Conceptos Básicos
Matemática Discreta

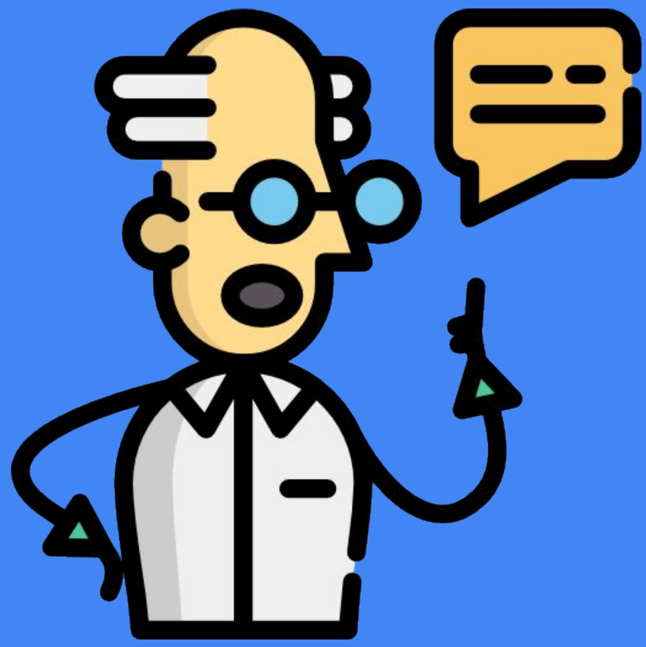
Bases de Datos para Ingeniería
-
Bases de Datos y Sistemas de Información

Instituto de Computación - Facultad de Ingeniería

Contenido

- Teoría de conjuntos
- Conceptos básicos
  - Cardinalidad
  - Predicados sobre elementos
  - Predicados cuantificados
- Operaciones sobre conjuntos
- Multiconjuntos
- Tipos de datos

Teoría de Conjuntos



Teoría de conjuntos

- Rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los conjuntos.
- Los conjuntos son colecciones abstractas de objetos, consideradas como objetos en sí mismas, herramienta básica en la formulación de cualquier teoría matemática.
- Los conjuntos no tienen elementos repetidos.
- Se pueden definir por extensión o comprensión:
    - **Extensión:** Se enumeran uno a uno todos los elementos.

      Ejemplo: R = {a, e, i, o, u}
    - **Comprensión:** Se determinan las propiedades que caracterizan a todos los elementos.

      Ejemplo: R = números pares menores que 20

Conceptos Básicos

Cardinalidad

- Un conjunto puede ser finito o infinito, pero para nuestra aplicación a las bases de datos nuestros conjuntos serán siempre finitos.
-
- Cardinalidad: es un número natural que denota el número de elementos que contiene
-
- Llamaremos vacío al conjunto que no contiene elementos (cardinalidad 0) y llamaremos conjunto unitario (singleton) al conjunto que contiene un elemento (cardinalidad 1).

Cardinalidad

- Supondremos que tenemos una función COUNT
-
- Dado un conjunto, COUNT retorna su cardinalidad. Cuenta los elementos que tiene el conjunto.
-
    - Ejemplo A = { 9, 10, 11 }
- COUNT(A) = 3

Predicados sobre elementos

- Definición de conjuntos por comprensión:
- Seleccionar algunos elementos de un conjunto conocido, por medio de alguna propiedad (un predicado).
- Se debe tener alguna forma de realizar una selección, por ejemplo, los naturales mayores que 2 y menores que 7:
  - $S = \{ n : N \mid n > 2 \wedge n < 7 \}$
-
- Una selección es un subconjunto.
- A es subconjunto de B si cada elemento de A pertenece a B
- Se podría obtener el conjunto vacío

