

Señales y Sistemas

Señales de variable continua y discreta

Instituto de Ingeniería Eléctrica



FACULTAD DE
INGENIERÍA



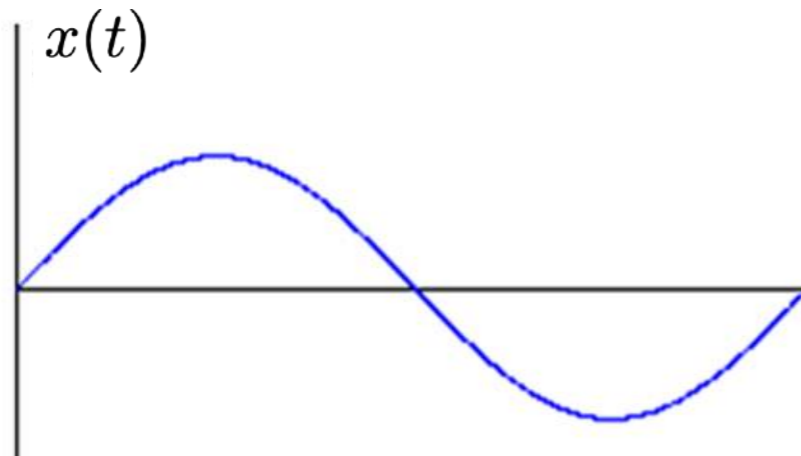
UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Señales de variable continua y discreta

