UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY
FACULTAD DE INGENIERIA
IIMPI
INSTITUTO DE INGENIERIA MECANICA Y PRODUCCION INDUSTRIAL

CONTROL

[**Bibliografía:** ***Introduction to robotics: Mechanics and control*** **- John Craig**]

Fundamentos de Robótica Industrial

Versión 2024

Control de movimiento

Imaginemos la situación de que **debemos mover un eslabón** dado a determinada posición accionando el actuador correspondiente a partir de una señal eléctrica (sistema más veloz).

Incluso cuando la señal sea detenida en el instante justo en el que se recibe la retroalimentación de haber alcanzado la posición deseada, el eslabón puede ***ERRAR*** su destino debido a:

- Sample rate
- Tiempo de respuesta
- Precisión
- Flexibilidad del sistema

Aquí se requerirá enviar **una señal al actuador para corregir** e intentar posicionarse correctamente, incluso quizás sean necesarios varios intentos para alcanzar la posición con la precisión requerida.

Es por esto que es indispensable un adecuado sistema de control, que en función de las variables actuales del sistema (retroalimentación), corrija la señal enviada a los actuadores para obtener el mejor resultado posible (trayectoria o posición final).

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY
FACULTAD DE INGENIERIA
IIMPI INSTITUTO DE INGENIERIA MECANICA Y PRODUCCION INDUSTRIAL

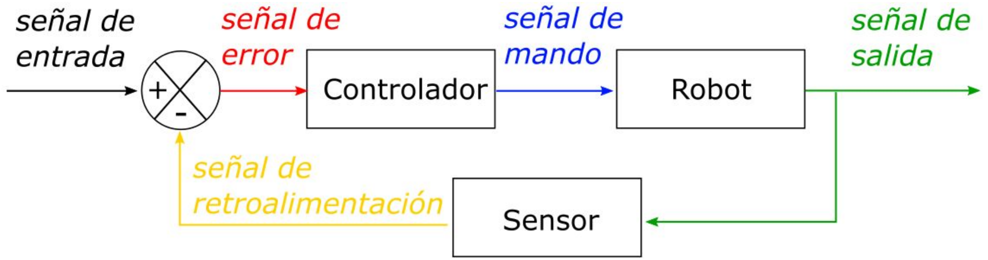
VIDEO

Fundamentos de Robótica Industrial

Versión 2024

Componentes básicos

En la figura se muestran los componentes básicos de un sistema de control representados en un ***diagrama de bloques***.



El objetivo de este arreglo es controlar el **robot**, para que la **señal de salida** (posición ***X***, movimiento ***X(t)***, energía (L), Fuerzas) sea lo que se espera en función a la **señal de entrada** (posición deseada X_d, movimiento deseado $X_d(t)$, mínimo de energía (L_{min}), Fuerzas deseadas).

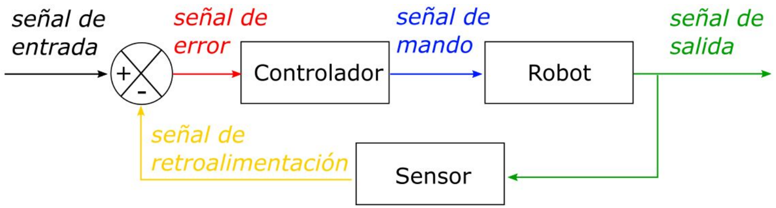
Para realizar esto, el sistema utiliza **sensores** que indican el estado del robot y envían una **retroalimentación** que permiten calcular un **error.**

Esta señal de error es procesada por el **controlador** para determinar las **señales de mando** que se envían hacia los actuadores para corregir el estado del robot y llevarlo hacia una configuración con menor error.

Tipos de lazos

Existen sistemas de control de ***lazo abierto***, en los cuales la señal de realimentación no existe, o no es utilizada.

En este caso, el procesador calcula el destino de las variables articulares y envía la información al controlador que activa los actuadores, pero sin conocimiento de cuál es el resultado final de la tarea. Es decir, no recibe información sobre si la tarea se realizó correctamente, u ocurrió algún inconveniente como un error de posicionamiento, contacto con obstáculo, límite alcanzado prematuramente, etc.



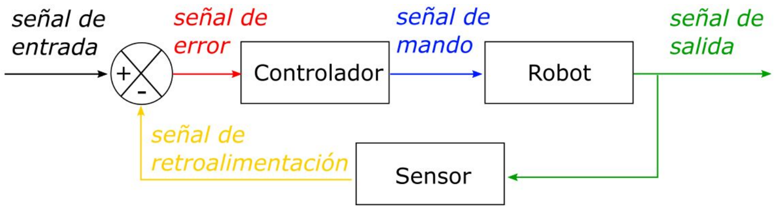
Tipos de lazos

Existen sistemas de control de ***lazo abierto***, en los cuales la señal de realimentación no existe, o no es utilizada.

En este caso, el procesador calcula el destino de las variables articulares y envía la información al controlador que activa los actuadores, pero sin conocimiento de cuál es el resultado final de la tarea. Es decir, no recibe información sobre si la tarea se realizó correctamente, u ocurrió algún inconveniente como un error de posicionamiento, contacto con obstáculo, límite alcanzado prematuramente, etc.

Por otro lado, existen los sistemas de control de ***lazo cerrado***, en los cuales la señal de realimentación es utilizada para ajustar la señal de mando.

En estos casos se tiene conocimiento del estado del robot y muchas veces, de su entorno. Información que es utilizada en tiempo real para corregir el desempeño final del robot.



Introducción

El requerimiento ***fundamental*** para que una tarea sea exitosa es la ***interacción manipulador - ambiente de trabajo***.

Esta interacción queda definida por el tipo de sistema de control, el cual cuenta principalmente de dos aspectos.

Introducción

El requerimiento ***fundamental*** para que una tarea sea exitosa es la ***interacción manipulador - ambiente de trabajo***.

Esta interacción queda definida por el tipo de sistema de control, el cual cuenta principalmente de dos aspectos.

- **Control de movimiento / posición**
  - Dada la trayectoria deseada $X_d(t)$ (o destino), determinar las señales a enviar a los actuadores del manipulador para que la trayectoria real X(t) reproducida por la terminal (o posición alcanzada) sea tan similar como sea posible a la deseada.

Introducción

El requerimiento ***fundamental*** para que una tarea sea exitosa es la ***interacción manipulador - ambiente de trabajo***.

Esta interacción queda definida por el tipo de sistema de control, el cual cuenta principalmente de dos aspectos.

- **Control de movimiento / posición**
  - Dada la trayectoria deseada $X_d(t)$ (o destino), determinar las señales a enviar a los actuadores del manipulador para que la trayectoria real X(t) reproducida por la terminal (o posición alcanzada) sea tan similar como sea posible a la deseada.
- **Control de fuerza**
  - Forma de interacción física con diferentes elementos:
    - Fricción
    - Fuerza de contacto
    - Presión
    - Tacto

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
-

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
-

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
-

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
-

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
-

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
-

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
- Desacoplamiento del control multiarticular

Tópicos

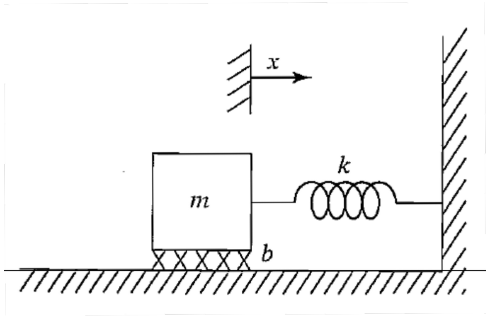
En este tema se verá:

- **Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)**
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
- Desacoplamiento del control multiarticular

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

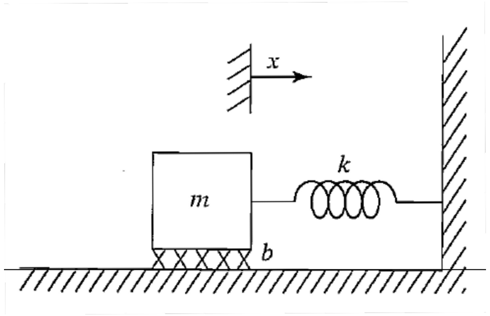
- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**

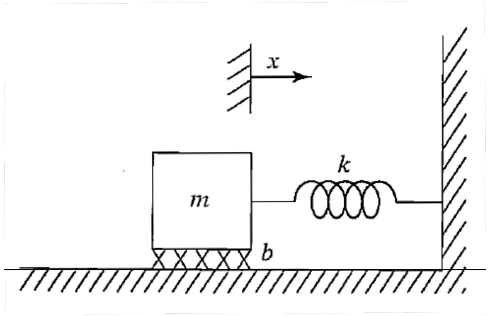


¿Cuál es la ley que gobierna el sistema?

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**

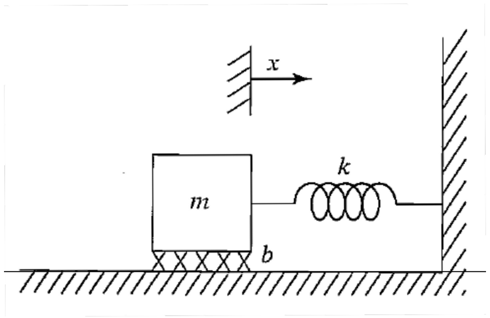


$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



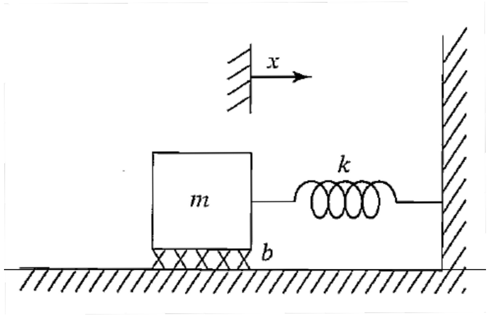
$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

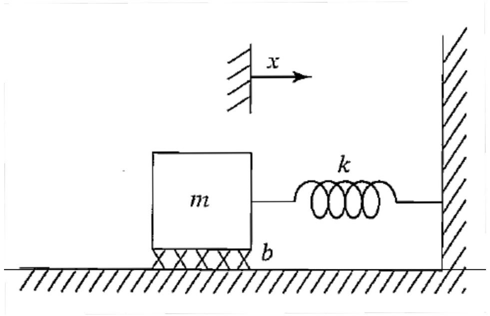
Aquí se ve que la dinámica sin carga externa del sistema de 1 GDL puede ser descrita por una **ecuación diferencial de segundo orden.**

La solución describe la posición del bloque ***x(t)*** y dependerá de las **condiciones iniciales** del problema.

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



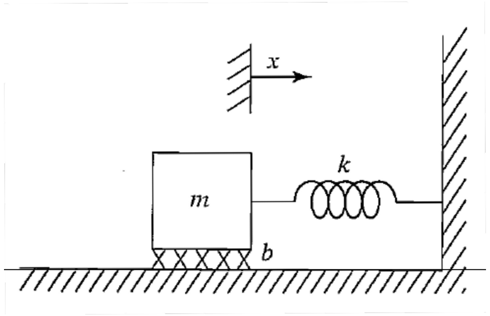
$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \qquad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

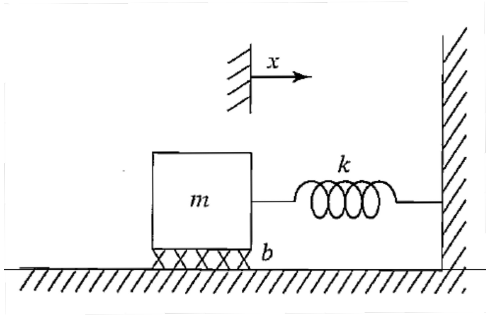
$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \qquad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\omega_n}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \qquad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

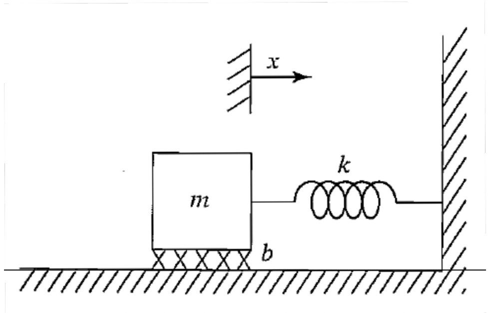
$$\omega_n = \sqrt{k/m}$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\omega_n}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\sqrt{k/m}}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \qquad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

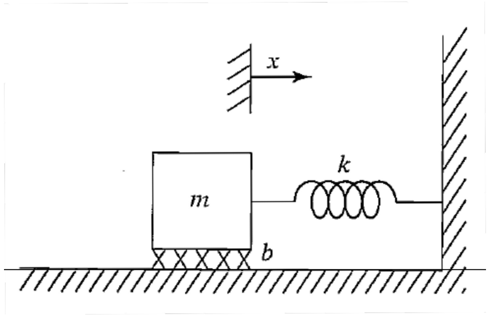
$$\omega_n = \sqrt{k/m}$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\omega_n}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\sqrt{k/m}}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{\sqrt{km}}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{k/m}$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\omega_n}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\sqrt{k/m}}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{\sqrt{km}}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

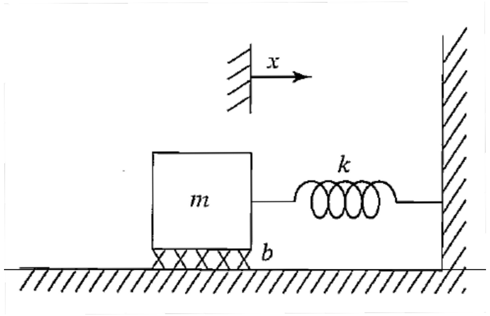
$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} = -k(x - x_0) - b\dot{x}$$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \qquad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\omega_n}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{m\sqrt{k/m}}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{b}{\sqrt{km}}\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

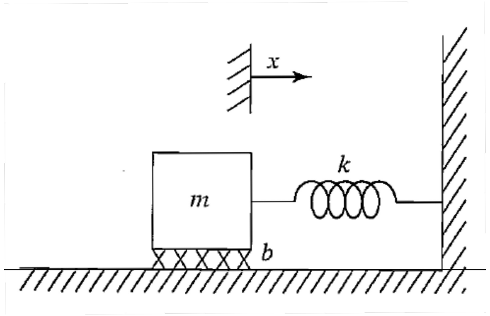
$$\omega_n = \sqrt{k/m}$$ **Frecuencia natural**

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$ **Coeficiente (o Relación) de amortiguamiento**

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



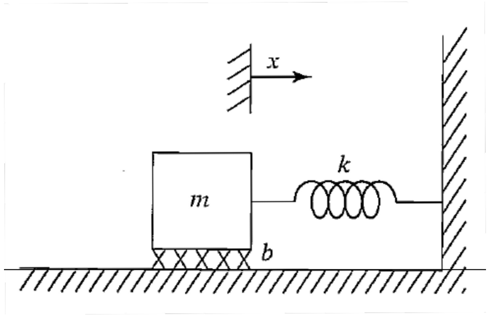
$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

La solución de esta ecuación diferencial depende del signo del determinante de la ecuación de Bhaskara formado por los coeficientes de *x* y sus derivadas, lo que resulta en que:

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

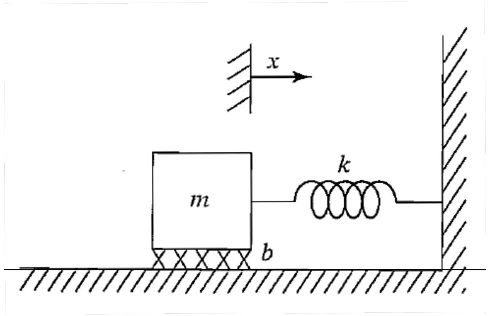
La solución de esta ecuación diferencial depende del signo del determinante de la ecuación de Bhaskara formado por los coeficientes de *x* y sus derivadas, lo que resulta en que:

Si $\xi_n < 1$: Oscilador sub-amortiguado $\qquad x(t) = Ae^{-\xi_n\omega_n t}cos(\omega_n t + \phi)$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

La solución de esta ecuación diferencial depende del signo del determinante de la ecuación de Bhaskara formado por los coeficientes de *x* y sus derivadas, lo que resulta en que:

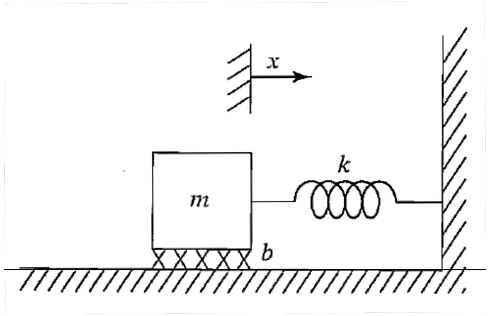
Si $\xi_n < 1$: Oscilador sub-amortiguado $\qquad x(t) = Ae^{-\xi_n\omega_n t}cos(\omega_n t + \phi)$

$\xi_n = 1$: Oscilador amortiguado críticamente $\qquad x(t) = Ae^{\xi_n\omega_n t} + Bte^{-\xi_n\omega_n t}$

Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

La solución de esta ecuación diferencial depende del signo del determinante de la ecuación de Bhaskara formado por los coeficientes de *x* y sus derivadas, lo que resulta en que:

Si $\xi_n < 1$: Oscilador sub-amortiguado $\quad x(t) = Ae^{-\xi_n\omega_n t}cos(\omega_n t + \phi)$

$\xi_n = 1$: Oscilador amortiguado críticamente $\quad x(t) = Ae^{\xi_n\omega_n t} + Bte^{-\xi_n\omega_n t}$

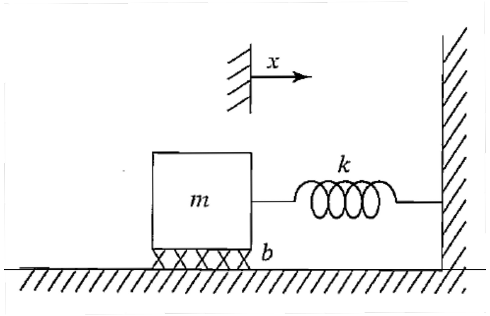
$\xi_n > 1$: Oscilador sobre-amortiguado $\quad x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$

$$\lambda_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4km}}{2m} \text{ y } \lambda_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4km}}{2m}$$