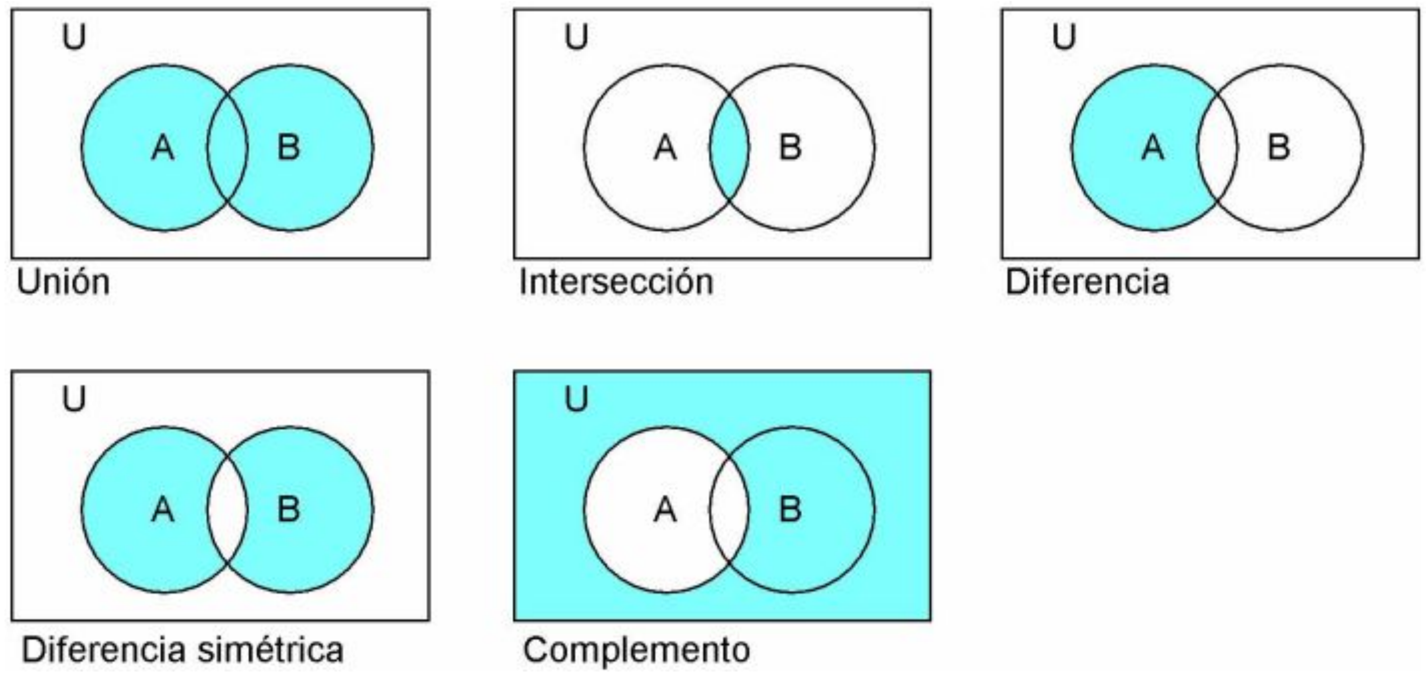
Predicados cuantificados

- Problema de impedancia: no es posible comparar elementos con conjuntos.
-
- Sin embargo es común tener predicados como
- "18 es mayor que todo elemento de S" (cuantificador universal: ∀)
-
- “8 es igual a algún elemento de S", "existe un elemento de S igual a 8" o “8 pertenece a S" (cuantificador existencial: ∃)

