -\mu, \varphi) = I_\lambda(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} + \int_0^\tau J_\lambda(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau-\tau')/\mu}}{\mu} d\tau',$$

con  $\mu > 0!$  también.



# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

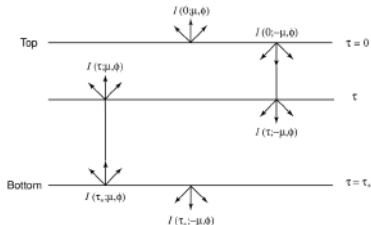


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau_*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

sube: 
$$I_{\lambda}(\tau, \mu, \varphi) = I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-(\tau^* - \tau)/\mu} + \int_{\tau}^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

baja: 
$$I_{\lambda}(\tau, -\mu, \varphi) = I_{\lambda}(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} + \int_0^{\tau} J_{\lambda}(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

- con  $\mu > 0$  en **ambos casos**

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

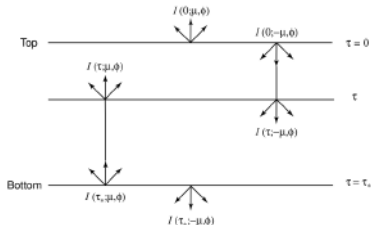


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau_*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

sube: 
$$I_\lambda(\tau, \mu, \varphi) = I_\lambda(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-(\tau^* - \tau)/\mu} + \int_\tau^{\tau^*} J_\lambda(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

baja: 
$$I_\lambda(\tau, -\mu, \varphi) = I_\lambda(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} + \int_0^\tau J_\lambda(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

- con  $\mu > 0$  en **ambos casos**
- la variable principal es  $\tau$  (además de la dirección de incidencia)

# Ecuación general de la transferencia radiativa

Planos paralelos

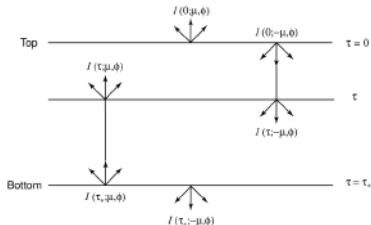


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau_*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

sube: 
$$I_\lambda(\tau, \mu, \varphi) = I_\lambda(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-(\tau^* - \tau)/\mu} + \int_\tau^{\tau^*} J_\lambda(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

baja: 
$$I_\lambda(\tau, -\mu, \varphi) = I_\lambda(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} + \int_0^\tau J_\lambda(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

- con  $\mu > 0$  en **ambos casos**
- la variable principal es  $\tau$  (además de la dirección de incidencia)
- $I_\lambda(\tau^*, \mu, \varphi)$  representa la radiancia que sube desde el tope inferior

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

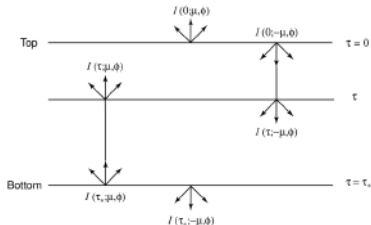


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau_*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

sube: 
$$I_\lambda(\tau, \mu, \varphi) = I_\lambda(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-(\tau^* - \tau)/\mu} + \int_\tau^{\tau^*} J_\lambda(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

baja: 
$$I_\lambda(\tau, -\mu, \varphi) = I_\lambda(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} + \int_0^\tau J_\lambda(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau'$$

- con  $\mu > 0$  en **ambos casos**
- la variable principal es  $\tau$  (además de la dirección de incidencia)
- $I_\lambda(\tau^*, \mu, \varphi)$  representa la radiancia que sube desde el tope inferior
- $I_\lambda(0, -\mu, \varphi)$  representa la radiancia que baja desde el tope superior

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

Si consideramos toda la atmósfera ( $\tau^*$  es el espesor de la atm. y  $\tau = 0$  es el tope de la atmósfera)

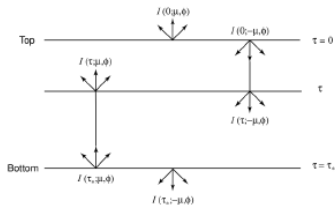


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau^*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

$$\text{sale de la atm.: } I_{\lambda}(0, \mu, \varphi) = I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

$$\text{llega a sup.: } I_{\lambda}(\tau^*, -\mu, \varphi) = I_{\lambda}(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau^*-\tau')/\mu}}{\mu} d\tau',$$

- $J$  representa la contribución de la atmósfera.