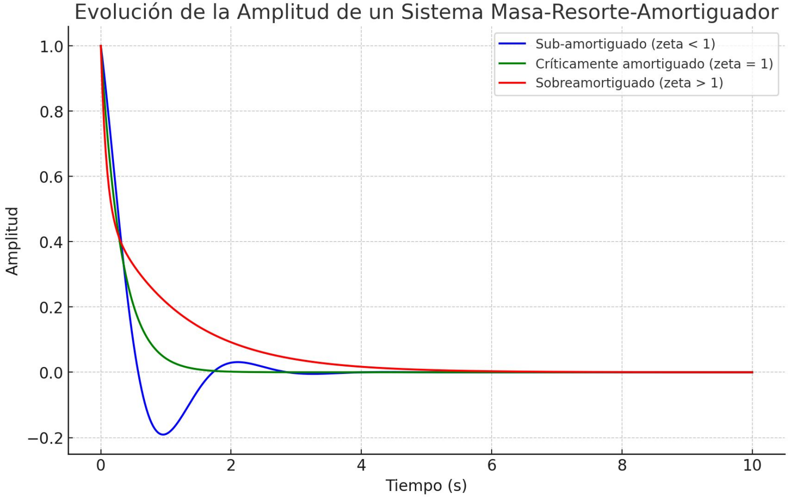
Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



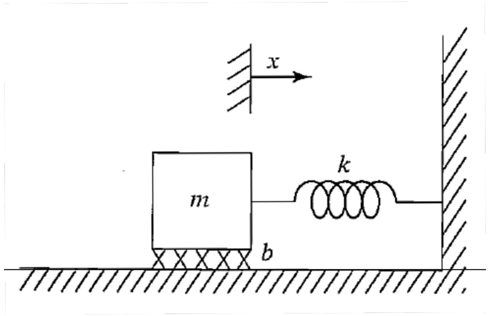
$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$



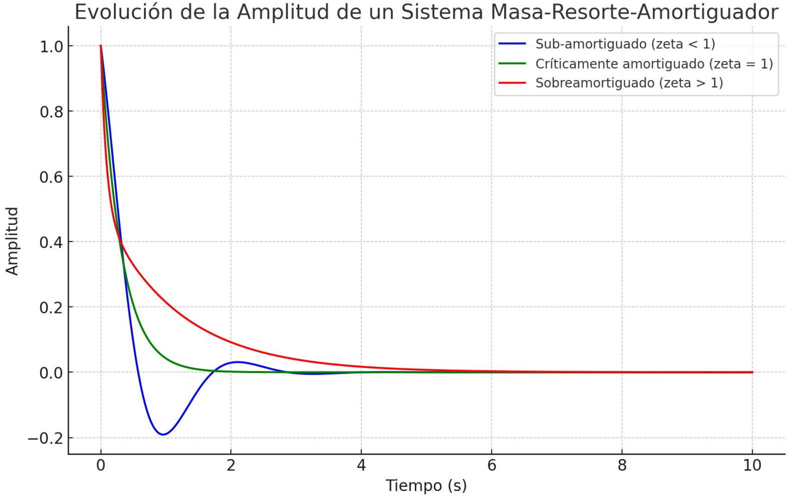
Sistemas naturales

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**



$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \xi = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$



Sistema **críticamente amortiguado:**

- Respuesta más rápida posible sin oscilaciones.
- $\xi = \frac{b}{2\sqrt{km}} = 1 \quad \Rightarrow \quad b = 2\sqrt{km}$

Tópicos

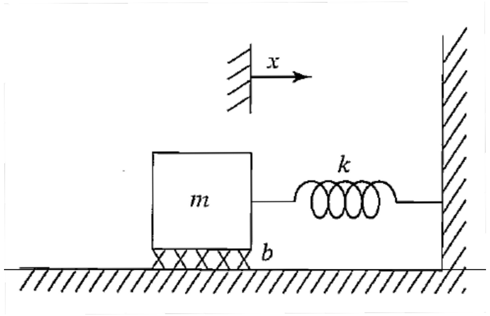
En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
- Desacoplamiento del control multiarticular

Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

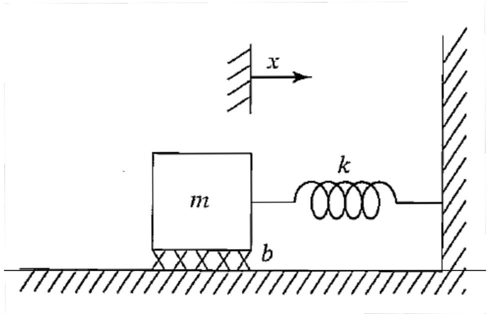
- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado

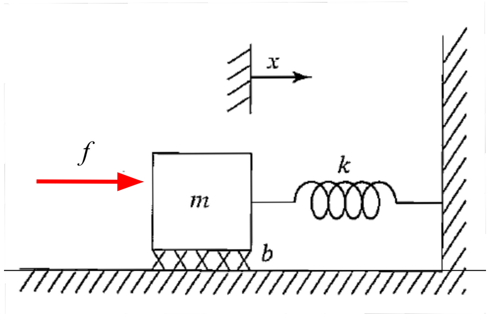


IDEA ⇒ Agregar actuadores, sensores y controladores para que responda como amortiguado.

Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



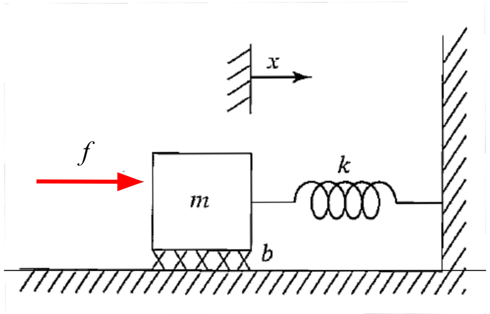
IDEA ⇒ Agregar actuadores, sensores y controladores para que responda como amortiguado.

⇒ El actuador se modelará como una fuerza **f** que activa el sistema

Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Agregar actuadores, sensores y controladores para que responda como amortiguado.

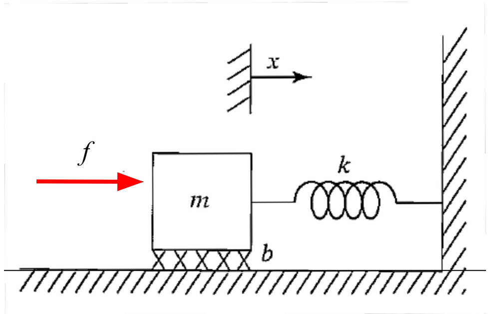
⇒ El actuador se modelará como una fuerza **f** que activa el sistema

$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Agregar actuadores, sensores y controladores para que responda como amortiguado.

⇒ El actuador se modelará como una fuerza **f** que activa el sistema

$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

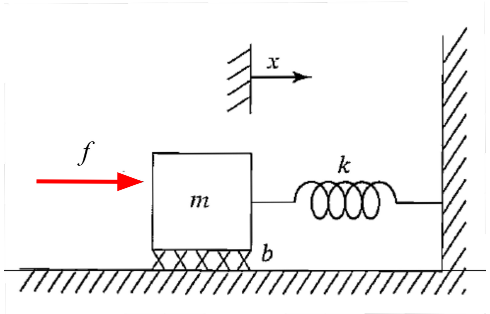
Asumiendo que conocemos a través de los **sensores** tanto **posición** como **velocidad** ⇒ se propone la siguiente ley de control:

$$f = -k_p x - k_v \dot{x}$$: k_p y k_v parámetros ajustables (ganancias)

Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Agregar actuadores, sensores y controladores para que responda como amortiguado.

⇒ El actuador se modelará como una fuerza **f** que activa el sistema

$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

Asumiendo que conocemos a través de los **sensores** tanto **posición** como **velocidad** ⇒ se propone la siguiente ley de control:

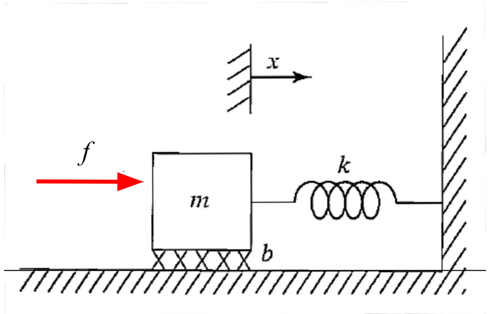
$$m\ddot{x} + (b + k_v)\dot{x} + (k + k_p)x = 0 \longleftarrow f = -k_p x - k_v \dot{x}$$

: k_p y k_v parámetros ajustables (ganancias)

Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Agregar actuadores, sensores y controladores para que responda como amortiguado.

⇒ El actuador se modelará como una fuerza **f** que activa el sistema

$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

Asumiendo que conocemos a través de los **sensores** tanto **posición** como **velocidad** ⇒ se propone la siguiente ley de control:

$$f = -k_p x - k_v \dot{x}$$

: k_p y k_v parámetros ajustables (ganancias)

$$m\ddot{x} + (b + k_v)\dot{x} + (k + k_p)x = 0$$

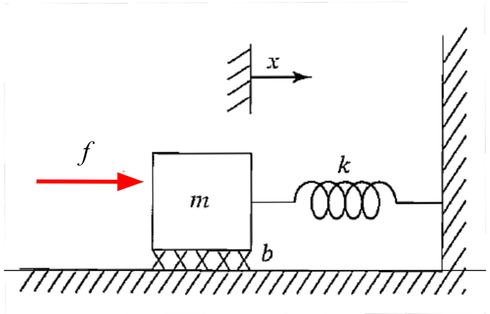
$$\hat{b} = b + k_v \text{ y } \hat{k} = k + k_p.$$

$$m\ddot{x} + \hat{b}\dot{x} + \hat{k}x = 0$$

Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Agregar actuadores, sensores y controladores para que responda como amortiguado.

⇒ El actuador se modelará como una fuerza **f** que activa el sistema

$$\sum F = ma \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

Asumiendo que conocemos a través de los **sensores** tanto **posición** como **velocidad** ⇒ se propone la siguiente ley de control:

$$f = -k_p x - k_v \dot{x}$$

: k_p y k_v parámetros ajustables (ganancias)

$$m\ddot{x} + (b + k_v)\dot{x} + (k + k_p)x = 0$$

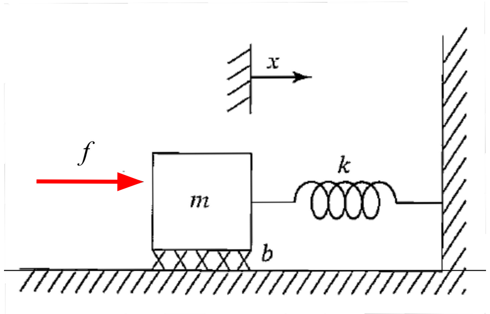
$$\hat{b} = b + k_v \text{ y } \hat{k} = k + k_p.$$

$$m\ddot{x} + \hat{b}\dot{x} + \hat{k}x = 0$$

Para **amortiguamiento crítico:** $\xi_n = \hat{b}/2\sqrt{m\hat{k}} = 1.$

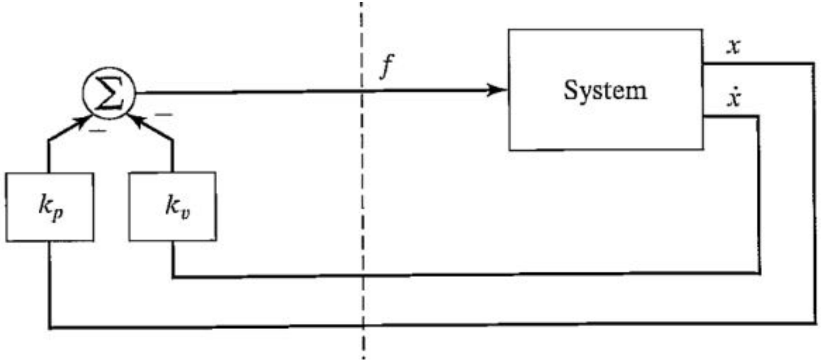
Controlador Proportional-Derivative

Consideremos el siguiente sistema



- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado

El diagrama de bloques del **sistema de control PD** queda:



Tópicos

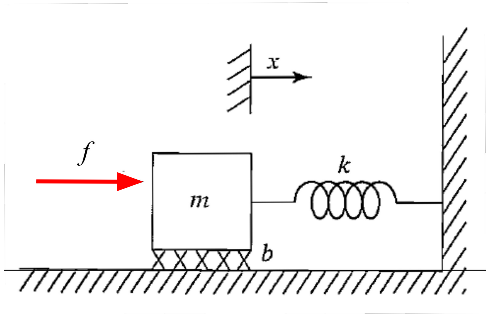
En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- **Ley de control particionada**
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
- Desacoplamiento del control multiarticular

Ley de control particionada

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado

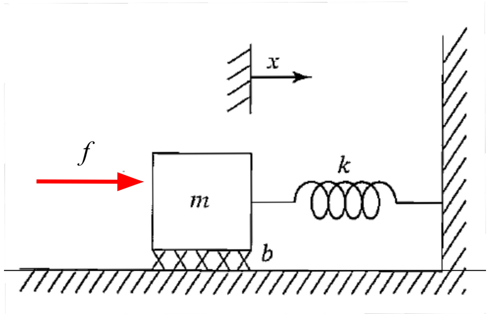


IDEA ⇒ Separar los términos de la ley de control que dependen del modelo (m, b, k) de los que dependen de las ganancias (k_p , k_v).

Ley de control particionada

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



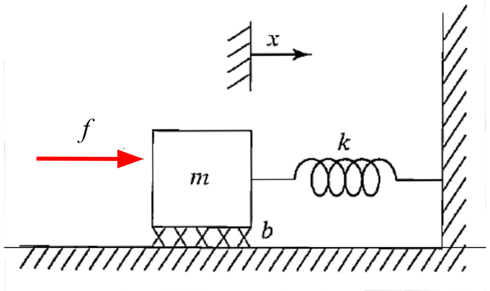
IDEA ⇒ Separar los términos de la ley de control que dependen del modelo (m, b, k) de los que dependen de las ganancias (k_p , k_v).

Se define una ley de control de la forma: $f = \alpha f' + \beta$ con: $\begin{aligned}\alpha &= m \\ \beta &= b\dot{x} + kx\end{aligned}$ $\Rightarrow$ $f = mf' + b\dot{x} + kx$

Ley de control particionada

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Separar los términos de la ley de control que dependen del modelo (m, b, k) de los que dependen de las ganancias (k_p , k_v).

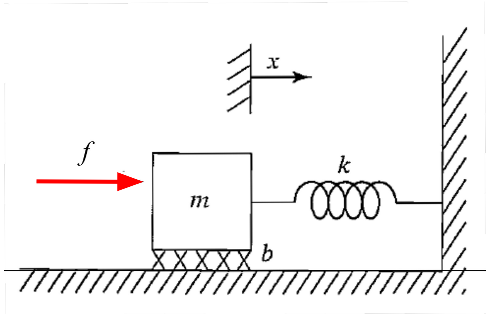
Se define una ley de control de la forma: $f = \alpha f' + \beta$ con: $\begin{array}{c}\alpha = m \\ \beta = b\dot{x} + kx\end{array}$ $\Rightarrow$ $f = mf' + b\dot{x} + kx$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = mf' + b\dot{x} + kx \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = f'$$

Ley de control particionada

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Separar los términos de la ley de control que dependen del modelo (m, b, k) de los que dependen de las ganancias (k_p , k_v).

Se define una ley de control de la forma: $f = \alpha f' + \beta$ con: $\begin{array}{c} \alpha = m \\ \beta = b\dot{x} + kx \end{array}$ $\Rightarrow$ $f = mf' + b\dot{x} + kx$

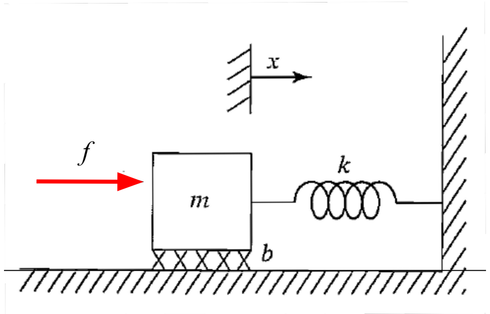
$$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = mf' + b\dot{x} + kx \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = f'$$

Utilizando la misma ley propuesta anteriormente pero simplificada por la masa: $f' = -k'_v\dot{x} - k'_p x$

Ley de control particionada

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Separar los términos de la ley de control que dependen del modelo (m, b, k) de los que dependen de las ganancias (k_p, k_v).

Se define una ley de control de la forma: $f = \alpha f' + \beta$ con: $\begin{array}{c}\alpha = m \\ \beta = b\dot{x} + kx\end{array}$ $\Rightarrow$ $f = mf' + b\dot{x} + kx$

$\Rightarrow$ $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$ $\Rightarrow$ $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = mf' + b\dot{x} + kx$ $\Rightarrow$ $\ddot{x} = f'$

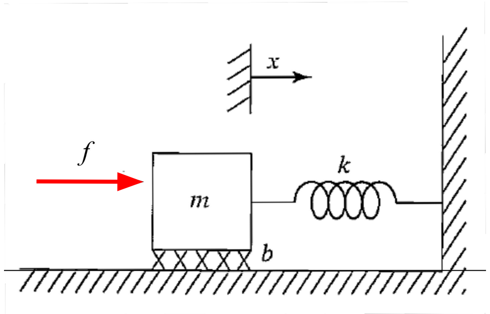
Utilizando la misma ley propuesta anteriormente pero simplificada por la masa: $f' = -k'_v\dot{x} - k'_p x$

$$\ddot{x} + k'_v\dot{x} + k'_p x = 0$$

Ley de control particionada

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ Separar los términos de la ley de control que dependen del modelo (m, b, k) de los que dependen de las ganancias (k_p , k_v).

