

# Primer Parcial – Matemática Discreta I

Sábado 29 de abril de 2023

Número de lista	APELLIDO, Nombre	Cédula de identidad

M01	M02	M03	M04	M05	Des. 1	Puntaje Total

*Sugerencia: pasar las respuestas de los ejercicios de múltiple opción cuidadosamente.*

*Lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.*

*Cada respuesta correcta de múltiple opción vale 6 puntos.*

*Respuestas incorrectas restan 1 punto.*

*El ejercicio de desarrollo correcto y completo vale 10 puntos.*

*La duración del parcial es de tres horas.*

## Múltiple Opción 1

Determinar la cantidad de soluciones enteras de la ecuación  $x_1 + x_2 + x_3 = 17$  que cumplen las siguientes restricciones  $-2 \leq x_1 \leq 6$ ,  $-2 \leq x_2 \leq 6$ ,  $x_3 \geq 5$ .

*Sugerencia: aplicar cambios de variables adecuados para que todas las variables sean enteras y no negativas.*

- (A) 41;
- (B) 51;
- (C) 61;
- (D) 71;
- (E) 81.

## Múltiple Opción 2

Sea  $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la sucesión de números reales tal que  $d_n = \frac{1}{2}d_{n-1} + \frac{1}{2}d_{n+1} + 1$  para cada natural  $n$  tal que  $n \geq 1$ , y que cumple con las condiciones  $d_0 = 0$  y  $d_{100} = 0$ . Hallar  $d_{50}$ .

- (A)  $50^2$ ;
- (B)  $60^2$ ;
- (C)  $70^2$ ;
- (D)  $80^2$ ;
- (E)  $90^2$ .

## Múltiple Opción 3

Encontrar el menor entero positivo  $n$  que permita asegurar que, de cualquier forma que se elijan  $n$  enteros distintos entre 1 y 100 inclusive, habrá dos de ellos cuya suma sea igual a 50. Opciones:

- (A) 26;
- (B) 51;
- (C) 53;
- (D) 77;
- (E) 83.

### Múltiple Opción 4

Sea  $a_n$  la cantidad de maneras de reunir  $n$  pesos uruguayos con monedas de 1 peso y de 5 pesos. Entonces, la función generatriz de la sucesión  $(a_n)_{n \geq 0}$  es:

(A)  $a(x) = \frac{1}{1+x} \frac{1}{1+x^5}$ ;

(B)  $a(x) = \frac{1}{1+x} \frac{1}{1-x^5}$ ;

(C)  $a(x) = \frac{1}{1-x} \frac{1}{1-x^5}$ ;

(D)  $a(x) = \frac{1}{1-x} \frac{1}{1+x^5}$ ;

(E)  $a(x) = \frac{1}{1-x} \frac{1}{1+5x}$ .

### Múltiple Opción 5

Determinar el coeficiente en  $xy^3$  de la expresión  $(x - y + y^3 + 2)^5$ .

(A) 20;

(B) 40;

(C) 80;

(D) 120;

(E) 200.

### Ejercicio de Desarrollo

Probar que si  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 10$ ,  $a_3 = 30$  y  $a_{n+3} = 2a_{n+2} + 7a_{n+1} + a_n$  para todo  $n \geq 1$ , entonces  $a_n \geq 3^n$  para todo  $n \geq 1$ .

*Importante: indicar claramente el método de demostración empleado y justificar detalladamente cada paso de la demostración.*