

Matemática Discreta

Conceptos Básicos

Introducción a las Bases de Datos

Conjuntos

- La **Teoría de Conjuntos** es una rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los **Conjuntos**.
- Los **Conjuntos** son colecciones de objetos.
- Constituyen una de las herramientas básicas en la formulación de cualquier teoría matemática.
- En curso se va a discutir:
 - Definiciones de conjuntos
 - Operaciones básicas de conjuntos.
 - Qué es una Relación.
 - Qué es una Función.

Conjuntos: Definiciones Básicas y Propiedades

- Un conjunto es una colección de elementos
 - $\{1, 3, 5, 7\}$ es el conjunto de los 4 primeros números impares.
 - $\{a, e, i, o, u\}$ es el conjunto de las letras vocales.
- Los conjuntos no tienen elementos repetidos.
 - Esto significa que $\{1, 3, 5, 7\}$ es exactamente el mismo que $\{1, 1, 3, 3, 5, 7, 7\}$.
- Los conjuntos no tienen ningún orden en particular entre sus elementos.
 - Esto significa que $\{3, 1, 7, 5\}$ es exactamente el mismo conjunto que $\{1, 3, 5, 7\}$.

Conjuntos: Pertenencia e Inclusión

- Un elemento e **pertenece** a un conjunto A cuando está (aparece) en él.
 - $3 \in \{1, 3, 5, 7\}$ **Pertenece**
 - $2 \notin \{1, 3, 5, 7\}$ **No Pertenece**
- Un conjunto A está **incluido** en otro conjunto B cuando todos los elementos de A pertenecen al conjunto B .
 - $\{3, 7\} \subseteq \{1, 3, 5, 7\}$ **Incluido (o igual)**
 - $\{3, 7\} \subset \{1, 3, 5, 7\}$ **Incluido (estricto)**

Conjuntos: Cómo definirlos

Por Extensión

Se dan todos los elementos del conjunto. Sólo sirve para definir conjuntos finitos.

- $\{1, 3, 5, 7\}$
- $\{Juan, Maria, Pedro\}$

Por Comprensión

Se describe una condición φ que tienen que cumplir los elementos de un conjunto A , para pertenecer a otro conjunto B . Al conjunto B pertenecen todos los elementos de A que cumplen la condición φ .

- $B = \{x/x \in ClaseDeIntroBD2023 \wedge edad(x) < 15\}$

Por Inducción

No lo vamos a ver en el curso.

Conjuntos: Conjunto Vacío y Universo

Conjunto Universal o Universo

En algunas situaciones, es un conjunto que se asume que contienen a todos los elementos de los que se habla.

Conjunto Vacío

El **conjunto vacío** es un conjunto al que no pertenece ningún elemento.

- **Notación:** $\{\}$ o bien \emptyset

Conjuntos: Operaciones - Union

Unión (\cup)

El resultado de $A \cup B$ tiene solamente a todos los elementos de A y a todos los elementos de B

- $\{1, 3, 5, 7\} \cup \{a, e, i, o, u\} = \{1, 3, 5, 7, a, e, i, o, u\}$

Intersección (\cap)

El resultado de $A \cap B$ tiene solamente a los elementos de A que también están en B

- $\{1, 3, 5, 7\} \cap \{3, 5, 8, 13\} = \{3, 5\}$
- $\{1, 3, 5, 7\} \cap \{a, e, i, o, u\} = \emptyset$

Conjuntos: Operaciones - Diferencia y Complemento

Diferencia ($-$)

El resultado de $A - B$ tiene los elementos de A que no están en B .

- $\{1, 3, 5, 7\} - \{3, 5, 8, 13\} = \{1, 7\}$
- $\{1, 3, 5, 7\} - \{a, e, i, o, u\} = \{1, 3, 5, 7\}$

Complemento (C)

El resultado de A^C tiene los elementos del **universo** que no están en A .

- Si el universo es \mathbb{N} y $A = \{x/x = \dot{2}\}$ (pares), entonces $A^C = \{x/x = \dot{2} + 1\}$ (impares).

Conjuntos: Operaciones - Cardinalidad

Cardinalidad ($|$ | $\#$)

La **Cardinalidad** de un conjunto A es la cantidad de elementos que tiene A .

Hay dos notaciones usuales para escribir la cardinalidad:

- $|A|$
- $\#(A)$

Conjuntos: Operaciones - Producto Cartesiano

Producto Cartesiano (\times)

El resultado de $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados que se pueden formar tomando el primer elemento de A y el segundo elemento de B .

- $\{2, 5\} \times \{h, t\} = \{\langle 2, h \rangle, \langle 2, t \rangle, \langle 5, h \rangle, \langle 5, t \rangle\}$

Par Ordenado

Un **par ordenado** es una pareja de elementos en donde importa el orden en el que aparecen.

- $\langle 2, h \rangle \neq \langle h, 2 \rangle$

Conjuntos: Operaciones - Potencia

Conjunto Potencia - ($\mathcal{P}(S)$ o 2^S)

Dado un conjunto S , su **Conjunto Potencia** es el conjunto de todos los subconjuntos que se pueden construir con elementos de S .