► Señales de tiempo continuo

Definición: $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

Notación: $x(t)$

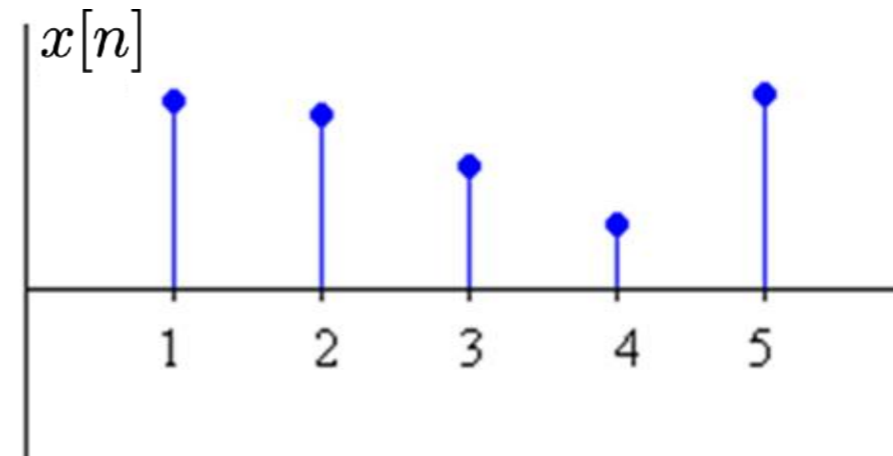


Señal de variable continúa

► Señales de tiempo discreto

Definición: $x : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$

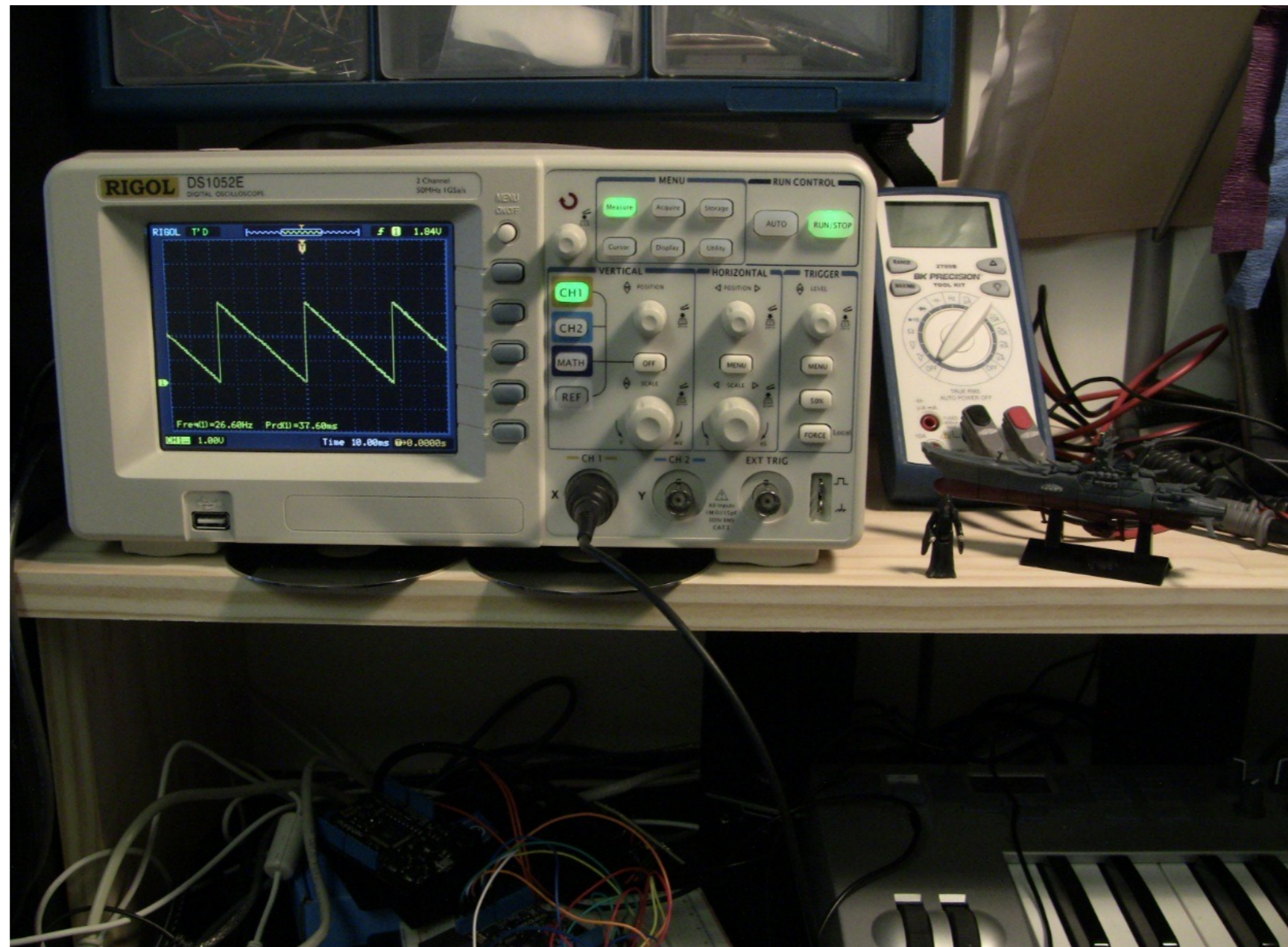
Notación: $x[n]$



Señal de variable discreta

Señal de tiempo continuo

- ▶ Diente de sierra

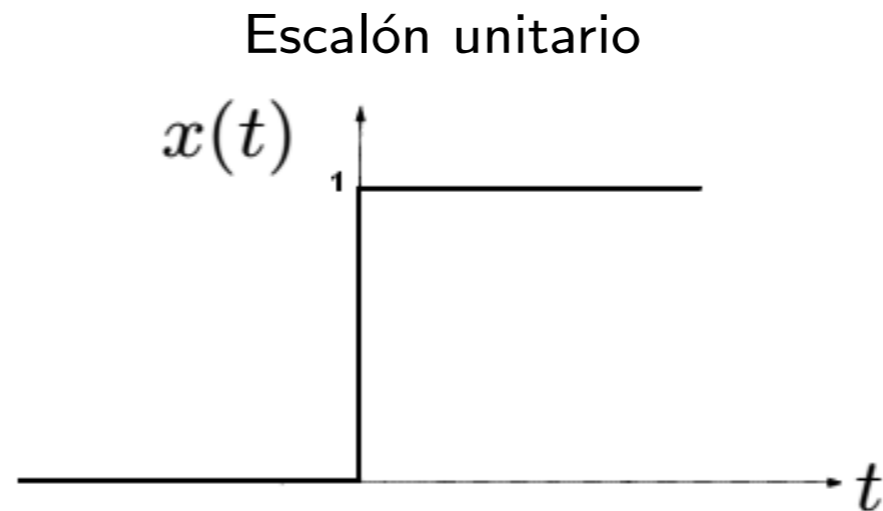


- ▶ La palabra “continua”, refiere a la variable y no a la función.