Se define una ley de control de la forma: $f = \alpha f' + \beta$ con: $\begin{array}{c}\alpha = m \\ \beta = b\dot{x} + kx\end{array}$ $\Rightarrow$ $f = mf' + b\dot{x} + kx$

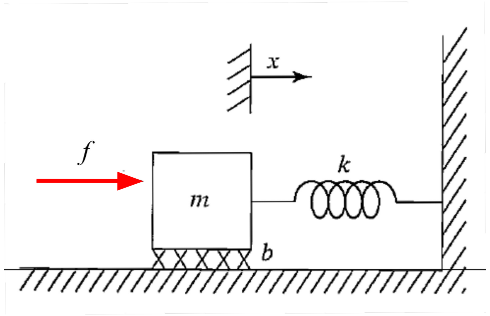
$\Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f \quad \Rightarrow \quad m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = mf' + b\dot{x} + kx \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = f'$

Utilizando la misma ley propuesta anteriormente pero simplificada por la masa: $f' = -k'_v\dot{x} - k'_px$

$k'_v = 2\sqrt{k'_p}$ ← Para que sea **críticamente amortiguado** ← $\ddot{x} + k'_v\dot{x} + k'_px = 0$

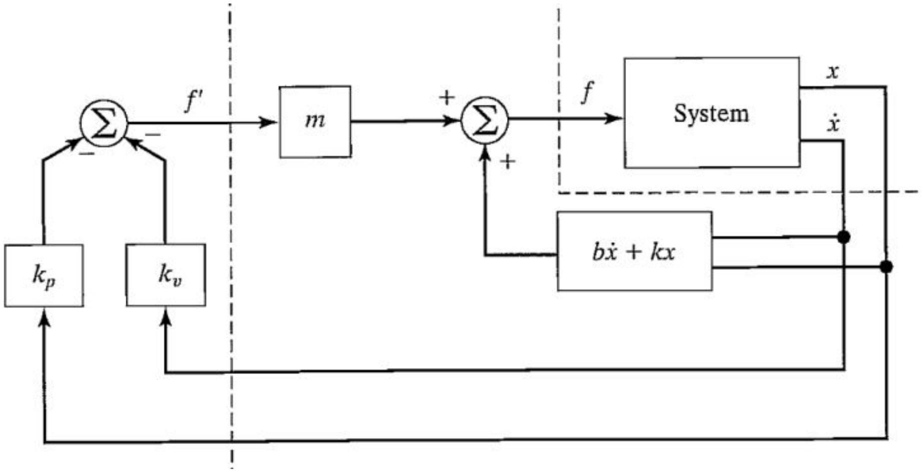
Ley de control particionada

Consideremos el siguiente sistema



- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado

El diagrama de bloques de la **ley de control particionada** queda:



Tópicos

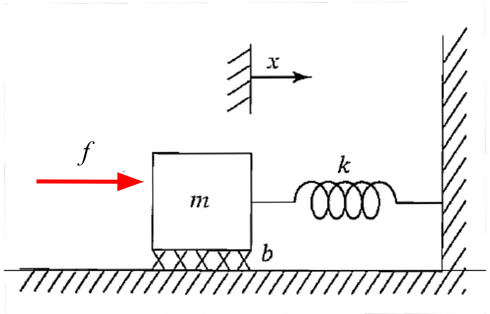
En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- **Control de trayectoria**
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
- Desacoplamiento del control multiarticular

Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado

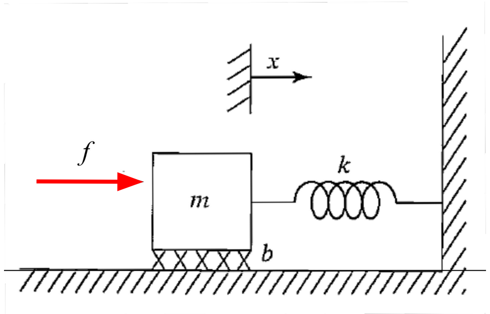


IDEA ⇒ No solo controlar que el bloque vuelva siempre a la posición deseada, sino que sea capaz de **recorrer la trayectoria deseada (*X_d*)** hasta cualquier punto admisible.

Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



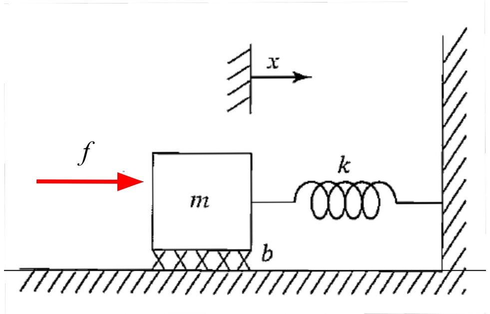
IDEA ⇒ No solo controlar que el bloque vuelva siempre a la posición deseada, sino que sea capaz de **recorrer la trayectoria deseada (X_d)** hasta cualquier punto admisible.

Asumiendo que la trayectoria es "suave" existen entonces: $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ y $\ddot{x}_d(t)$

Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



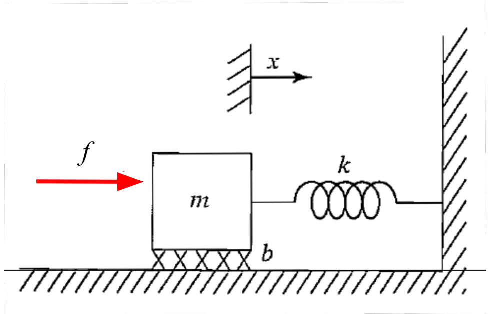
IDEA ⇒ No solo controlar que el bloque vuelva siempre a la posición deseada, sino que sea capaz de **recorrer la trayectoria deseada (*X_d*)** hasta cualquier punto admisible.

Asumiendo que la trayectoria es "suave" existen entonces: $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ y $\ddot{x}_d(t)$

Se define el error de posición como: $e = x_d - x$

Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema



- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado

IDEA ⇒ No solo controlar que el bloque vuelva siempre a la posición deseada, sino que sea capaz de **recorrer la trayectoria deseada (*X*$_d$)** hasta cualquier punto admisible.

Asumiendo que la trayectoria es "suave" existen entonces: $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ y $\ddot{x}_d(t)$

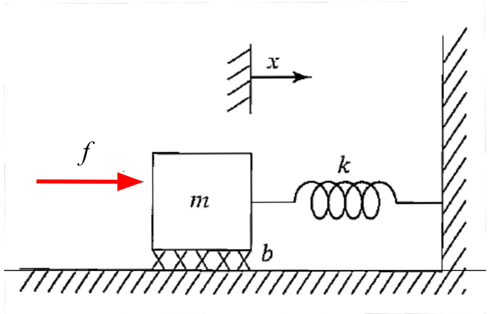
Se define el error de posición como: $e = x_d - x$

Se define la ley de control específica como: $f' = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e$

Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ No solo controlar que el bloque vuelva siempre a la posición deseada, sino que sea capaz de **recorrer la trayectoria deseada (*X_d*)** hasta cualquier punto admisible.

Asumiendo que la trayectoria es "suave" existen entonces: $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ y $\ddot{x}_d(t)$

Se define el error de posición como: $e = x_d - x$

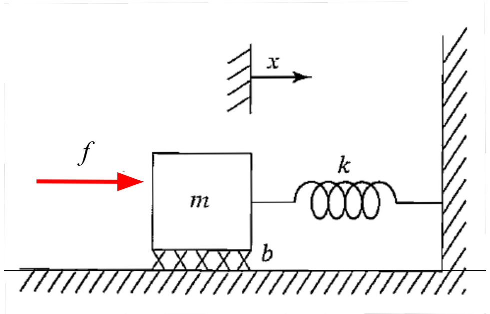
Se define la ley de control específica como: $f' = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e$

Recordando que $\ddot{x} = f'$ $\longrightarrow$ $\ddot{x} = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e$

Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ No solo controlar que el bloque vuelva siempre a la posición deseada, sino que sea capaz de **recorrer la trayectoria deseada (X_d)** hasta cualquier punto admisible.

Asumiendo que la trayectoria es "suave" existen entonces: $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ y $\ddot{x}_d(t)$

Se define el error de posición como: $e = x_d - x$

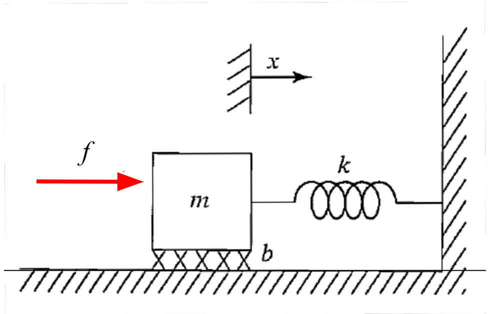
Se define la ley de control específica como: $f' = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e$

Recordando que $\ddot{x} = f' \longrightarrow \ddot{x} = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e \longrightarrow \ddot{e} + k'_v \dot{e} + k'_p e = 0$

Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



IDEA ⇒ No solo controlar que el bloque vuelva siempre a la posición deseada, sino que sea capaz de **recorrer la trayectoria deseada (X_d)** hasta cualquier punto admisible.

Asumiendo que la trayectoria es "suave" existen entonces: $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ y $\ddot{x}_d(t)$

Se define el error de posición como: $e = x_d - x$

Se define la ley de control específica como: $f' = \ddot{x}_d + k'_v\dot{e} + k'_p e$

Recordando que $\ddot{x} = f'$ $\longrightarrow$ $\ddot{x} = \ddot{x}_d + k'_v\dot{e} + k'_p e$ $\longrightarrow$ $\ddot{e} + k'_v\dot{e} + k'_p e = 0$

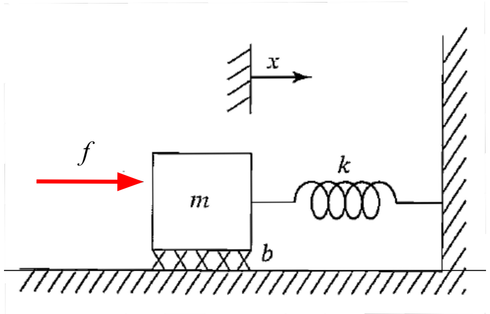
Para que sea **críticamente amortiguado:**

$k'_v = 2\sqrt{k'_p}$

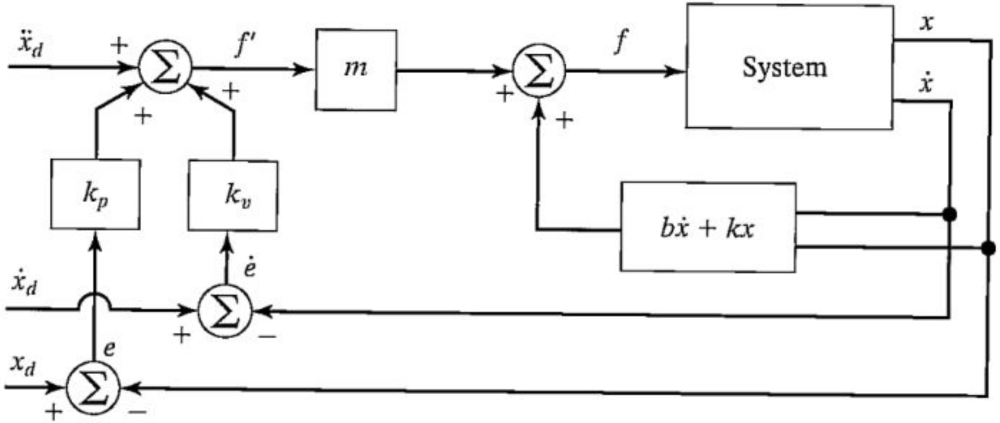
Control de trayectoria

Consideremos el siguiente sistema

- Bloque de masa **m**
- Resorte de constante elástica **k**
- Fricción viscosa **b**
- **NO RESPONDE** críticamente amortiguado



El diagrama de bloques de la **ley de control particionada para seguimiento de trayectorias** queda:



Este esquema de control también es conocido como **ley de control PD,** ya que la ley que la representa es la misma pero en el error, en lugar de la posición.

Tópicos

En este tema se verá:

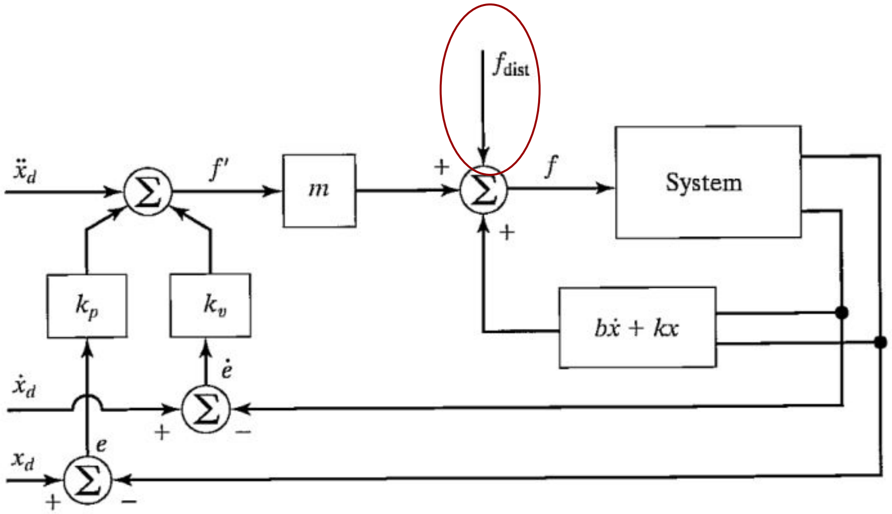
- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- **Rechazo de perturbaciones**
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
- Desacoplamiento del control multiarticular

Rechazo de perturbaciones

Uno de los **propósitos del sistema de control** es proveer al mismo de **rechazo de perturbaciones**, es decir, mantener un buen desempeño (minimizar errores) incluso en presencia de perturbaciones externas o ruido.

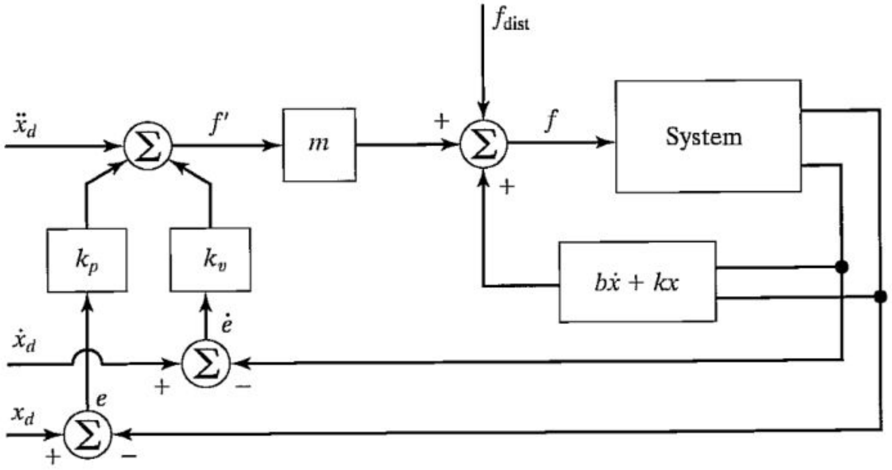
Rechazo de perturbaciones

Uno de los **propósitos del sistema de control** es proveer al mismo de **rechazo de perturbaciones**, es decir, mantener un buen desempeño (minimizar errores) incluso en presencia de perturbaciones externas o ruido.



Rechazo de perturbaciones

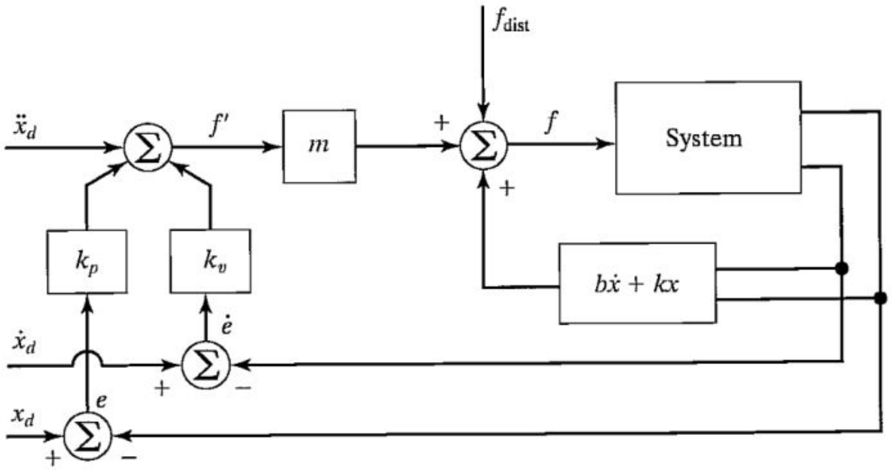
Uno de los **propósitos del sistema de control** es proveer al mismo de **rechazo de perturbaciones**, es decir, mantener un buen desempeño (minimizar errores) incluso en presencia de perturbaciones externas o ruido.



$$\ddot{e} + k_v'\dot{e} + k_p'e = f_{dist}/m$$

Rechazo de perturbaciones

Uno de los **propósitos del sistema de control** es proveer al mismo de **rechazo de perturbaciones**, es decir, mantener un buen desempeño (minimizar errores) incluso en presencia de perturbaciones externas o ruido.



$$\ddot{e} + k'_v\dot{e} + k'_p e = f_{dist}/m$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden **no homogénea** (forzada por f_{dist}).

Se conoce para este tipo de ecuaciones que si f_{dist} es acotada: $\text{máx}(f_{dist}) \leq a$

Entonces la solución de la ecuación ***e(t)*** también se encuentra acotada.

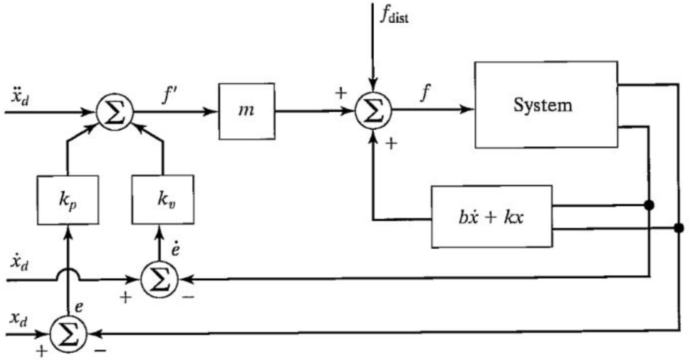
Este resultado implica que para una gran cantidad de casos (todo aquel en el que la perturbación no sea infinita), el sistema permanece estable (converge).