Operaciones sobre conjuntos

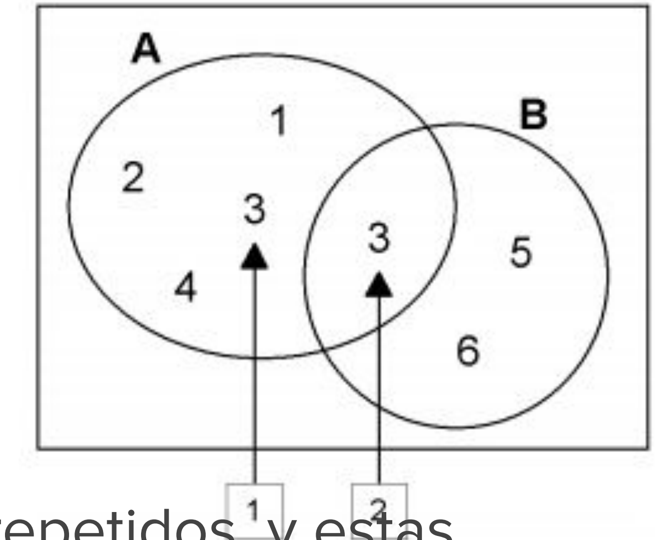
Operaciones sobre conjuntos

- Operaciones básicas:
- unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y complemento.
- Siempre se puede considerar que existe un conjunto universal, necesario para la idea de complemento (complemento respecto al conjunto universal).



Multiconjuntos

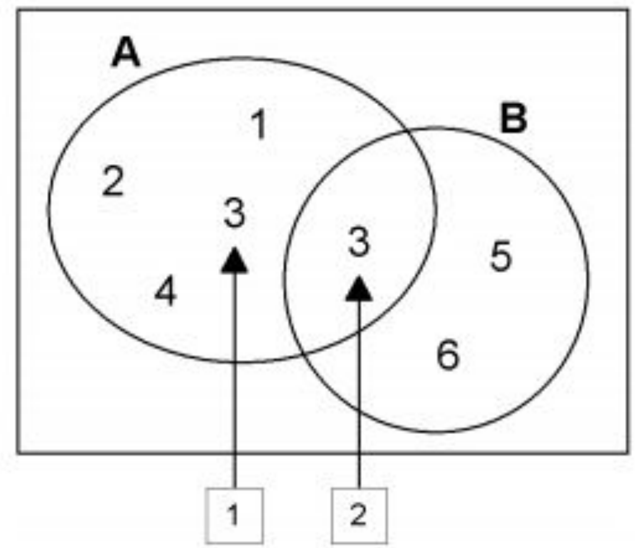
Multiconjuntos



- Los conjuntos no tienen elementos repetidos.
-
- Esta condición se puede relajar para admitir elementos repetidos, y estas colecciones se denominan multiconjuntos.
-
- La extensión de las operaciones antes mencionadas para multiconjuntos no es tan simple como parecería. Consideremos un multiconjunto A que contiene los elementos 1, 2, 3, 3 y 4 y otro multiconjunto B que contiene los elementos 3, 5 y 6.

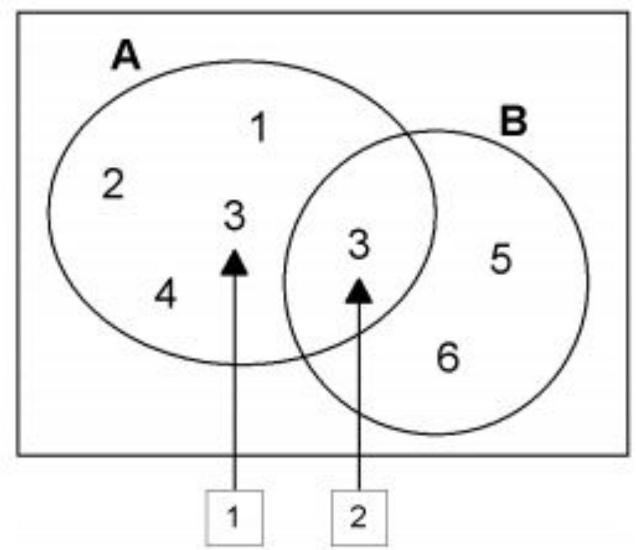
Multiconjuntos

- La intersección de los multiconjuntos A y B contendría un elemento 3, pero deberíamos estar seguros que los elementos 3 del conjunto A son exactamente iguales e intercambiables.
-
- ¿Cuál estaría en la intersección con B?