Escalón unitario

- ▶ Modela una llave que se prende

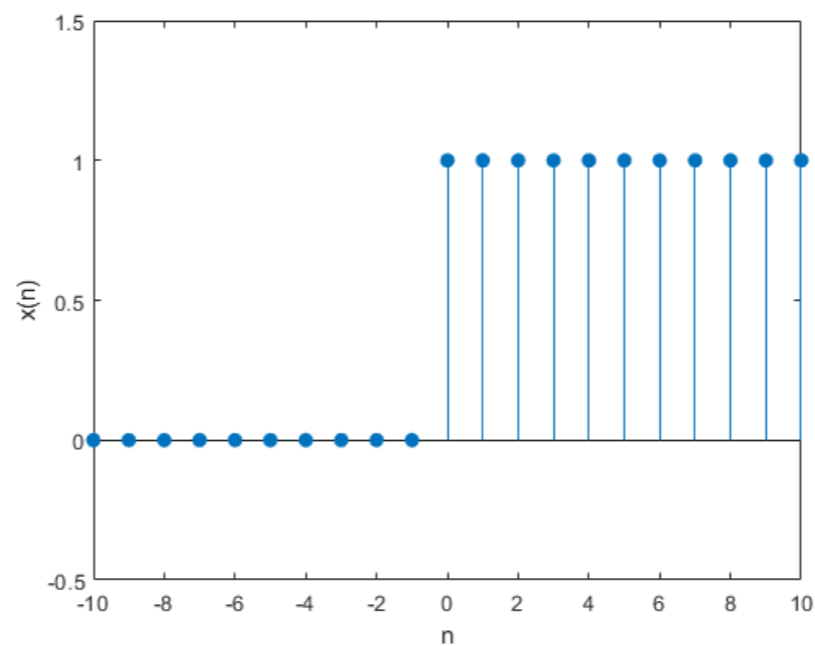
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$