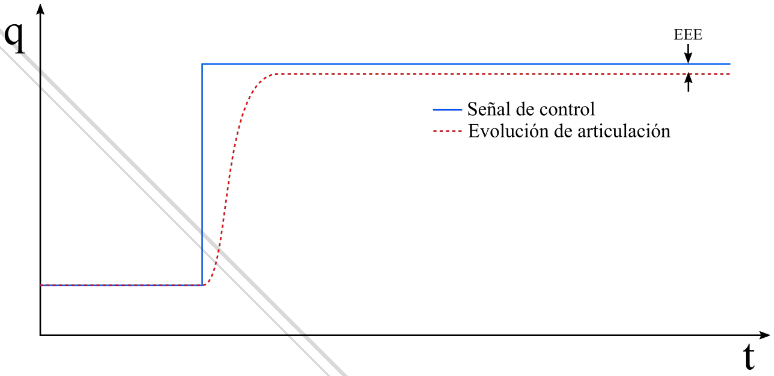
Rechazo de perturbaciones - Error en estado estacionario

Para hacer un análisis simple consideremos que $\boldsymbol{f_{dist}} = \boldsymbol{cte}$ y estudiemos el **error en estado estacionario (EEE).**

Rechazo de perturbaciones - Error en estado estacionario

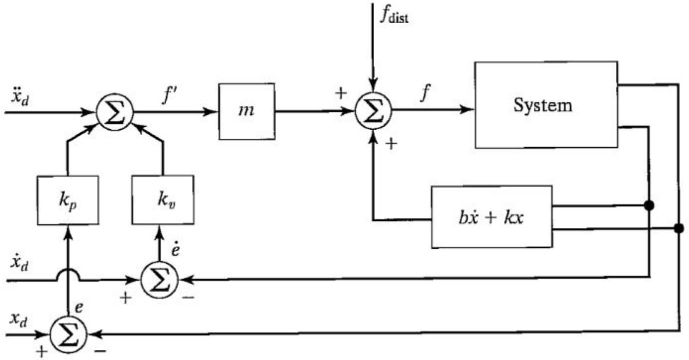
Para hacer un análisis simple consideremos que f_{dist} = ***cte*** y estudiemos el **error en estado estacionario (EEE).**





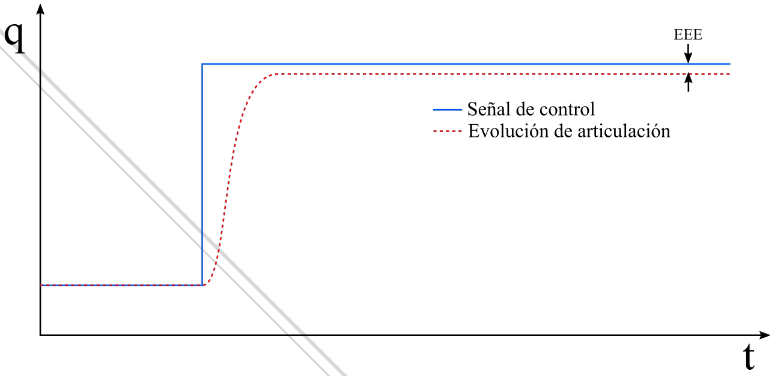
Rechazo de perturbaciones - Error en estado estacionario

Para hacer un análisis simple consideremos que $\boldsymbol{f_{dist}} = \boldsymbol{cte}$ y estudiemos el **error en estado estacionario.**



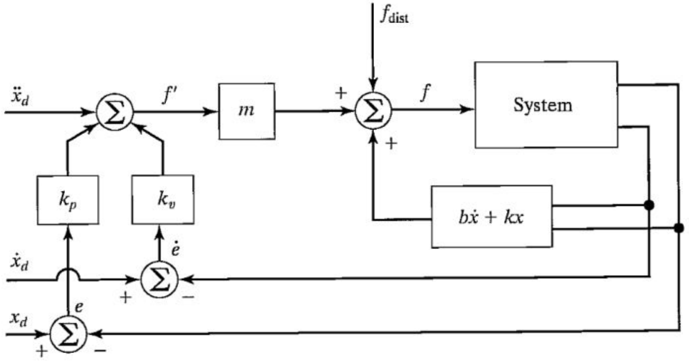
$$\ddot{e} + k_v'\dot{e} + k_p'e = f_{dist}/m$$

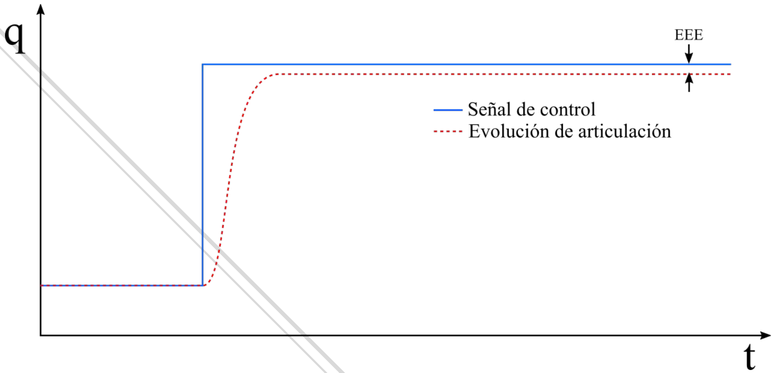
$$k_p'e = f_{dist}/m \quad \Rightarrow \quad e = f_{dist}/mk_p'$$



Rechazo de perturbaciones - Error en estado estacionario

Para hacer un análisis simple consideremos que f_{dist} = *cte* y estudiemos el **error en estado estacionario.**





$$\ddot{e} + k_v'\dot{e} + k_p'e = f_{dist}/m$$

$$k_p'e = f_{dist}/m \quad \Rightarrow \quad e = f_{dist}/mk_p'$$

Este valor de ***e*** es el Error de estado estacionario (o estable).

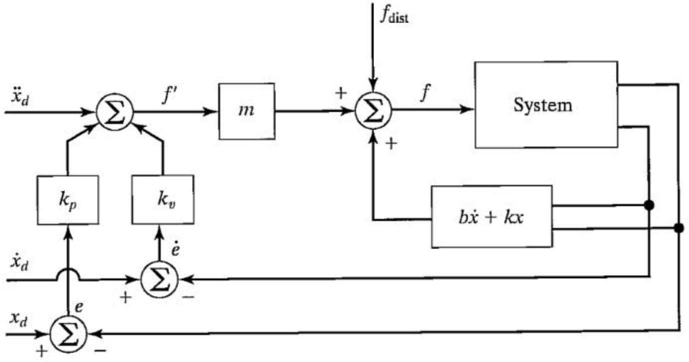
Cuanto mayor k'_p menor será el EEE.

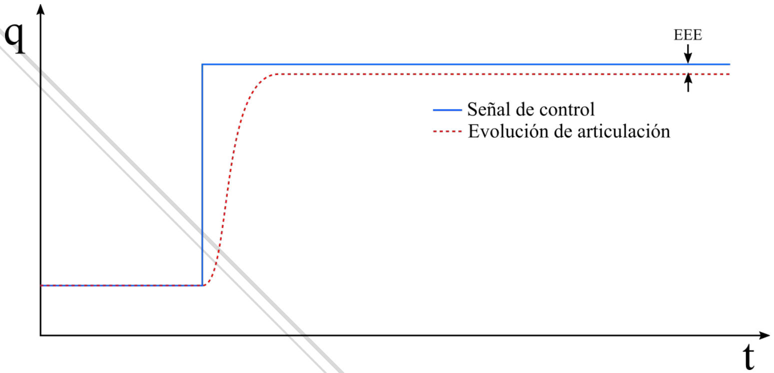
Sin embargo k'_p está limitada por:

- Flexibilidad estructural $\rightarrow w_n < w_{res}/2$
- Tiempo de delay $\rightarrow w_n < w_{delay}/3$
- Frecuencia de sampleo $\rightarrow w_n < w_{sampleo}/5$

Rechazo de perturbaciones - Error en estado estacionario

Para hacer un análisis simple consideremos que f_{dist} **= *cte*** y estudiemos el **error en estado estacionario.**





$$\ddot{e} + k'_v\dot{e} + k'_p e = f_{dist}/m$$

$$k'_p e = f_{dist}/m \quad \Rightarrow \quad e = f_{dist}/mk'_p$$

Este valor de ***e*** es el Error de estado estacionario (o estable).

Cuanto mayor k'_p menor será el EEE.

Sin embargo k'_p está limitada por:

- Flexibilidad estructural $\rightarrow w_n < w_{res}/2$
- Tiempo de delay $\rightarrow w_n < w_{delay}/3$
- Frecuencia de sampleo $\rightarrow w_n < w_{sampleo}/5$

Para eliminar este error es que algunas veces se considera una modificación a la ley de control $\Rightarrow$ **PID**

Rechazo de perturbaciones - Adición término integral

Para eliminar el EEE se puede agregar un término integral a la ley de control.

$$f' = \ddot{x}_d + k_v'\dot{e} + k_p'e + k_i'\int e dt$$

Rechazo de perturbaciones - Adición término integral

Para eliminar el EEE se puede agregar un término integral a la ley de control.

$$f' = \ddot{x}_d + k'_v\dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt$$

Recordando que: $\ddot{x} = f'$

$$\ddot{e} + k'_v\dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt = f_{dist}/m$$

Rechazo de perturbaciones - Adición término integral

Para eliminar el EEE se puede agregar un término integral a la ley de control.

$$f' = \ddot{x}_d + k'_v\dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt$$

Recordando que: $\ddot{x} = f'$ $\longrightarrow$ $\ddot{e} + k'_v\dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt = f_{dist}/m$

Asumiendo que el sistema comienza en *t=0* con *e=0*.

Derivando: $\longrightarrow$ $\dddot{e} + k'_v\ddot{e} + k'_p\dot{e} + k'_i e = \dot{f}_{dist}/m$

Rechazo de perturbaciones - Adición término integral

Para eliminar el EEE se puede agregar un término integral a la ley de control.

$$f' = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt$$

Recordando que: $\ddot{x} = f'$ $\longrightarrow$ $\ddot{e} + k'_v \dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt = f_{dist}/m$

Asumiendo que el sistema comienza en *t=0* con *e=0*.

Derivando: $\longrightarrow$ $\dddot{e} + k'_v \ddot{e} + k'_p \dot{e} + k'_i e = \dot{f}_{dist}/m$

En estado estacionario y con una f_{dist} = *cte* $\longrightarrow$ $k'_i e = 0 \quad \Rightarrow \quad e = 0$

Rechazo de perturbaciones - Adición término integral

Para eliminar el EEE se puede agregar un término integral a la ley de control.

$$f' = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt$$

Recordando que: $\ddot{x} = f'$ $\longrightarrow$ $\ddot{e} + k'_v \dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt = f_{dist}/m$

Asumiendo que el sistema comienza en *t=0* con *e=0*.

Derivando: $\longrightarrow$ $\dddot{e} + k'_v \ddot{e} + k'_p \dot{e} + k'_i e = \dot{f}_{dist}/m$

En estado estacionario y con una $\boldsymbol{f_{dist}}$ ***= cte*** $\longrightarrow$ $k'_i e = 0 \quad \Rightarrow \quad e = 0$

El sistema de control es conocido como ***Ley de control PID***, por la sigla en inglés de ``Proportional, Integral, Derivative''.

Rechazo de perturbaciones - Adición término integral

Para eliminar el EEE se puede agregar un término integral a la ley de control.

$$f' = \ddot{x}_d + k'_v \dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt$$

Recordando que: $\ddot{x} = f'$ $\longrightarrow$ $\ddot{e} + k'_v \dot{e} + k'_p e + k'_i \int e dt = f_{dist}/m$

Asumiendo que el sistema comienza en *t=0* con *e=0*.

Derivando: $\longrightarrow$ $\dddot{e} + k'_v \ddot{e} + k'_p \dot{e} + k'_i e = \dot{f}_{dist}/m$

En estado estacionario y con una $\boldsymbol{f_{dist}}$ ***= cte*** $\longrightarrow$ $k'_i e = 0 \quad \Rightarrow \quad e = 0$

El sistema de control es conocido como ***Ley de control PID***, por la sigla en inglés de ``Proportional, Integral, Derivative''.

Con esta ley de control el sistema se transforma en uno de tercer orden para el cual es posible encontrar la respuesta del sistema (*e*(*t*)) para determinadas condiciones iniciales. A menudo k'_i se elige pequeña para que la respuesta del tercer orden no sea preponderante, y por lo tanto se parezca más a un sistema de segundo orden.

Tópicos

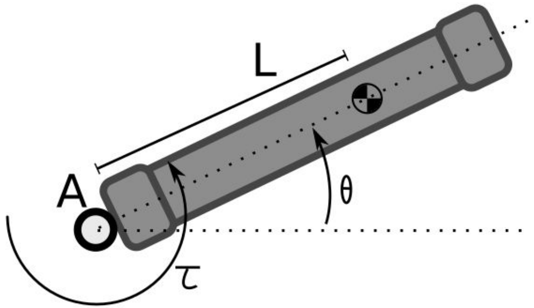
En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- **Control monoarticular**
- Inercia efectiva
- Desacoplamiento del control multiarticular

Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

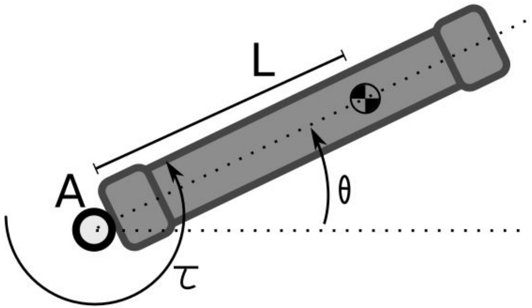
- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**



Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**

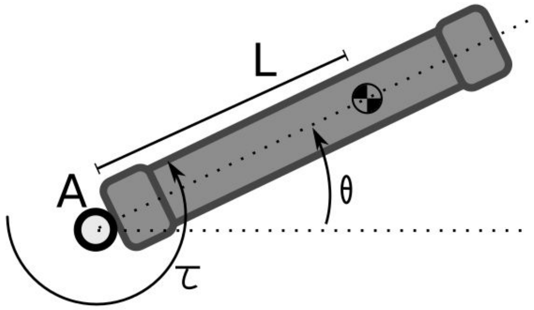


¿Cuál es la ley que gobierna el sistema?

Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**



Ecuaciones de Newton-Euler

Variación de cantidad de movimiento

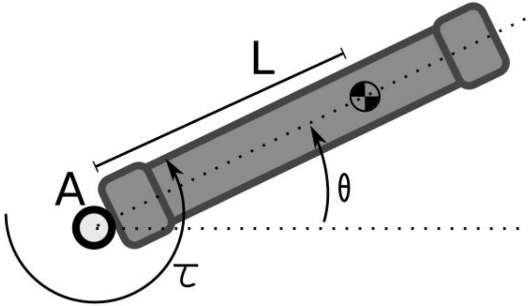
$$\sum \mathbf{T} = \frac{d}{dt}(\mathbf{I}\omega) = \mathbf{I}\dot{\omega} + \omega \times (\mathbf{I}\omega)$$

$$\sum F = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**



Ecuaciones de Newton-Euler

Variación de cantidad de movimiento

$$\sum \mathbf{T} = \frac{d}{dt}(\mathbf{I}\omega) = \mathbf{I}\dot{\omega} + \omega \times (\mathbf{I}\omega)$$

$$\tau - MgLcos(\theta) = \mathbf{I}\dot{\omega} = \mathbf{I}\ddot{\theta}$$

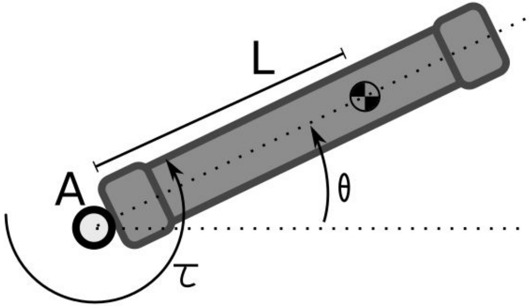
$$\boxed{\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)}$$

$$\sum F = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

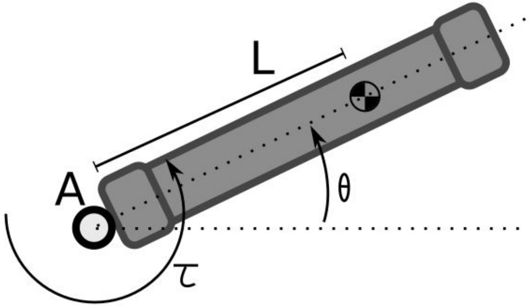
- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$



Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

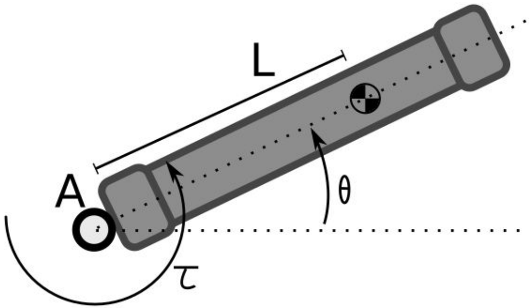
- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$

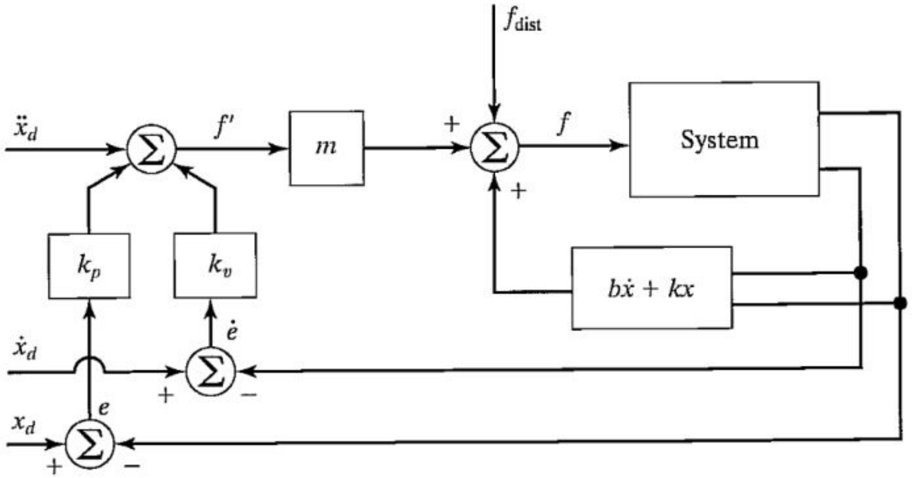


Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$

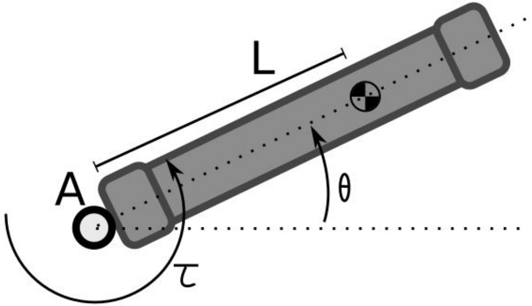




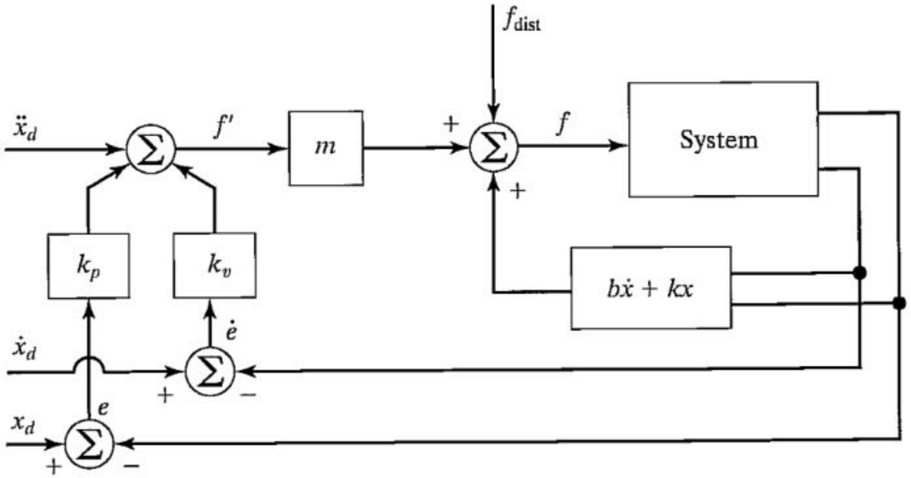
Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



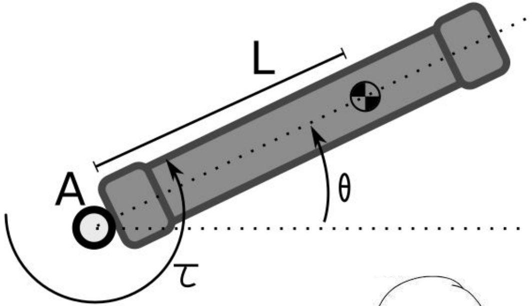
¿Cómo armo el sistema de control?