- Si $S = \{a, b, c\}$ entonces

$$2^S = \left\{ \begin{array}{l} \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \\ \{a, b, c\} \end{array} \right\}$$

Relación

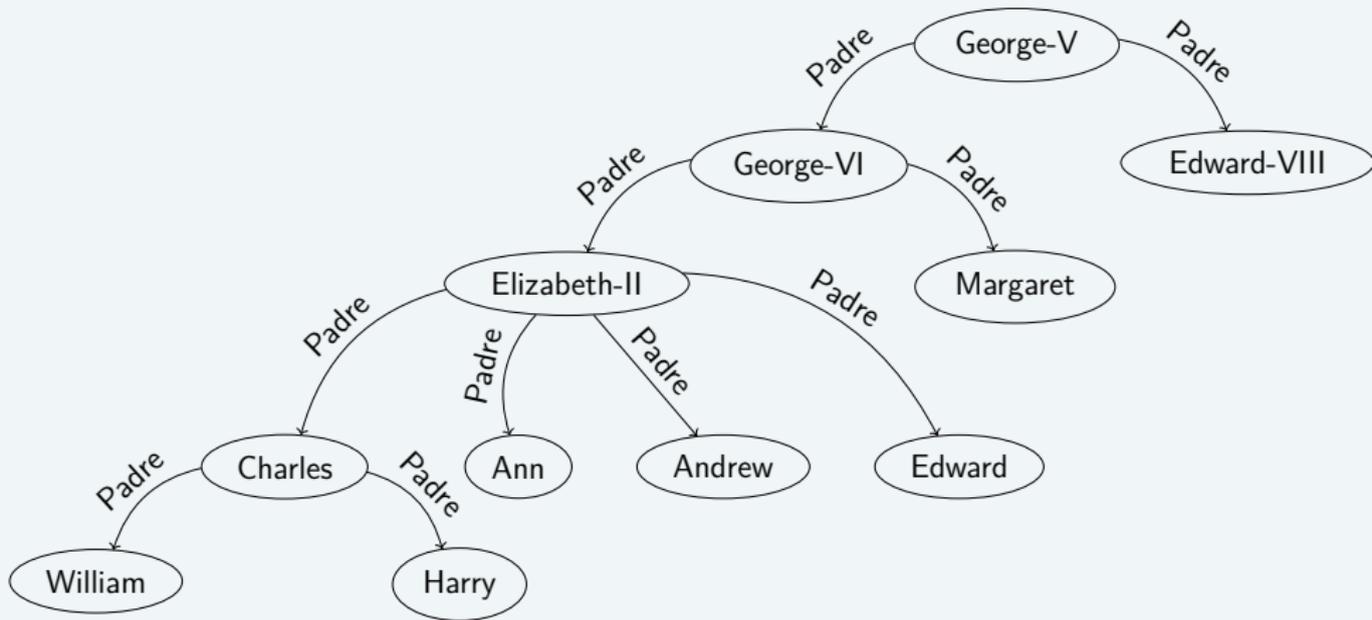
Una **Relación** es un subconjunto de un producto cartesiano.

- Dado \mathbb{N} , la relación $' <' \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ es el conjunto de parejas de naturales tal que el primer elemento de la pareja es menor que el segundo.
- Considere el siguiente conjunto:

*Windsor = {George – V, George – VI, Edward – VIII,
Elizabeth – II, Margaret, Charles, Ann,
Andrew, Edward, William, Harry}*

Relaciones: Ejemplo

$Padre \subseteq Windsor \times Windsor$



Relaciones: Ejemplo

Padre={

- < *George – V* , *George – VI* >
- < *George – V* , *Edward – VIII* >
- < *George – VI* , *Elizabeth – II* >
- < *George – VI* , *Margaret* >
- < *Elizabeth – II* , *Charles* >
- < *Elizabeth – II* , *Ann* >
- < *Elizabeth – II* , *Andrew* >
- < *Elizabeth – II* , *Edward* >
- < *Charles* , *William* >
- < *Charles* , *Henry* >

}

Relaciones: Ejemplos

$Aprobadas \subseteq Personas \times Asignaturas$

$\langle Juan, Programación I \rangle$

$\langle Juan, Programación II \rangle$

$\langle Juan, Programación III \rangle$

$\langle María, Teoría de la Computación \rangle$

$\langle María, Base de Datos I \rangle$

$\langle Pedro, Diseño Lógico \rangle$

$\langle Joaquín, Cálculo I \rangle$

Función

Una **función** f de A en B ($f : A \rightarrow B$) es un subconjunto de $A \times B$ (una relación) tal que para cada elemento de A , hay un único elemento de B asociado.

- $doble : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $doble(x) = 2 * x$
- $edad : Personas \rightarrow \mathbb{N}$
 $edad(Juan) = 72$
 $edad(Maria) = 60$
...
- ~~$altura : Personas \rightarrow \mathbb{N}$
 $altura(Juan) = 183$
 $altura(Maria) = 170$
 $altura(Juan) = 195$~~

No es una función
xq' a la misma persona
le asocia dos alturas

Notación

- Los conjuntos van entre llaves: $\{a, b, c, d, e\}$.
- Las definiciones de conjuntos por comprensión, usan una barra (/) para separar la variable de las condiciones: $\{x/x \in \mathbb{N} \wedge x = 2\}$
- Las tuplas van entre ángulos: $\langle a, b, c, d, e \rangle$.
- Las funciones aplicadas llevan paréntesis:
 $F(54)$.

Recordando los Mundos

Mundo Real

Objetos o ideas, lo que maneja normalmente una persona cuando describe algo.



Mundo Semántico

Conjuntos, Relaciones y Funciones

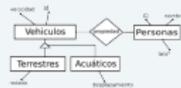
Descripción en terminos matemáticos del mundo real.

$\{\{Juan, Vela, Explosivo, Bomba, PerlaNegra, Jack, F600\},$
 $Dueño = \{\{Jack, PerlaNegra\}, \{Juan, F600\}\}$

Mundo Sintáctico

Se describe lo mismo que en el mundo semántico, pero usando un lenguaje muy bien definido.

$\forall x. (DueñoDe(jack, x) \rightarrow x = perlaNegra)$



```
select *  
from dueño_de prop, personas p  
where p.nombre = 'Jack' and prop.idP = p.id;
```