- ▶ Versión en tiempo discreto

$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$

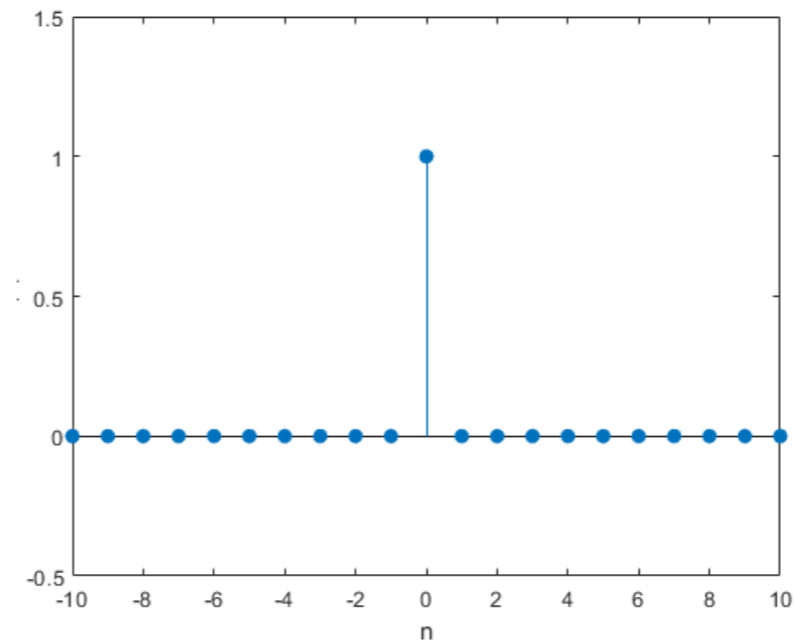
Escalón unitario de tiempo discreto



Delta de tiempo discreto

- ▶ Servirá como base para generar señales de tiempo discreto
delta

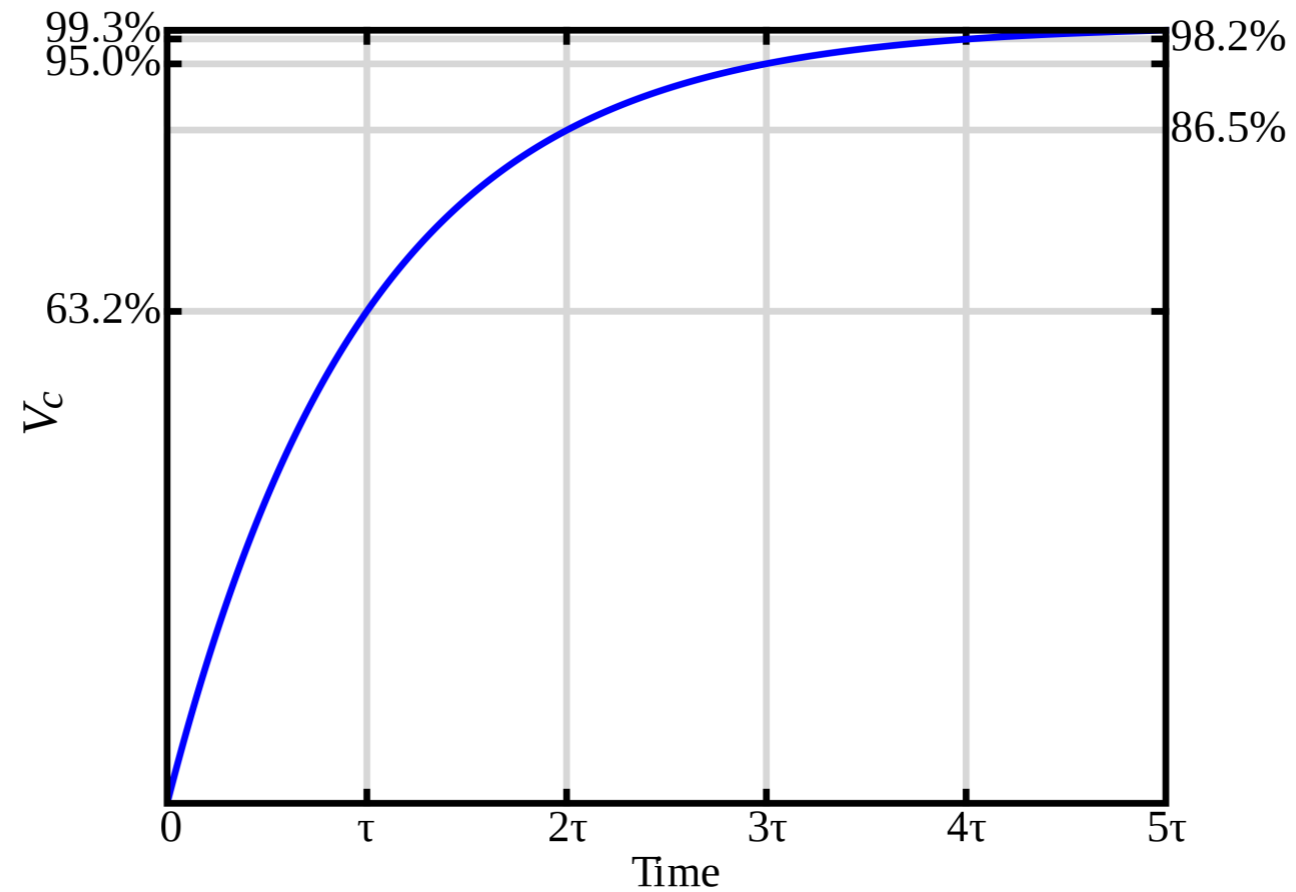
$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$