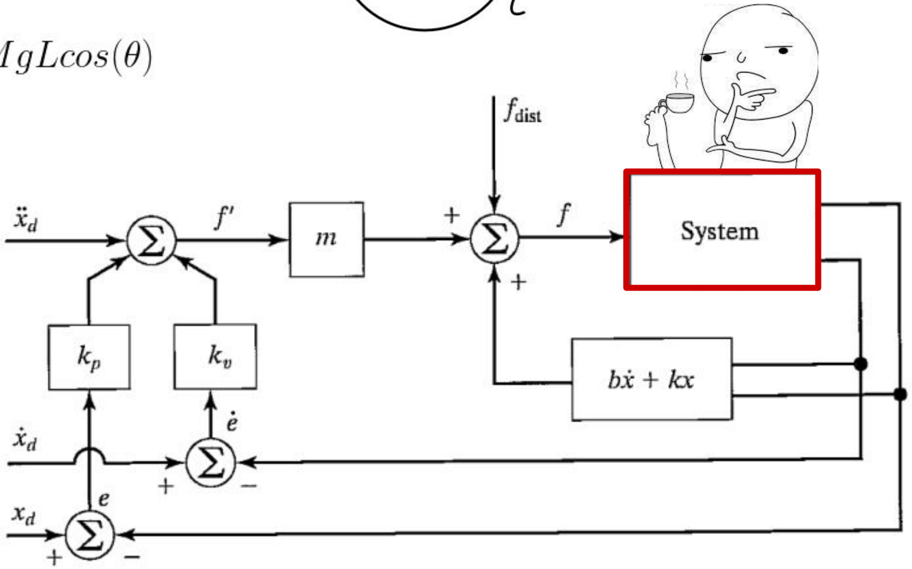


Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$

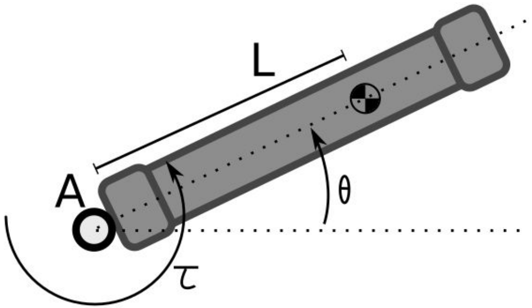


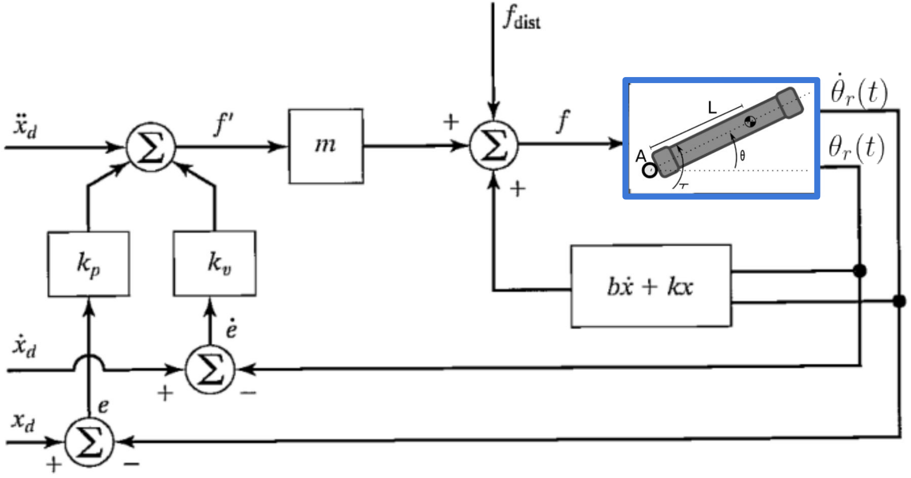


Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$

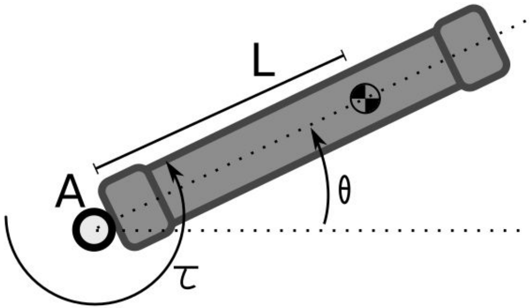


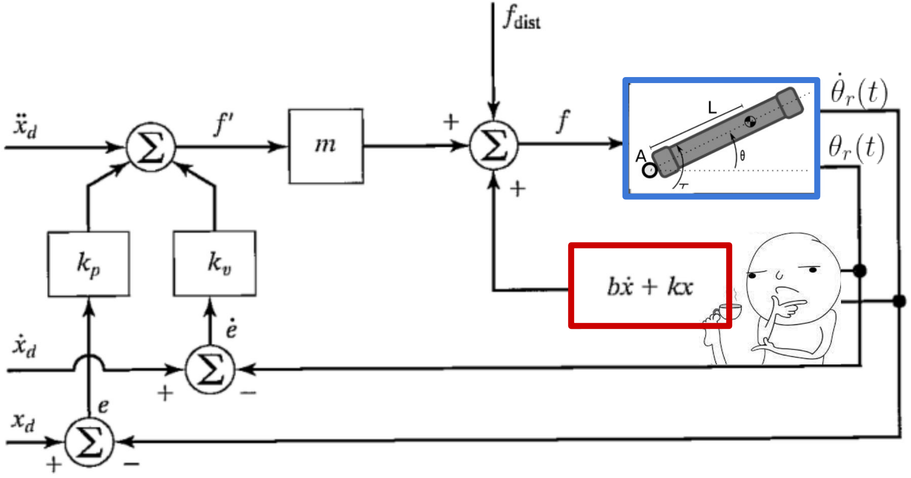


Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$

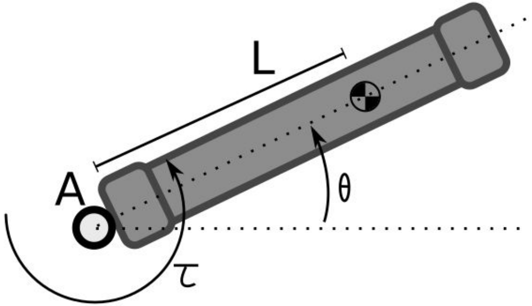




Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$

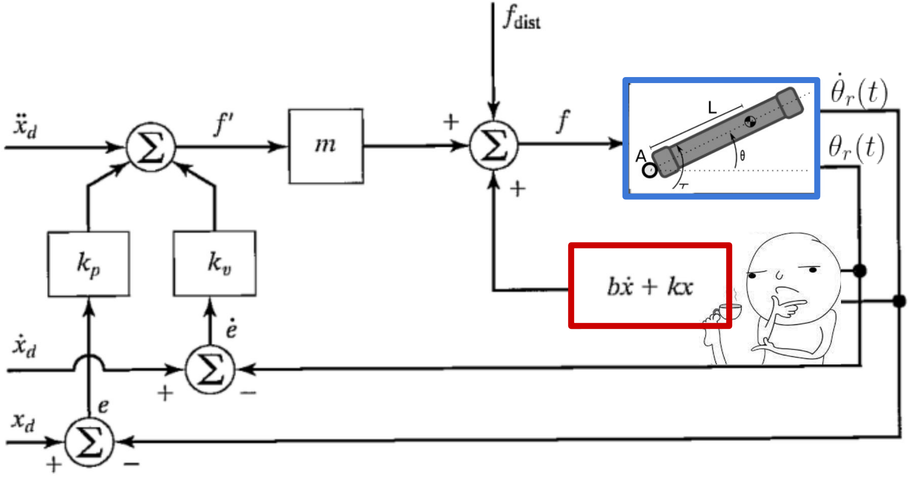


Sistema natural M-R-A

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$ Ley del sistema

$$f = \alpha f' + \beta$$ Ley de control particionada

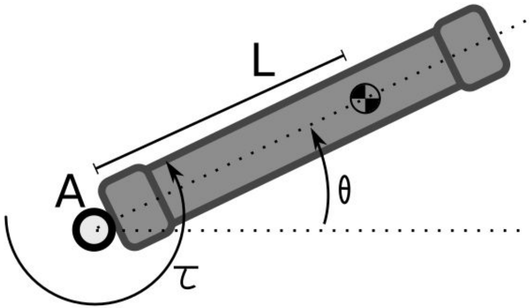
$$\alpha = m$$
$$\beta = b\dot{x} + kx \quad \Rightarrow \quad f = mf' + b\dot{x} + kx$$



Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



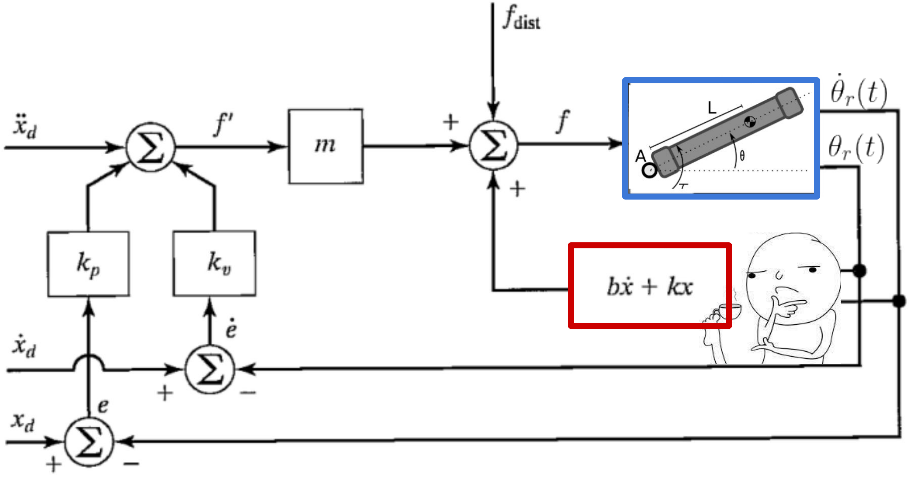
Sistema monoarticular

$\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$ Ley del sistema

$\tau = \alpha f' + \beta$ Ley de control particionada

$$\alpha = ML^2$$
$$\beta = MgL\cos(\theta)$$

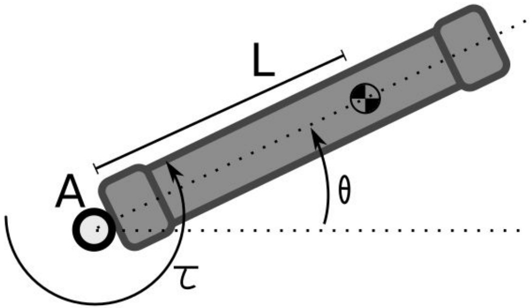
$$\tau = ML^2 f' + MgL\cos(\theta)$$



Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



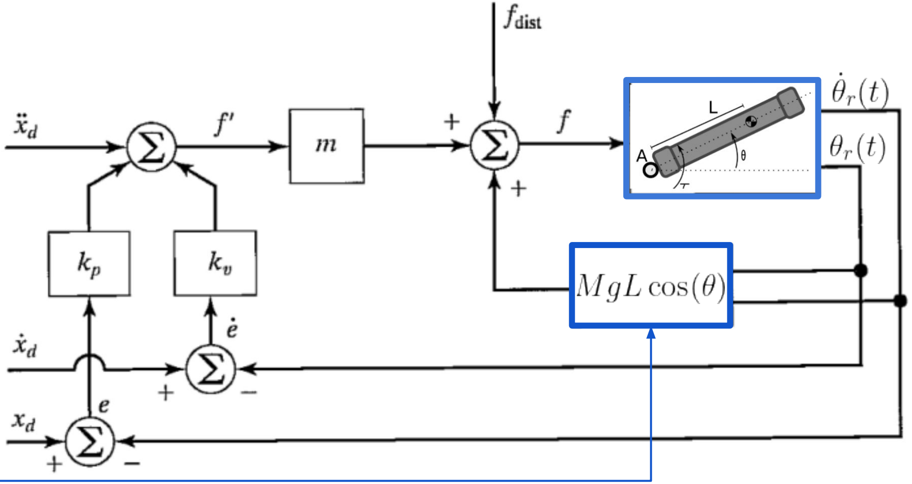
Sistema monoarticular

$\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$ Ley del sistema

$\tau = \alpha f' + \beta$ Ley de control particionada

$\alpha = ML^2$
$\beta = MgL\cos(\theta)$

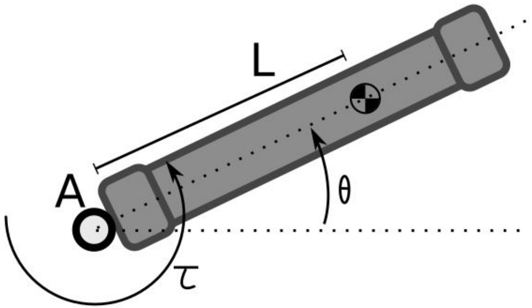
$\tau = ML^2 f' + \boxed{MgL\cos(\theta)}$



Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



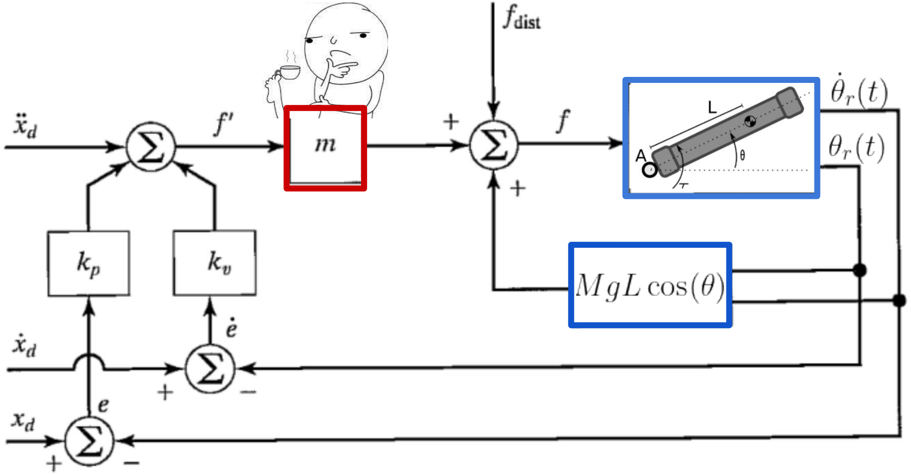
Sistema monoarticular

$$\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$$ Ley del sistema

$$\tau = \alpha f' + \beta$$ Ley de control particionada

$$\alpha = ML^2$$
$$\beta = MgL\cos(\theta)$$

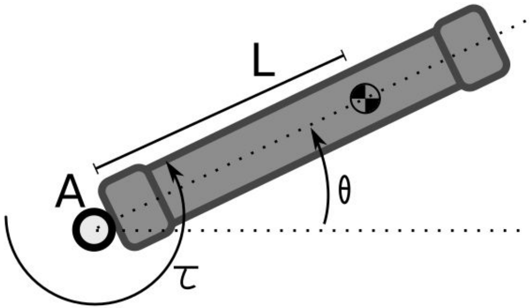
$$\tau = ML^2 f' + MgL\cos(\theta)$$



Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



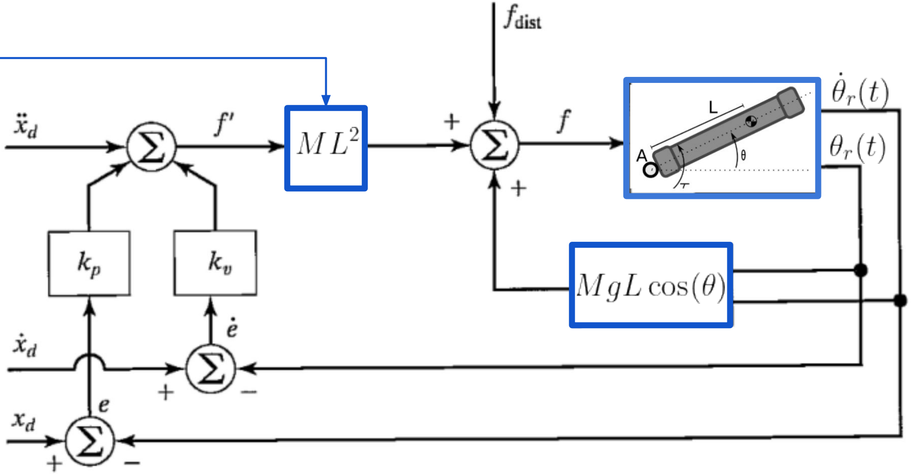
Sistema monoarticular

$\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$ Ley del sistema

$\tau = \alpha f' + \beta$ Ley de control particionada

$\alpha = ML^2$
$\beta = MgL\cos(\theta)$

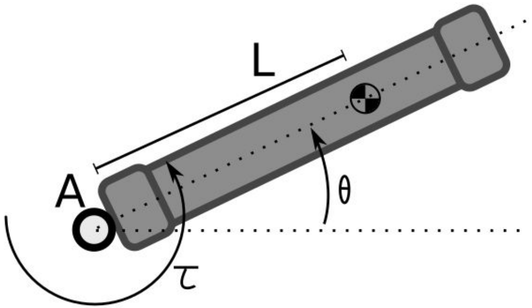
$\tau = \boxed{ML^2} f' + MgL\cos(\theta)$