Multiconjuntos

- Tal vez se quieran eliminar los elementos repetidos, manteniendo sólo los distintos. Podría ser útil contar con una función DISTINCT, que tome un multiconjunto y retorne un conjunto (sin repetidos).
-
- En el ejemplo: DISTINCT A = {1, 2, 3, 4}



Multiconjuntos

- Se pueden definir operadores de unión, intersección y diferencia que retornen multiconjuntos o que retornen conjuntos sin repetidos.
-
- Sean UNION_ALL, INTERSECT_ALL y EXCEPT_ALL los operadores que preservan los elementos repetidos, y por lo tanto devuelven multiconjuntos.
-
- Sean UNION, INTERSECT y EXCEPT los operadores que devuelven conjuntos, o sea, eliminan repetidos.

Multiconjuntos

- Es importante destacar que la eliminación de los repetidos en los casos de UNION, INTERSECT y EXCEPT se hace sobre los operandos y después se resuelve la operación.
-
- En otras palabras, convierten primero los multiconjuntos en conjuntos y después realizan la operación.
-
- Ejemplo: Sean A = {1, 2, 3, 3, 4} y B = {3, 5, 6}
- A UNION B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- A UNION_ALL B = {1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6}
- A INTERSECT B = {3}
- A INTERSECT_ALL B = {3}
- A EXCEPT B = {1, 2, 4}

Multiconjuntos

- Dos conjuntos se denominan disjuntos cuando su intersección es el conjunto vacío.

- Una partición de un conjunto S no vacío, es un conjunto de conjuntos disjuntos cuya unión es S.

Ejercicio

- Un vivero de tamaño mediano tiene a sus empleados organizados en dos equipos: especialistas y vendedores. El equipo de especialistas está formado por Rita y Carlos. Los vendedores son Laura, Martín, Roberto y Rita. No hay empleados que estén en ambos equipos.

- Se pide: Aplicar las operaciones de Unión, Intersección, Diferencia, Diferencia Simétrica y Complemento a los conjuntos, considerando:
  - Que los elementos de los conjuntos son personas
  - Que los elementos de los conjuntos son nombres

Ejercicio

- **Solución tomando a los elementos como personas**
  - Unión:

    {Rita_1, Carlos} U {Laura, Martín, Roberto, Rita_2} = {Rita_1, Carlos, Laura, Martín, Roberto, Rita_2}
  - Intersección:

    {Rita_1, Carlos} ∩ {Laura, Martín, Roberto, Rita_2} = {}
  - Diferencia:

    {Rita_1, Carlos} - {Laura, Martín, Roberto, Rita_2} = {Rita_1,Carlos}

    {Laura, Martín, Roberto, Rita_2} - {Rita_1, Carlos} = {Laura,Martín,Roberto, Rita_2}
  - Diferencia simétrica:

    {Rita_1, Carlos} -- {Laura, Martín, Roberto, Rita_2} = {Rita_1, Carlos, Laura, Martín, Roberto, Rita_2}
  - Complemento:

    Todas las personas posibles – {Rita_1, Carlos}

    Todas las personas posibles – {Laura, Martín, Roberto, Rita_2}

Ejercicio

- **Solución tomando a los elementos como nombres**
  - Unión:
    {Rita, Carlos} U {Laura, Martín, Roberto, Rita} = {Rita, Carlos, Laura, Martín, Roberto}
  - Intersección:
    {Rita, Carlos} ∩ {Laura, Martín, Roberto, Rita} = {Rita}
  - Diferencia:
    {Rita, Carlos} - {Laura, Martín, Roberto, Rita} = {Carlos}
    {Laura, Martín, Roberto, Rita} - {Rita, Carlos} = {Laura, Martín, Roberto}
  - Diferencia simétrica:
    {Rita, Carlos} -- {Laura, Martín, Roberto, Rita} = {Laura, Martín, Roberto, Carlos}
  - Complemento:
    Todos los nombres posibles – {Rita, Carlos}
    Todos los nombres posibles – {Laura, Martín, Roberto, Rita}