- ▶ Su versión en tiempo continuo requiere definir distribuciones

Voltaje del condensador

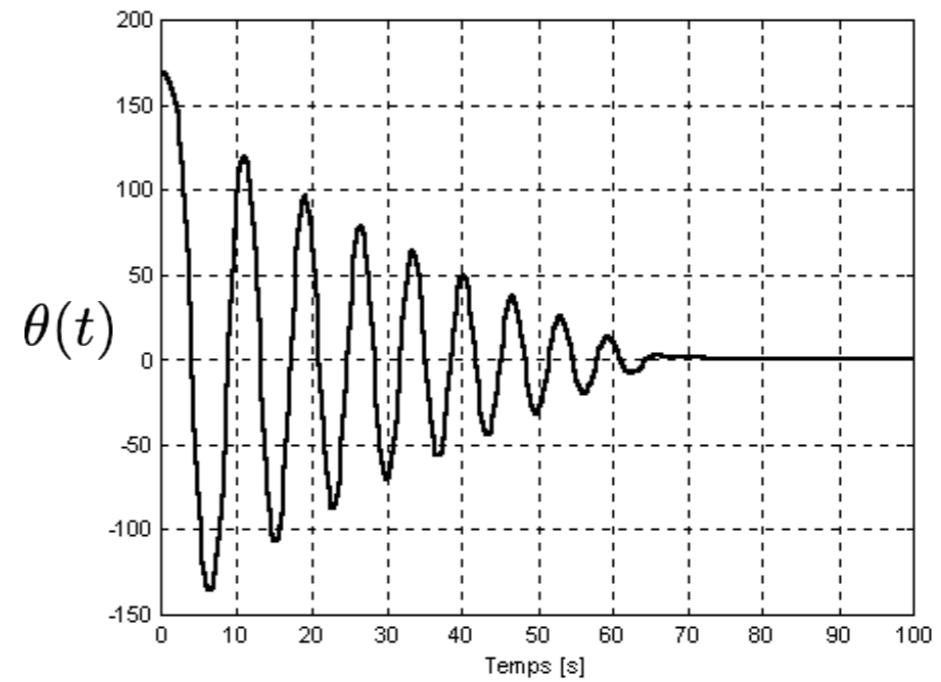
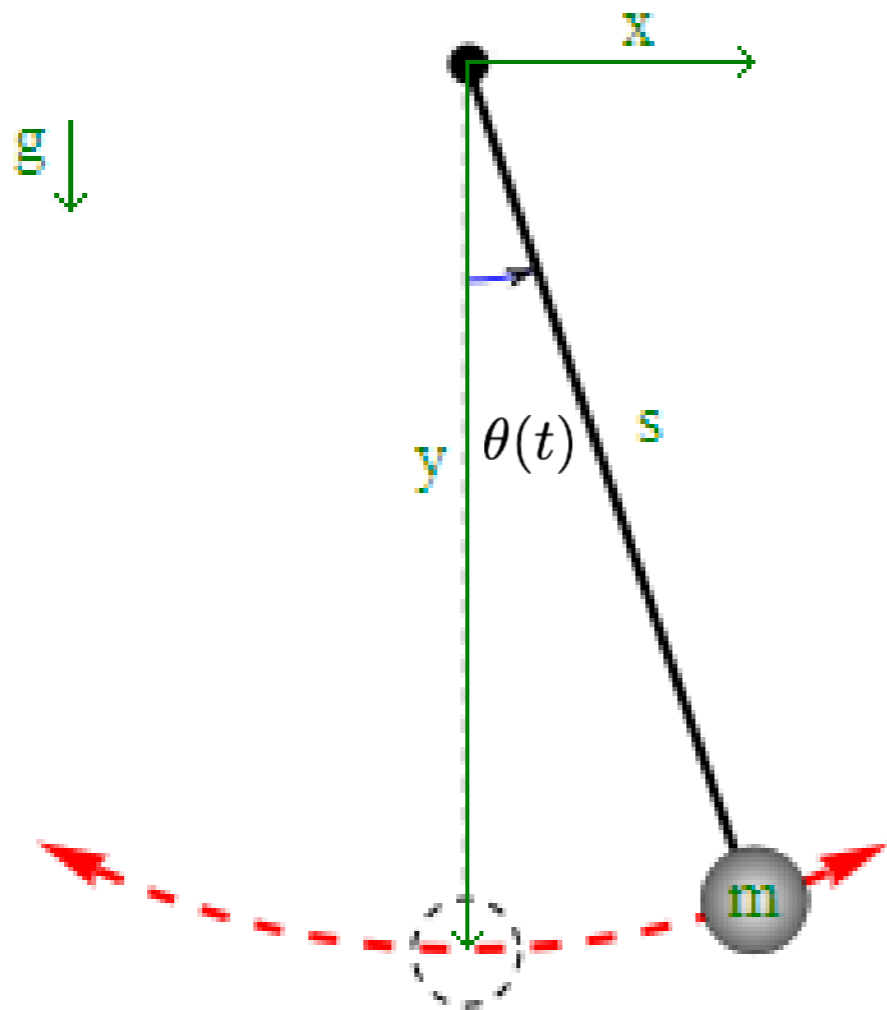
- ▶ Respuesta de un circuito RC a un escalón unitario