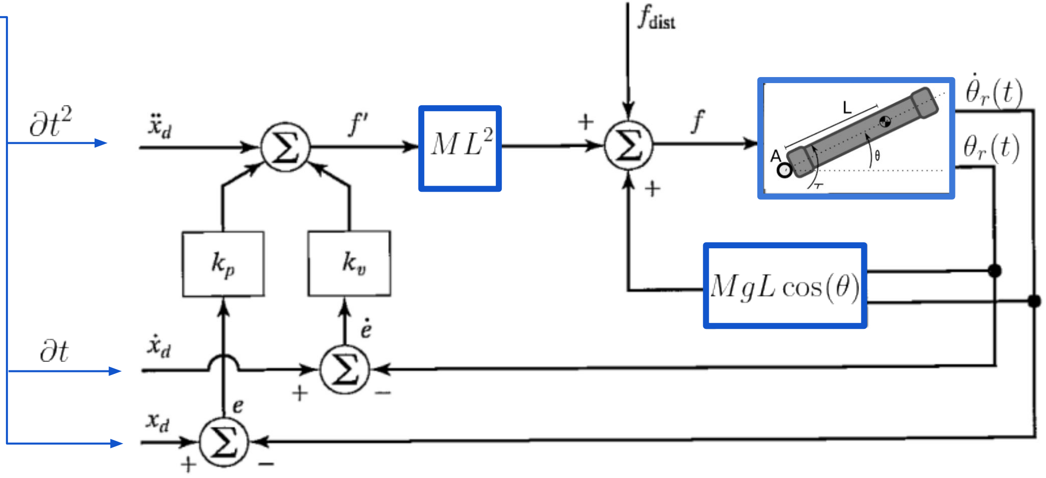


Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$

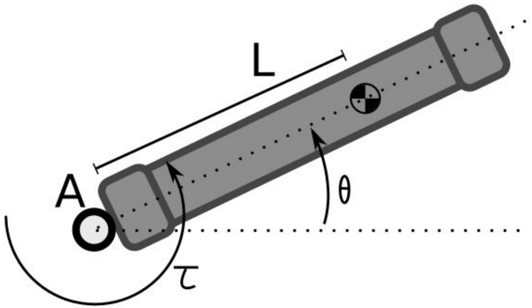




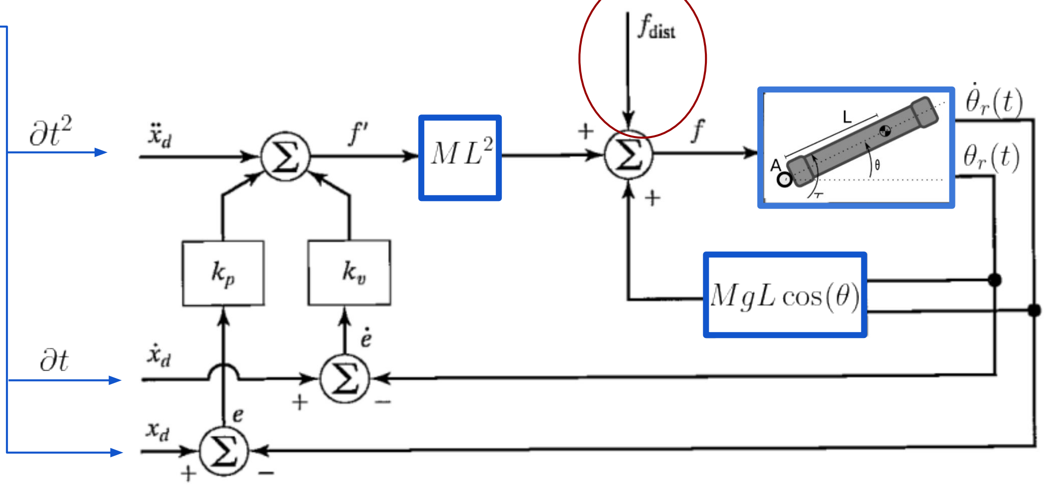
Control monoarticular

Consideremos el siguiente ejemplo:

- un robot rígido,
- articulado en **A**,
- peso **m** uniformemente distribuido,
- distancia al centro de masa **L**,
- par articular **τ**
- Ley del sistema $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



???



Control monoarticular - En loop

Tengo:

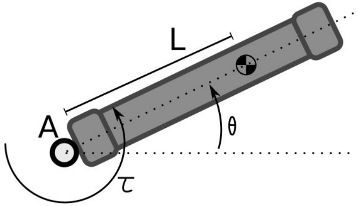
```
M = ...
L = ...
alpha = M.L**2
```

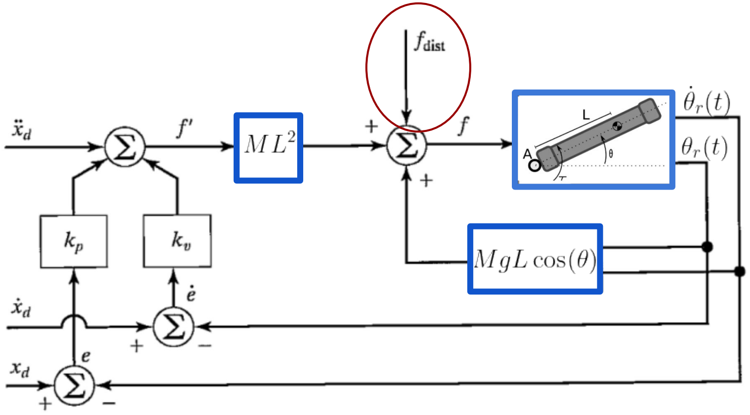
tray. deseada = f(t)

vel. deseada ← df(t)

acel. deseada ← ddf(t)

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$





Control monoarticular - En loop

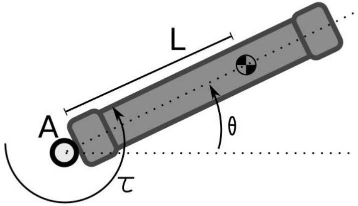
Tengo:
```
M = …
L = …
alpha = M.L**2
```
tray. deseada = f(t)

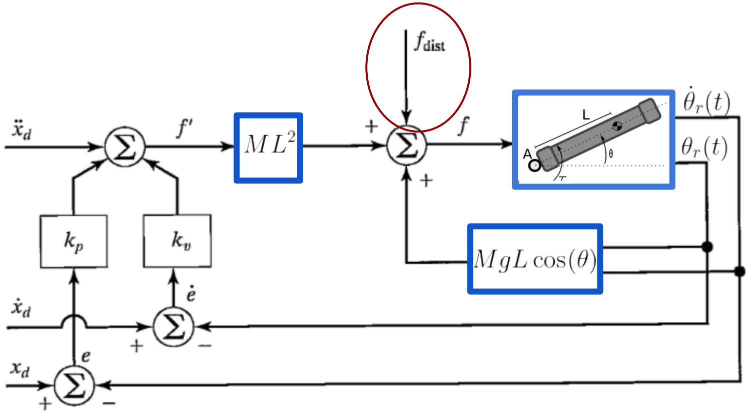
vel. deseada ← df(t)

acel. deseada ← ddf(t)

Defino:
```
tiempo = 5          # segundos
sample_rate = 100 # Hz
pasos = tiempo*sample_rate
k_p = …
k_v = …
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$





Control monoarticular - En loop

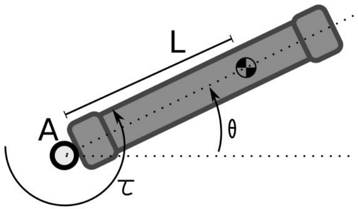
Tengo:
```
M = …
L = …
alpha = M.L**2
```
tray. deseada = f(t)

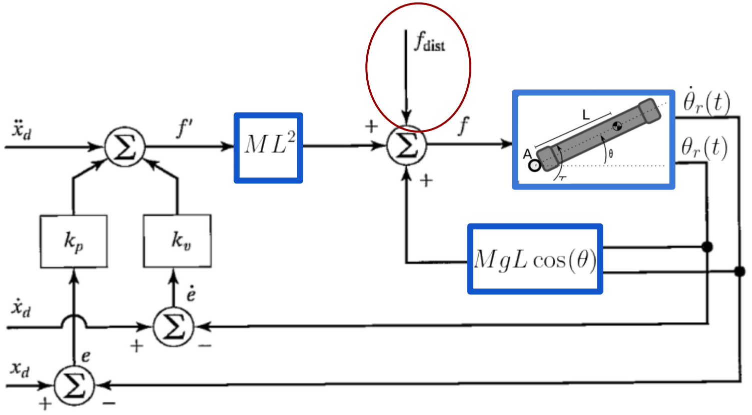
vel. deseada ← df(t)

acel. deseada ← ddf(t)

Defino:
```
tiempo = 5          # segundos
sample_rate = 100 # Hz
pasos = tiempo*sample_rate
k_p = …
k_v = …
# Inicializo en t=0
θ_d_vector ← f(0)
dθ_d_vector ← df(0)
ddθ_d_vector ← ddf(0)
θ_r_vector = θ_d_vector
dθ_r_vector = dθ_d_vector
ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
e = [0.]
de = [0.]
beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
f_p = ddf(0)
tau_vector = alpha*f_p + beta
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



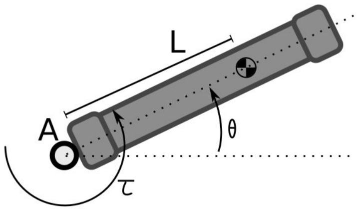


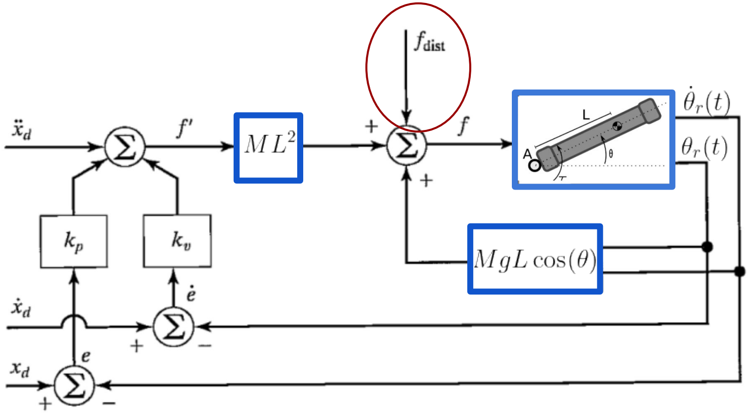
Control monoarticular - En loop

```
Tengo: M = …
       L = …
       alpha = M.L**2
       tray. deseada = f(t)
       vel. deseada ← df(t)
       acel. deseada ← ddf(t)
Defino: tiempo = 5          # segundos
       sample_rate = 100 # Hz
       pasos = tiempo*sample_rate
       k_p = …
       k_v = …
       # Inicializo en t=0
       θ_d_vector ← f(0)
       dθ_d_vector ← df(0)
       ddθ_d_vector ← ddf(0)
       θ_r_vector = θ_d_vector
       dθ_r_vector = dθ_d_vector
       ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
       e = [0.]
       de = [0.]
       beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
       f_p = ddf(0)
       tau_vector = alpha*f_p + beta
```

```
# Loop para t > 0
for i in range[1:pasos]
      t = i/sample_rate
      θ_d = f(t)
      dθ_d ← df(t)
      ddθ_d ← ddf(t)
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$





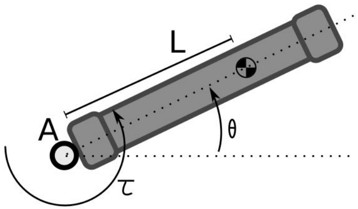
Control monoarticular - En loop

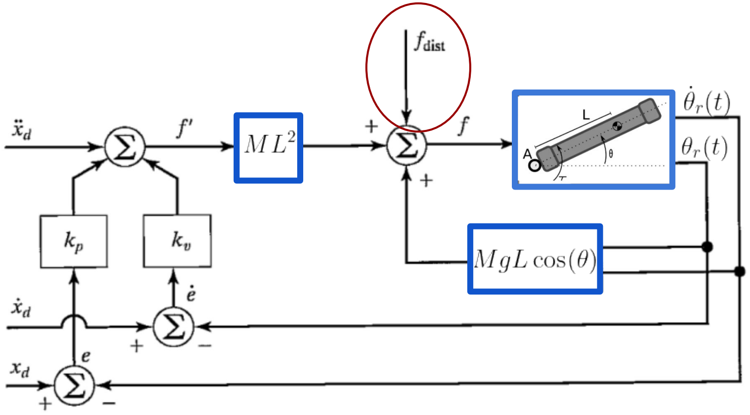
Tengo: M = …
L = …
alpha = M.L**2
tray. deseada = f(t)
vel. deseada ← df(t)
acel. deseada ← ddf(t)

Defino:
```
tiempo = 5          # segundos
sample_rate = 100 # Hz
pasos = tiempo*sample_rate
k_p = …
k_v = …
# Inicializo en t=0
θ_d_vector ← f(0)
dθ_d_vector ← df(0)
ddθ_d_vector ← ddf(0)
θ_r_vector = θ_d_vector
dθ_r_vector = dθ_d_vector
ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
e = [0.]
de = [0.]
beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
f_p = ddf(0)
tau_vector = alpha*f_p + beta
```

```
# Loop para t > 0
for i in range[1:pasos]
      t = i/sample_rate
      θ_d = f(t)
      dθ_d ← df(t)
      ddθ_d ← ddf(t)
      tau_old = tau_vector[end]
      θ_r_t = Sistema(tau_old)
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$





Control monoarticular - En loop

Tengo:
```
M = …
L = …
alpha = M.L**2
```
tray. deseada = f(t)

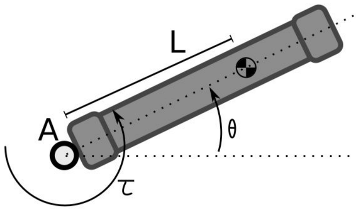
vel. deseada ← df(t)

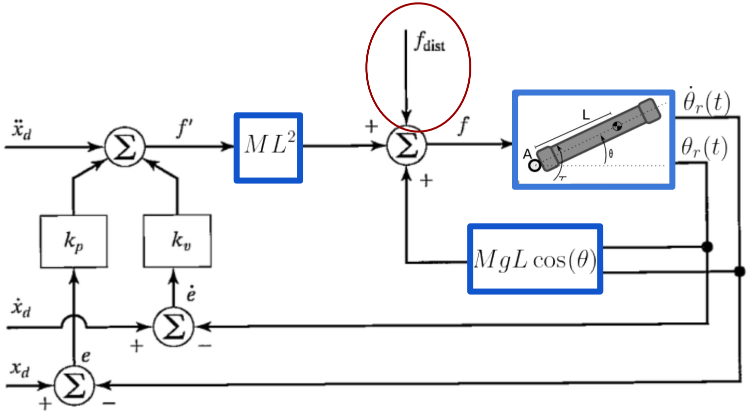
acel. deseada ← ddf(t)

Defino:
```
tiempo = 5          # segundos
sample_rate = 100 # Hz
pasos = tiempo*sample_rate
k_p = …
k_v = …
# Inicializo en t=0
θ_d_vector ← f(0)
dθ_d_vector ← df(0)
ddθ_d_vector ← ddf(0)
θ_r_vector = θ_d_vector
dθ_r_vector = dθ_d_vector
ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
e = [0.]
de = [0.]
beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
f_p = ddf(0)
tau_vector = alpha*f_p + beta
```

```
# Loop para t > 0
for i in range[1:pasos]
      t = i/sample_rate
      θ_d = f(t)
      dθ_d ← df(t)
      ddθ_d ← ddf(t)
      tau_old = tau_vector[end]
      θ_r_t = Sistema(tau_old)
      # opción 1 - sale del sist.
      dθ_r_t = Sistema(tau_old)
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$





Control monoarticular - En loop

Tengo:

```
M = …
L = …
alpha = M.L**2
```

tray. deseada = f(t)

vel. deseada ← df(t)

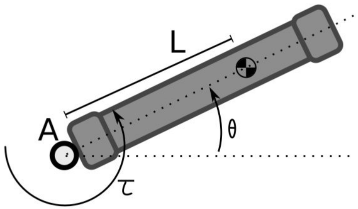
acel. deseada ← ddf(t)

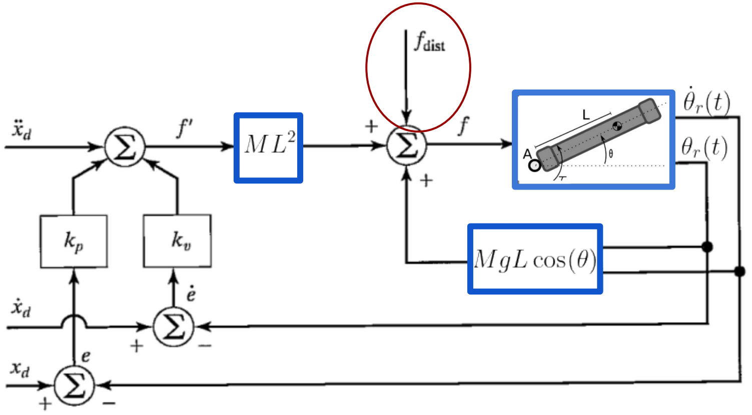
Defino:

```
tiempo = 5          # segundos
sample_rate = 100 # Hz
pasos = tiempo*sample_rate
k_p = …
k_v = …
# Inicializo en t=0
θ_d_vector ← f(0)
dθ_d_vector ← df(0)
ddθ_d_vector ← ddf(0)
θ_r_vector = θ_d_vector
dθ_r_vector = dθ_d_vector
ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
e = [0.]
de = [0.]
beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
f_p = ddf(0)
tau_vector = alpha*f_p + beta
```

```
# Loop para t > 0
for i in range[1:pasos]
      t = i/sample_rate
      θ_d = f(t)
      dθ_d ← df(t)
      ddθ_d ← ddf(t)
      tau_old = tau_vector[end]
      θ_r_t = Sistema(tau_old)
      # opción 1 - sale del sist.
      dθ_r_t = Sistema(tau_old)
      # opción 2 -dif. fin.
      dθ_r_t =(θ_r_t - θ_r_vector[end])/sample_rate
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