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

Si consideramos toda la atmósfera ( $\tau^*$  es el espesor de la atm. y  $\tau = 0$  es el tope de la atmósfera)

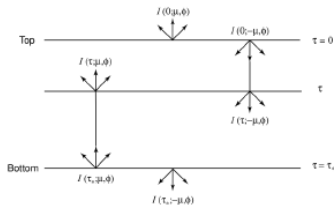


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau^*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

$$\text{sale de la atm.: } I_{\lambda}(0, \mu, \varphi) = I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

$$\text{llega a sup.: } I_{\lambda}(\tau^*, -\mu, \varphi) = I_{\lambda}(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau^* - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau',$$

- $J$  representa la contribución de la atmósfera.
- Si  $J = 0$ , recuperamos la ecuación de Lambert-Beer para la atmósfera plana.

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

Si consideramos toda la atmósfera ( $\tau^*$  es el espesor de la atm. y  $\tau = 0$  es el tope de la atmósfera)

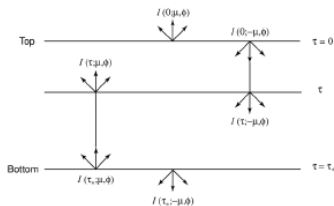


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau_*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

sale de la atm.: 
$$I_\lambda(0, \mu, \varphi) = I_\lambda(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_\lambda(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

llega a sup.: 
$$I_\lambda(\tau^*, -\mu, \varphi) = I_\lambda(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_\lambda(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau^*-\tau')/\mu}}{\mu} d\tau',$$

- $J$  representa la contribución de la atmósfera.
- Si  $J = 0$ , recuperamos la ecuación de Lambert-Beer para la atmósfera plana.
- $I_\lambda(\tau^*, \mu, \varphi)$  representa ahora la que sube desde la superficie (reflejada o emitida).

# Ecuación general de la transferencia radiativa

## Planos paralelos

Si consideramos toda la atmósfera ( $\tau^*$  es el espesor de la atm. y  $\tau = 0$  es el tope de la atmósfera)

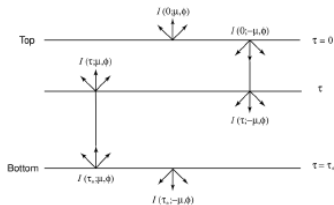


Figure 1.16 Upward ( $\mu$ ) and downward ( $-\mu$ ) intensities at a given level  $\tau$  and at top ( $\tau = 0$ ) and bottom ( $\tau = \tau^*$ ) levels in a finite, plane-parallel atmosphere.

sale de la atm.: 
$$I_{\lambda}(0, \mu, \varphi) = I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', \mu, \varphi) \frac{e^{-\tau'/\mu}}{\mu} d\tau'$$

llega a sup.: 
$$I_{\lambda}(\tau^*, -\mu, \varphi) = I_{\lambda}(0, -\mu, \varphi) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J_{\lambda}(\tau', -\mu, \varphi) \frac{e^{-(\tau^* - \tau')/\mu}}{\mu} d\tau',$$

- $J$  representa la contribución de la atmósfera.
- Si  $J = 0$ , recuperamos la ecuación de Lambert-Beer para la atmósfera plana.
- $I_{\lambda}(\tau^*, \mu, \varphi)$  representa ahora la que sube desde la superficie (reflejada o emitida).
- $I_{\lambda}(0, -\mu, \varphi)$  representa la radiancia que incide en la atmósfera (radiación solar TOA).



# Ecuación general de la transferencia radiativa

Comentario: medio heterogéneo tridimensional

En general la solución para planos paralelos no tiene por qué ser válida, debido a inhomogeneidades, como nubes finitas.

$$\frac{1}{\beta_e} \frac{dI_\lambda}{ds} = -I_\lambda + J_\lambda$$

El operador de variación  $\frac{d}{ds}$  que sufre un haz EM que se propaga en la dirección definida por  $\hat{u}$  e interactúa con un volumen (recorriendo una distancia  $ds$ ) se puede expresar como

$$\frac{d}{ds} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \hat{u} \cdot \nabla,$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz. La intensidad de la radiación electromagnética se puede considerar como cuasi-estacionaria (al compararla con  $c$ ), por lo que el primer término de la derecha es omitido. Además, el operador de la derecha se puede expresar en cartesianas como

$$\hat{u} \cdot \nabla = u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z},$$

donde  $\hat{u} = (u_x, u_y, u_z)$ .

También se puede expresar en coordenadas esféricas (Liou 1.4.5)

Fin