- ▶ Es generada como salida de un sistema (RC)
- ▶ Es de interés regular la respuesta de un sistema a un escalón

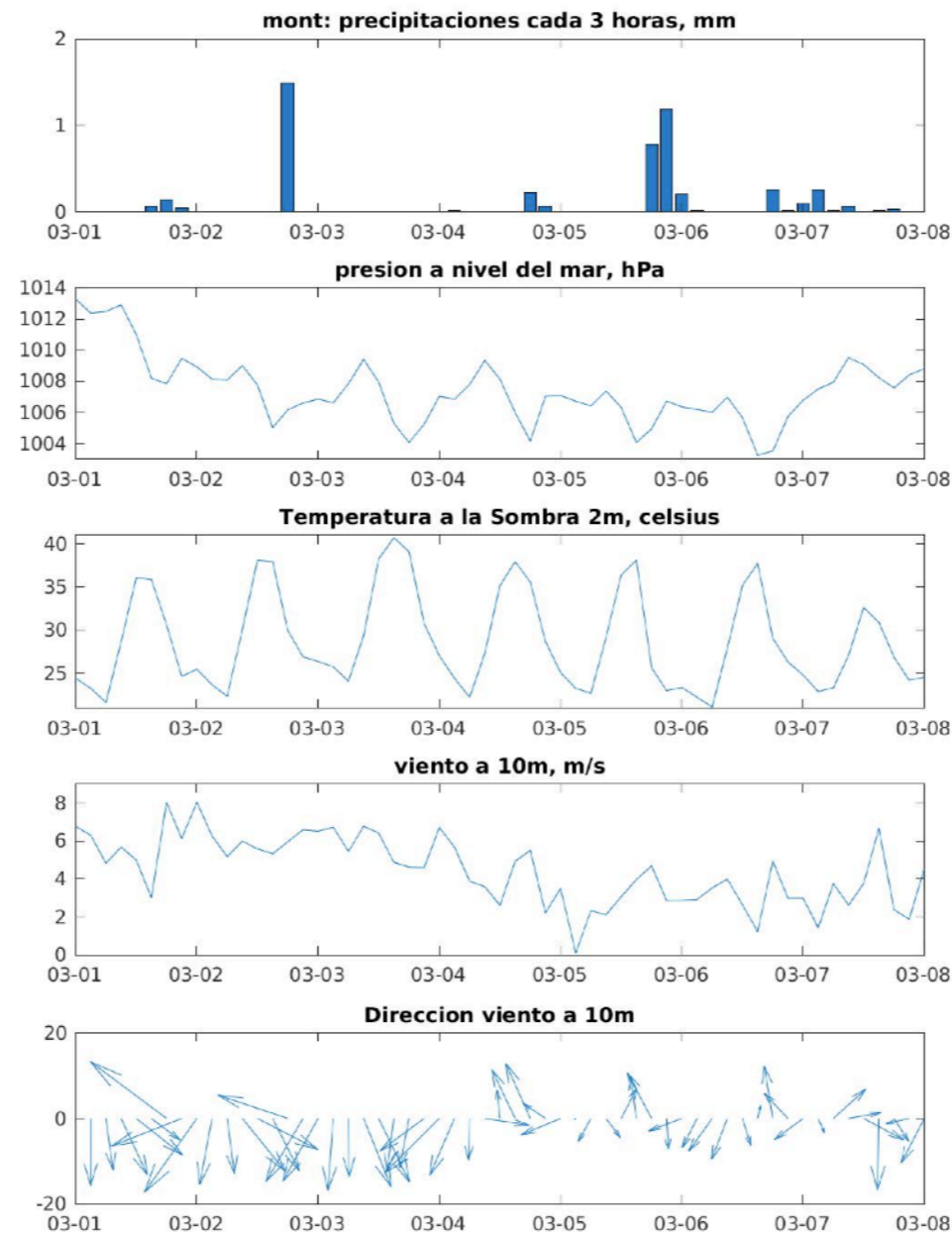
Señales en sistemas mecánicos

- ▶ Trayectoria del ángulo del péndulo con fricción



Señales correspondientes a efectos atmosféricos