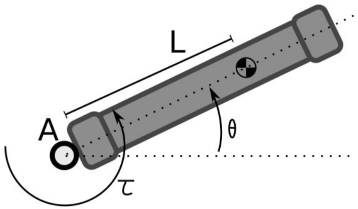


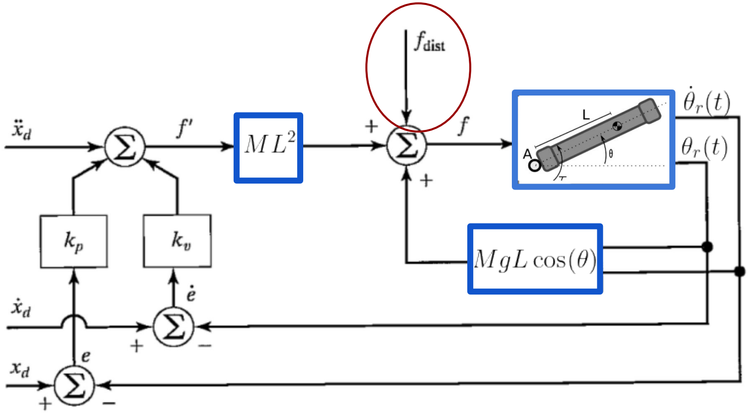
Control monoarticular - En loop

```
Tengo:  M = …
        L = …
        alpha = M.L**2
        tray. deseada = f(t)
        vel. deseada ← df(t)
        acel. deseada ← ddf(t)
Defino: tiempo = 5          # segundos
        sample_rate = 100  # Hz
        pasos = tiempo*sample_rate
        k_p = …
        k_v = …
        # Inicializo en t=0
        θ_d_vector ← f(0)
        dθ_d_vector ← df(0)
        ddθ_d_vector ← ddf(0)
        θ_r_vector = θ_d_vector
        dθ_r_vector = dθ_d_vector
        ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
        e = [0.]
        de = [0.]
        beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
        f_p = ddf(0)
        tau_vector = alpha*f_p + beta
```

```
# Loop para t > 0
for i in range[1:pasos]
      t = i/sample_rate
      θ_d = f(t)
      dθ_d ← df(t)
      ddθ_d ← ddf(t)
      tau_old = tau_vector[end]
      θ_r_t = Sistema(tau_old)
      # opción 1 - sale del sist.
      dθ_r_t = Sistema(tau_old)
      # opción 2 -dif. fin.
      dθ_r_t =(θ_r_t - θ_r_vector[end])/sample_rate
      e_t = θ_d -  θ_r_t
      de_t = dθ_d -  dθ_r_t
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$





Control monoarticular - En loop

Tengo:
```
M = …
L = …
alpha = M.L**2
```
tray. deseada `= f(t)`

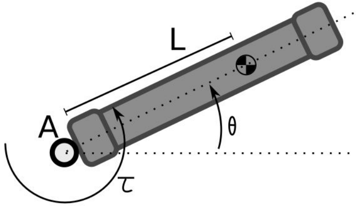
vel. deseada `← df(t)`

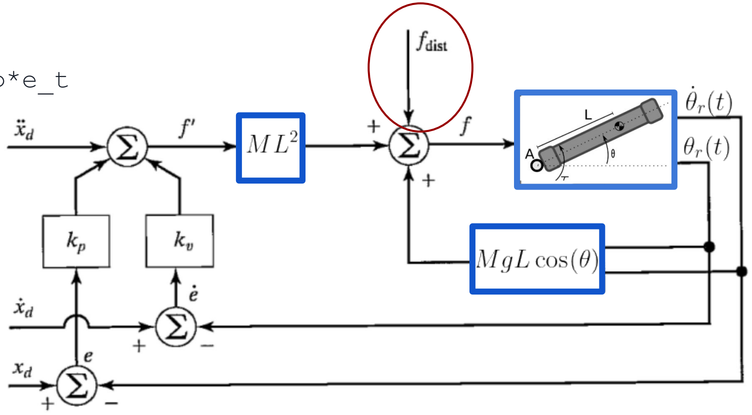
acel. deseada `← ddf(t)`

Defino:
```
tiempo = 5          # segundos
sample_rate = 100 # Hz
pasos = tiempo*sample_rate
k_p = …
k_v = …
# Inicializo en t=0
θ_d_vector ← f(0)
dθ_d_vector ← df(0)
ddθ_d_vector ← ddf(0)
θ_r_vector = θ_d_vector
dθ_r_vector = dθ_d_vector
ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
e = [0.]
de = [0.]
beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
f_p = ddf(0)
tau_vector = alpha*f_p + beta
```

```
# Loop para t > 0
for i in range[1:pasos]
      t = i/sample_rate
      θ_d = f(t)
      dθ_d ← df(t)
      ddθ_d ← ddf(t)
      tau_old = tau_vector[end]
      θ_r_t = Sistema(tau_old)
      # opción 1 - sale del sist.
      dθ_r_t = Sistema(tau_old)
      # opción 2 -dif. fin.
      dθ_r_t =(θ_r_t - θ_r_vector[end])/sample_rate
      e_t = θ_d -  θ_r_t
      de_t = dθ_d -  dθ_r_t
      f_p_t = ddθ_d + k_v*de_t + k_p*e_t
      f_t = alpha*f_p_t + beta
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$



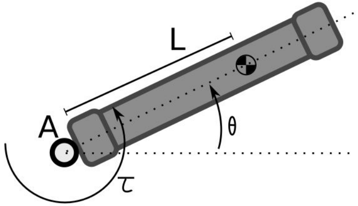


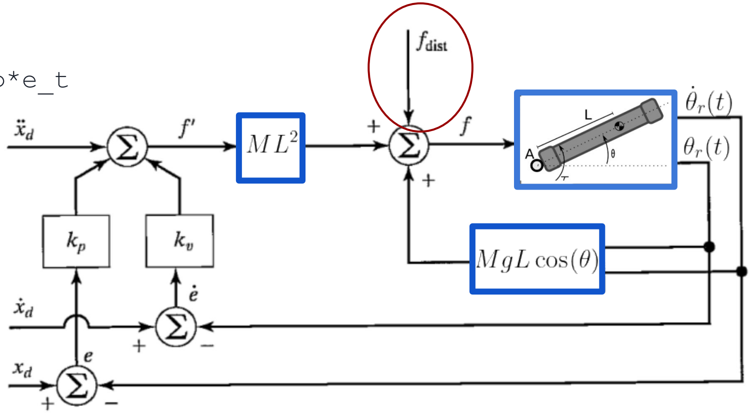
Control monoarticular - En loop

Tengo:
```
M = …
L = …
alpha = M.L**2
tray. deseada = f(t)
vel. deseada ← df(t)
acel. deseada ← ddf(t)
```
Defino:
```
tiempo = 5           # segundos
sample_rate = 100 # Hz
pasos = tiempo*sample_rate
k_p = …
k_v = …
# Inicializo en t=0
θ_d_vector ← f(0)
dθ_d_vector ← df(0)
ddθ_d_vector ← ddf(0)
θ_r_vector = θ_d_vector
dθ_r_vector = dθ_d_vector
ddθ_r_vector = ddθ_d_vector
e = [0.]
de = [0.]
beta = M.g.L.cos(θ_d(0))
f_p = ddf(0)
tau_vector = alpha*f_p + beta
```

```
# Loop para t > 0
for i in range[1:pasos]
     t = i/sample_rate
     θ_d = f(t)
     dθ_d ← df(t)
     ddθ_d ← ddf(t)
     tau_old = tau_vector[end]
     θ_r_t = Sistema(tau_old)
     # opción 1 - sale del sist.
     dθ_r_t = Sistema(tau_old)
     # opción 2 -dif. fin.
     dθ_r_t =(θ_r_t - θ_r_vector[end])/sample_rate
     e_t = θ_d -  θ_r_t
     de_t = dθ_d -  dθ_r_t
     f_p_t = ddθ_d + k_v*de_t + k_p*e_t
     f_t = alpha*f_p_t + beta
     # Guardo
     θ_d_vector.append(θ_d)
     …
     θ_r_vector.append(θ_r_t)
     …
     e.append(e_t)
     …
     tau_vector.append(f_p)
```

- Ley del sistema. $\tau = ML^2\ddot{\theta} + MgLcos(\theta)$
- Se requiere: $\theta_d(t)$





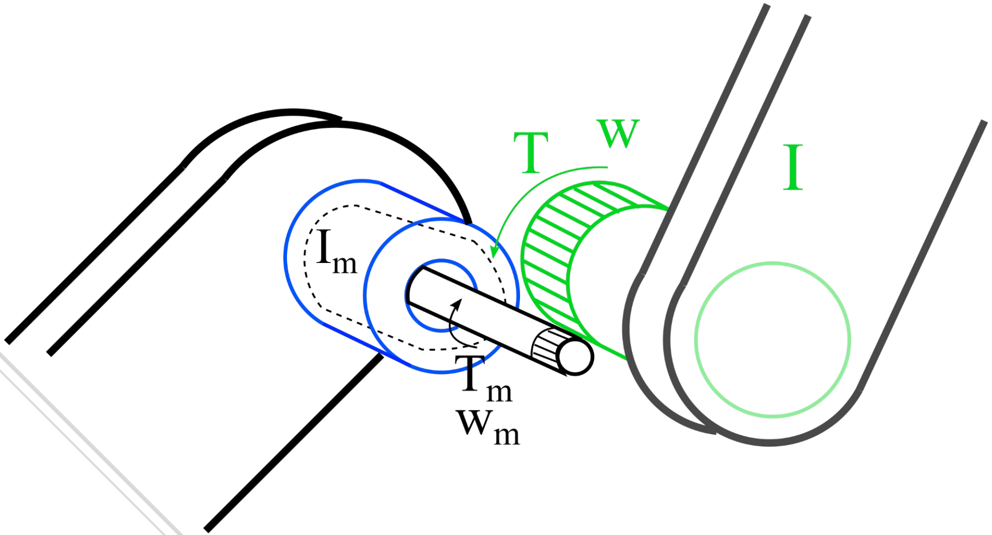
Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- **Inercia efectiva**
- Desacoplamiento del control multiarticular

Inercia efectiva

Consideremos el siguiente esquema de un actuador sin la carcaza.



Motor:

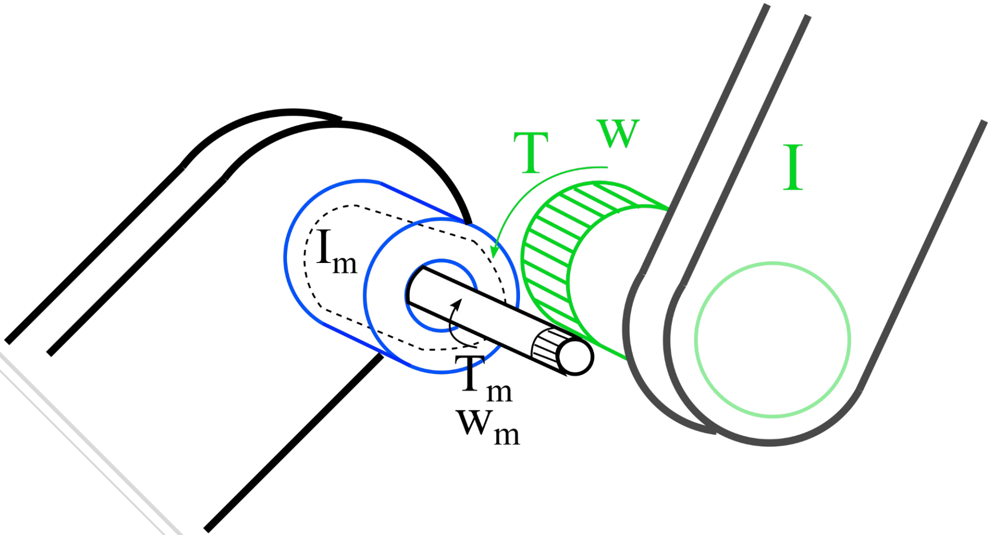
- Estator
- Rotor (Inercia)
- Reductor

Eslabón

- Engranaje
- Estructura (Inercia)

Inercia efectiva

Consideremos el siguiente esquema de un actuador sin la carcaza.



Motor:

- Estator
- Rotor (Inercia)
- Reductor

Eslabón

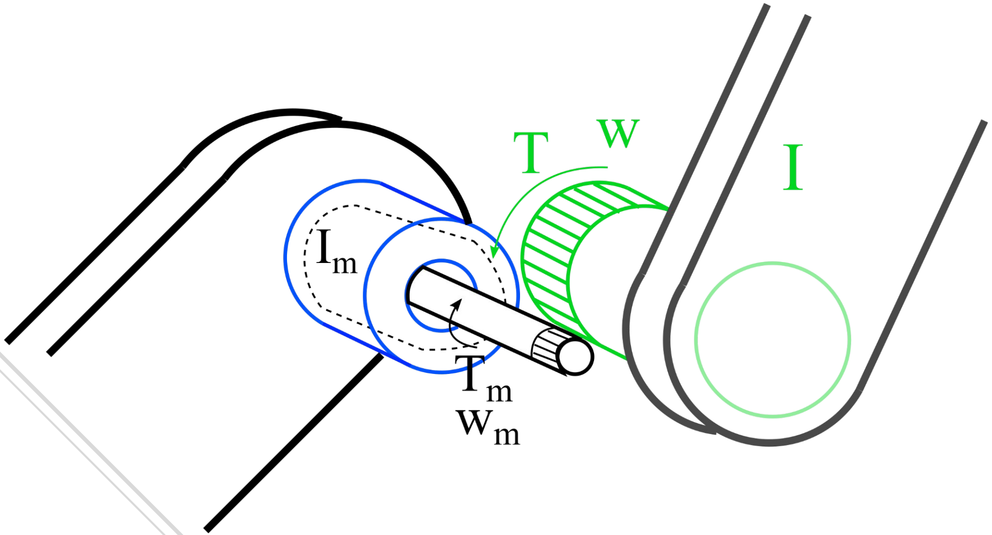
- Engranaje
- Estructura (Inercia)

Relación de engranajes

$$\eta = R/r \gg 1$$
$$T = \eta . T_m$$
$$\omega = (1/\eta)\omega_m$$

Inercia efectiva

Consideremos el siguiente esquema de un actuador sin la carcaza.



Motor:

- Estator
- Rotor (Inercia)
- Reductor

Eslabón

- Engranaje
- Estructura (Inercia)

Relación de engranajes $\eta = R/r \gg 1$

$$T = \eta . T_m$$

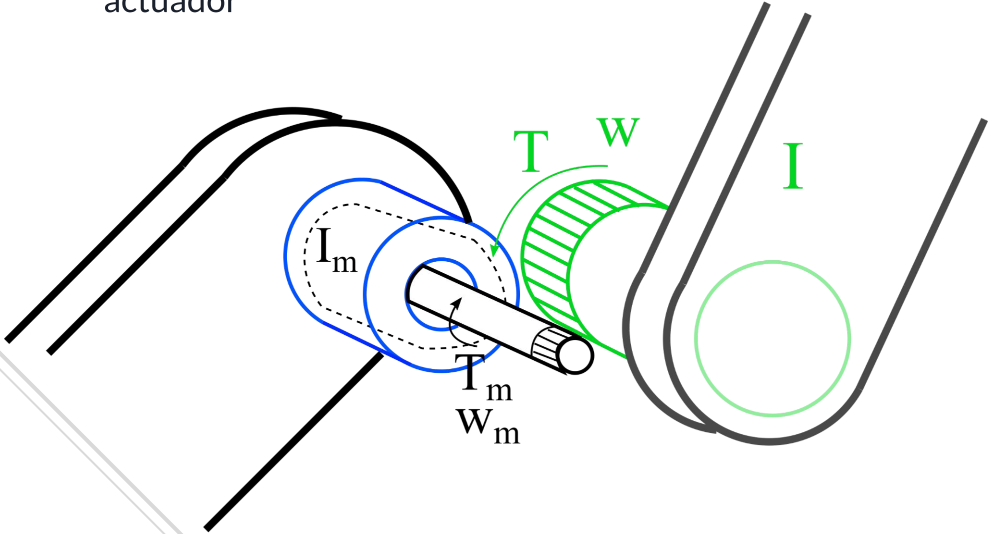
$$\omega = (1/\eta)\omega_m$$

Equilibrio al eje:
(Despreciando fricción)

$$T_m = I_m \dot{\omega}_m + (1/\eta) I \dot{\omega} \quad \Rightarrow T_m = (I_m + I/\eta^2)\dot{\omega}_m \quad \Rightarrow T = (I + \eta^2 I_m)\dot{\omega}$$

Inercia efectiva

Consideremos el Consideremos el siguiente esquema de un actuador sin la carcaza. del actuador



Motor: → Ve inercias ~~ constantes
El modelo se ajusta a un promedio

- Estator
- Rotor (Inercia)
- Reductor

Eslabón → Ve inercias grandes
Peligroso porque magnifica el impacto

- Engranaje
- Estructura (Inercia)

Relación de engranajes $\eta = R/r \gg 1$

$$T = \eta . T_m$$
$$\omega = (1/\eta)\omega_m$$

Equilibrio al eje:
(Despreciando fricción)

$$T_m = I_m\dot{\omega}_m + (1/\eta)I\dot{\omega} \quad \Rightarrow T_m = (I_m + I/\eta^2)\dot{\omega}_m \quad \Rightarrow T = (I + \eta^2 I_m)\dot{\omega}$$

Tópicos

En este tema se verá:

- Sistemas naturales (masa-resorte-amortiguador)
- Controlador Proportional-Derivative
- Ley de control particionada
- Control de trayectoria
- Rechazo de perturbaciones
- Control monoarticular
- Inercia efectiva
- **Desacoplamiento del control multiarticular**

Control multiarticular

Las características mecánicas de cada eslabón y articulación de un robot (dimensiones, peso, holguras, etc) influyen considerablemente en la respuesta del robot ante una intención de movimiento.

Además, el movimiento de un eslabón tiene efectos sobre el resto de los eslabones, lo que matricialmente se puede ver en la **NO diagonalidad** de la matriz de masa y en cómo se construyen el resto de los vectores de fuerzas.

$$\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{q} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}}$$

Término de fuerzas viscozas

Esto produce que el **modelo dinámico del sistema sea altamente acoplado.**

Control multiarticular

Las características mecánicas de cada eslabón y articulación de un robot (dimensiones, peso, holguras, etc) influyen considerablemente en la respuesta del robot ante una intención de movimiento.