- ▶ Temperatura y otras medidas como función del tiempo¹

















- ▶ Dirección del viento: $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ (separable por coordenadas)

¹ <https://www.fing.edu.uy/cluster/eolica/>

Temperaturas diarias

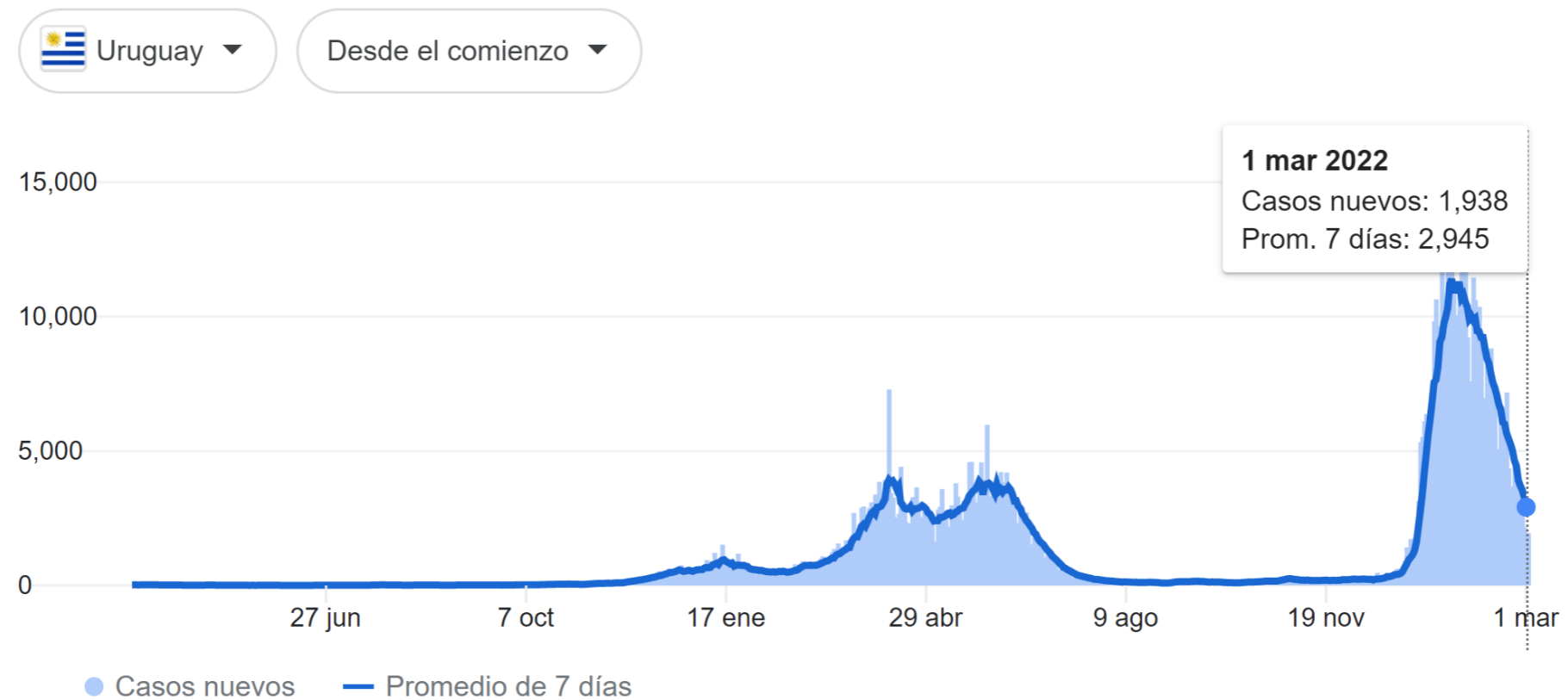
- ▶ Temperaturas máxima y mínima
- ▶ Fuente: weather.com