Además, el movimiento de un eslabón tiene efectos sobre el resto de los eslabones, lo que matricialmente se puede ver en la **NO diagonalidad** de la matriz de masa y en cómo se construyen el resto de los vectores de fuerzas.

$$\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{q} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_v\dot{\mathbf{q}}$$

Término de fuerzas viscozas

Esto produce que el **modelo dinámico del sistema sea altamente acoplado.**

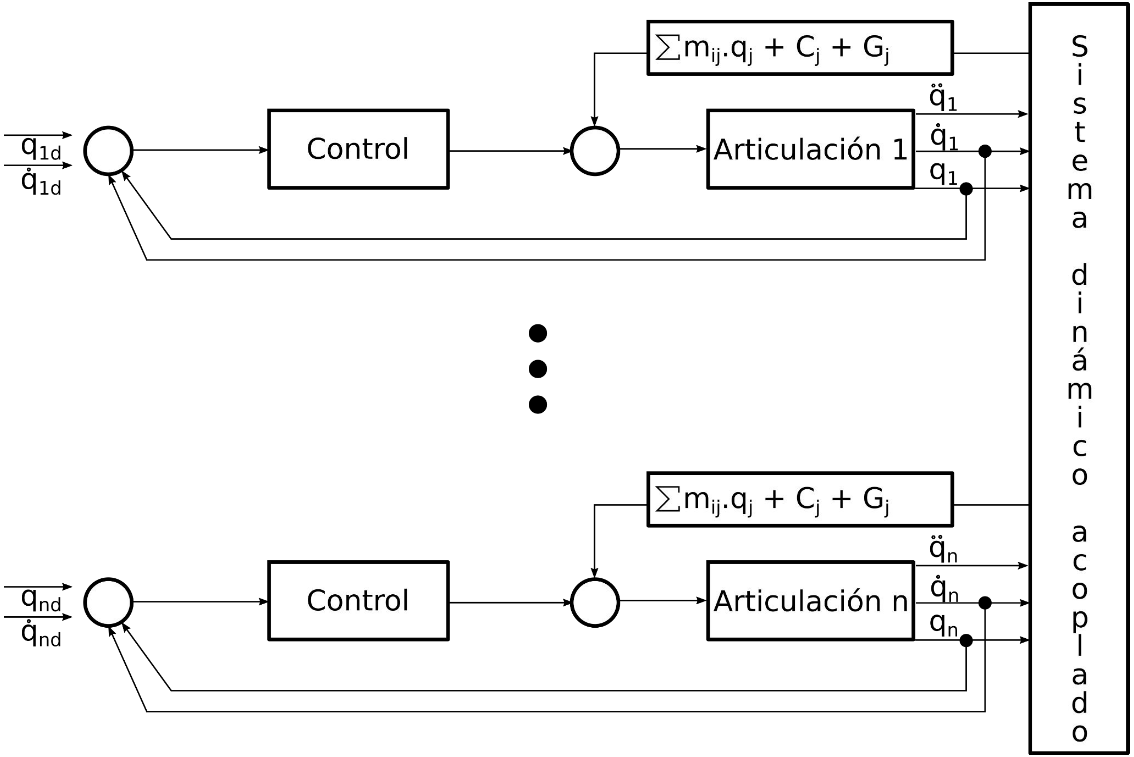
Entonces ¿cómo controlamos?

Desacoplamiento del Control multiarticular

Una alternativa podría ser considerar **cada articulación por separado.**

Tomando los **terminos acoplados como perturbaciones**.

Aumentar las k'_p para obtener un buen rechazo de perturbaciones.

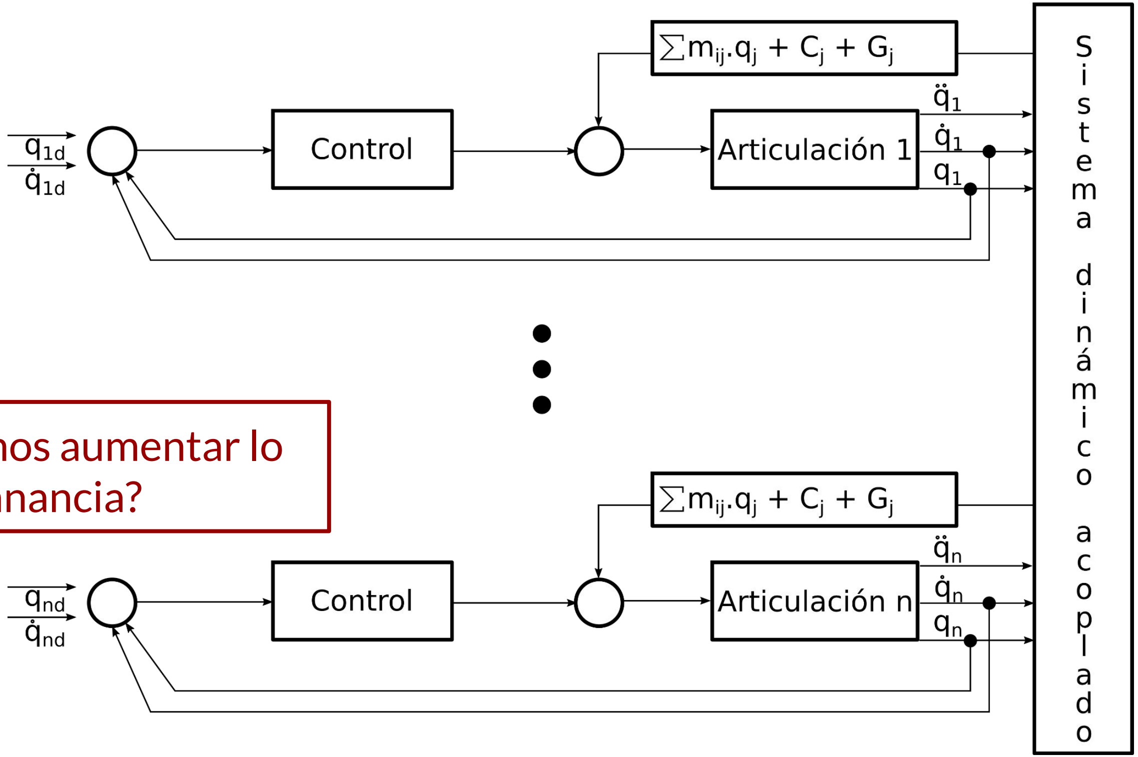


Desacoplamiento del Control multiarticular

Una alternativa podría ser considerar **cada articulación por separado.**

Tomando los **terminos acoplados como perturbaciones**.

Aumentar las k'_p para obtener un buen rechazo de perturbaciones.



¿Qué pasa si no podemos aumentar lo suficiente la ganancia?

Desacoplamiento del Control multiarticular

Existen **numerosas estrategias para simplificar el control multiarticular acoplado** con diferentes grado de desempeño y costo computacional.

Ver:

- Craig, J. J. (2006). *Introduction to robotics*. Pearson Educacion.
- Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, Giuseppe Oriolo (2008). *Robotics: Modelling, planing and control*. Springer London
- Siciliano, B., Khatib, O., & Kröger, T. (Eds.). (2008). *Springer handbook of robotics* (Vol. 200). Berlin: springer.

Desacoplamiento del Control multiarticular

Existen **numerosas estrategias para simplificar el control multiarticular acoplado** con diferentes grado de desempeño y costo computacional.

Ver:

- Craig, J. J. (2006). *Introduction to robotics*. Pearson Educacion.
- Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, Giuseppe Oriolo (2008). *Robotics: Modelling, planing and control*. Springer London
- Siciliano, B., Khatib, O., & Kröger, T. (Eds.). (2008). *Springer handbook of robotics* (Vol. 200). Berlin: springer.

También existen (y aún es área de investigación) **técnicas de control del sistema nolineal acoplado,** pero hoy en día aún **no tienen aplicación en la industria** por su costo de implementación y computacional.

Desacoplamiento del Control multiarticular

Existen **numerosas estrategias para simplificar el control multiarticular acoplado** con diferentes grado de desempeño y costo computacional.

Ver:

- Craig, J. J. (2006). *Introduction to robotics*. Pearson Educacion.
- Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, Giuseppe Oriolo (2008). *Robotics: Modelling, planing and control*. Springer London
- Siciliano, B., Khatib, O., & Kröger, T. (Eds.). (2008). *Springer handbook of robotics* (Vol. 200). Berlin: springer.

También existen (y aún es área de investigación) **técnicas de control del sistema nolineal acoplado,** pero hoy en día aún **no tienen aplicación en la industria** por su costo de implementación y computacional.

Sin embargo, en determinados casos, es posible **desacoplar el sistema**, de una forma no tan compleja, y aplicar un control a cada articulación por separado, realizando un **control monoarticular multiple.**

Desacoplamiento del Control multiarticular

IDEA ⇒ Utilizar el **modelo dinámico** ya conocido para cancelar los términos cruzados

El **modelo dinámico acoplado REAL** que conocemos es: $\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$

Desacoplamiento del Control multiarticular

IDEA ⇒ Utilizar el **modelo dinámico** ya conocido para cancelar los términos cruzados

El **modelo dinámico acoplado REAL** que conocemos es: $\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$

Luego de un trabajo no menor se generan las **estimaciones**: $\tau = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\tau' + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$

Desacoplamiento del Control multiarticular

IDEA ⇒ Utilizar el **modelo dinámico** ya conocido para cancelar los términos cruzados

El **modelo dinámico acoplado REAL** que conocemos es: $\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$

Luego de un trabajo no menor se generan las **estimaciones**: $\tau = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\tau' + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$

Al igual se puede obtener: $\ddot{\mathbf{q}} = (\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{M}})\tau' + \mathbf{M}^{-1}[(\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}) + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}})]$

Desacoplamiento del Control multiarticular

IDEA ⇒ Utilizar el **modelo dinámico** ya conocido para cancelar los términos cruzados

El **modelo dinámico acoplado REAL** que conocemos es: $\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$

Luego de un trabajo no menor se generan las **estimaciones**: $\tau = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\tau' + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$

Al igual se puede obtener: $\ddot{\mathbf{q}} = (\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{M}})\tau' + \mathbf{M}^{-1}[(\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}) + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}})]$

Si las **estimaciones son perfectas** ⇒ $\ddot{\mathbf{q}} = \tau'$ obteniendose un **desacoplamiento dinámico**.

Desacoplamiento del Control multiarticular

IDEA ⇒ Utilizar el **modelo dinámico** ya conocido para cancelar los términos cruzados

El **modelo dinámico acoplado REAL** que conocemos es: $\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$

Luego de un trabajo no menor se generan las **estimaciones**: $\tau = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\tau' + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$

Al igual se puede obtener: $\ddot{\mathbf{q}} = (\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{M}})\tau' + \mathbf{M}^{-1}[(\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}) + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}})]$

Si las **estimaciones son perfectas** ⇒ $\ddot{\mathbf{q}} = \tau'$ obteniendose un **desacoplamiento dinámico**.

Utilizando la ley de control de seguimiento de trayectoria: $\tau' = \ddot{\mathbf{q}}_d - [K_v'](\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) - [K_p'](\mathbf{q} - \mathbf{q}_d)$

Desacoplamiento del Control multiarticular

IDEA ⇒ Utilizar el **modelo dinámico** ya conocido para cancelar los términos cruzados

El **modelo dinámico acoplado REAL** que conocemos es: $\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$

Luego de un trabajo no menor se generan las **estimaciones:** $\tau = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\tau' + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$

Al igual se puede obtener: $\ddot{\mathbf{q}} = (\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{M}})\tau' + \mathbf{M}^{-1}[(\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}) + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}})]$

Si las **estimaciones son perfectas** ⇒ $\ddot{\mathbf{q}} = \tau'$ obteniendose un **desacoplamiento dinámico**.

Utilizando la ley de control de seguimiento de trayectoria: $\tau' = \ddot{\mathbf{q}}_d - [K_v'](\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) - [K_p'](\mathbf{q} - \mathbf{q}_d)$

Que al igualar a la ecuación desacoplada se recupera la versión vectorial de la ecuación diferencial de segundo orden en el error conocida: $\ddot{\mathbf{e}} + [K_v']\dot{\mathbf{e}} - [K_p']\mathbf{e} = 0$

Desacoplamiento del Control multiarticular

IDEA ⇒ Utilizar el **modelo dinámico** ya conocido para cancelar los términos cruzados

El **modelo dinámico acoplado REAL** que conocemos es: $\tau = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})$

Luego de un trabajo no menor se generan las **estimaciones**: $\tau = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\tau' + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$

Al igual se puede obtener: $\ddot{\mathbf{q}} = (\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{M}})\tau' + \mathbf{M}^{-1}[(\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}) + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}})]$

Si las **estimaciones son perfectas** ⇒ $\ddot{\mathbf{q}} = \tau'$ obteniendose un **desacoplamiento dinámico**.

Utilizando la ley de control de seguimiento de trayectoria: $\tau' = \ddot{\mathbf{q}}_d - [K_v'](\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) - [K_p'](\mathbf{q} - \mathbf{q}_d)$

Que al igualar a la ecuación desacoplada se recupera la versión vectorial de la ecuación diferencial de segundo orden en el error conocida: $\ddot{\mathbf{e}} + [K_v']\dot{\mathbf{e}} - [K_p']\mathbf{e} = 0$

¿Será que se pueden obtener estimaciones perfectas?

Desacoplamiento del Control multiarticular

Las estimaciones NO serán perfectas, pero TIENEN que ser buenas!!!

Entonces los términos NO se cancelan $\ddot{\mathbf{q}} = (\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{M}})\tau' + \mathbf{M}^{-1}[(\mathbf{C} - \hat{\mathbf{C}}) + (\mathbf{G} - \hat{\mathbf{G}})]$

Entonces $\ddot{\mathbf{q}} = \tau' + \varepsilon(t)$ obteniendose nuevamente una **perturbación dinámica.**

$$\ddot{\mathbf{e}} + [K_v']\dot{\mathbf{e}} - [K_p']\mathbf{e} = \varepsilon(t)$$

Sin embargo, estas **perturbaciones** (si las estimaciones son suficientemente buenas) son mucho **más pequeñas** que las del modelo multiarticular desacoplado directamente.

Además, con constantes suficientemente grandes, las perturbaciones podrán ser **razonablemente rechazadas**.

Desacoplamiento del Control multiarticular

Las estimaciones NO serán perfectas, pero TIENEN que ser buenas!!!

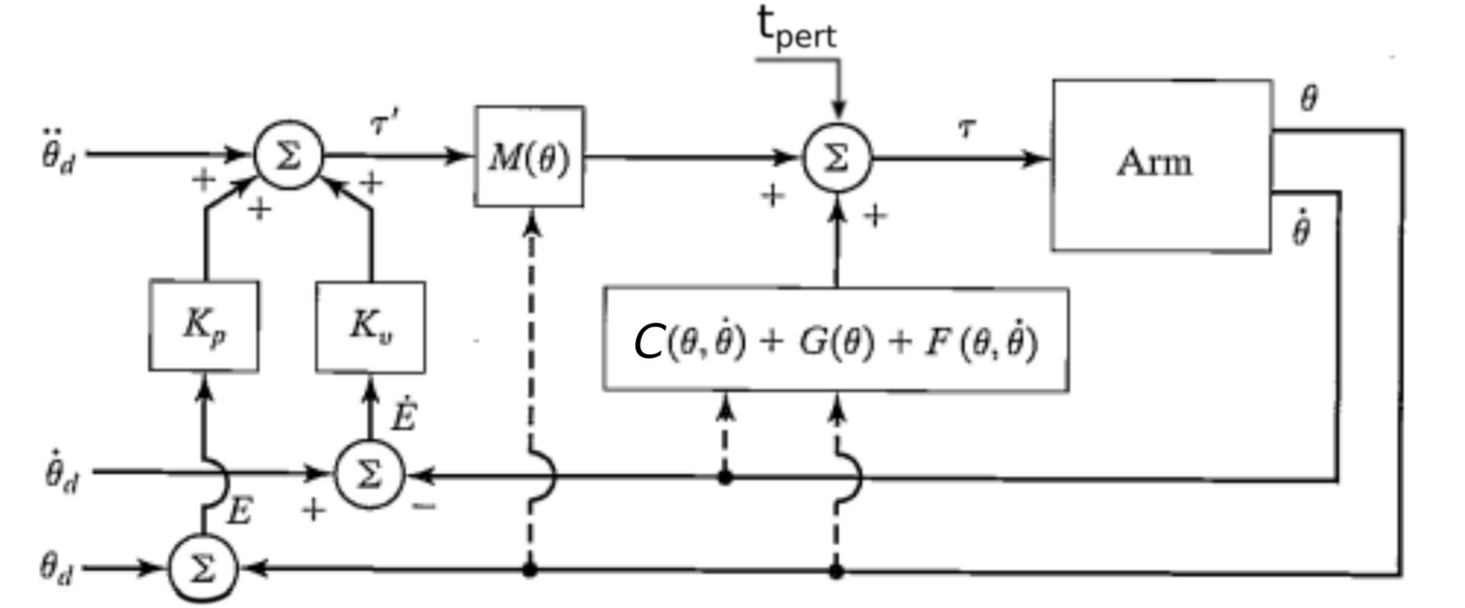
$$\ddot{q} = (M^{-1}\hat{M})\tau' + M^{-1}[(C - \hat{C}) + (G - \hat{G})]$$

Algunos comentarios finales:

- Si la estimación de **G** no es tan buena, no afecta tanto, simplemente habrá que aumentar más la ganancia para obtener el mismo nivel de rechazo de perturbación.
- Si la estimación de **M** no es tan buena, tampoco es tan grave, pues simplemente se estarian escalando las ganancias.
- Si la estimación de **V** no es buena, **es peligroso!** pues se puede generar una retroalimentación negativa en las velocidades y provocar la **desestabilización del sistema.**
- Si no se tiene certeza de estar estimando correctamente **V**, es preferible anular el estimador $\hat{V} = 0$

Desacoplamiento del Control multiarticular

El diagrama de bloques de esta técnica queda:



Comentarios finales

- Esto es solo un **MUY** breve pantallazo de los temás básicos de control de movimiento para manipuladores
- Exiten estrategias totalmente diferentes,
  - **Control de fuerza**
  - **Control orientado a la tarea**
- **Sin embargo, industrialmente el control no es tanto más avanzado que el desacoplamiento por el modelo dinámico.**

FRI - Fundamentos de Robótica Industrial

FIN!