Thu 02	31°/24°	 Sunny	6%	W 14 km/h	▼
Fri 03	32°/22°	 Partly Cloudy	17%	NNW 16 km/h	▼
Sat 04	27°/21°	 AM Thunderstorms	47%	S 22 km/h	▼
Sun 05	26°/20°	 Mostly Sunny	10%	SE 20 km/h	▼
Mon 06	28°/21°	 Mostly Sunny	11%	E 21 km/h	▼
Tue 07	27°/20°	 AM Showers	38%	ESE 22 km/h	▼
Wed 08	27°/21°	 Partly Cloudy	24%	ESE 22 km/h	▼
Thu 09	28°/21°	 Mostly Sunny	20%	S 19 km/h	▼
Fri 10	28°/22°	 Scattered Thunderstorms	45%	ESE 22 km/h	▼
Sat 11	27°/20°	 AM Showers	38%	ESE 19 km/h	▼
Sun 12	27°/20°	 Scattered Thunderstorms	53%	E 19 km/h	▼
Mon 13	27°/19°	 Thunderstorms	60%	S 20 km/h	▼
Tue 14	25°/19°	 AM Showers	50%	SE 21 km/h	▼
Wed 15	25°/18°	 Showers	48%	ESE 21 km/h	▼

Contagios por COVID

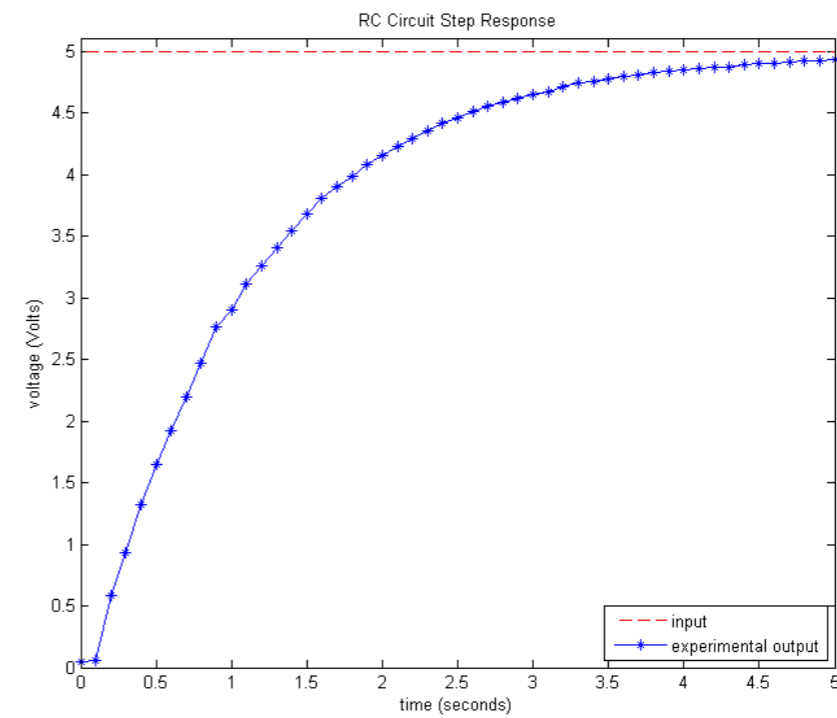
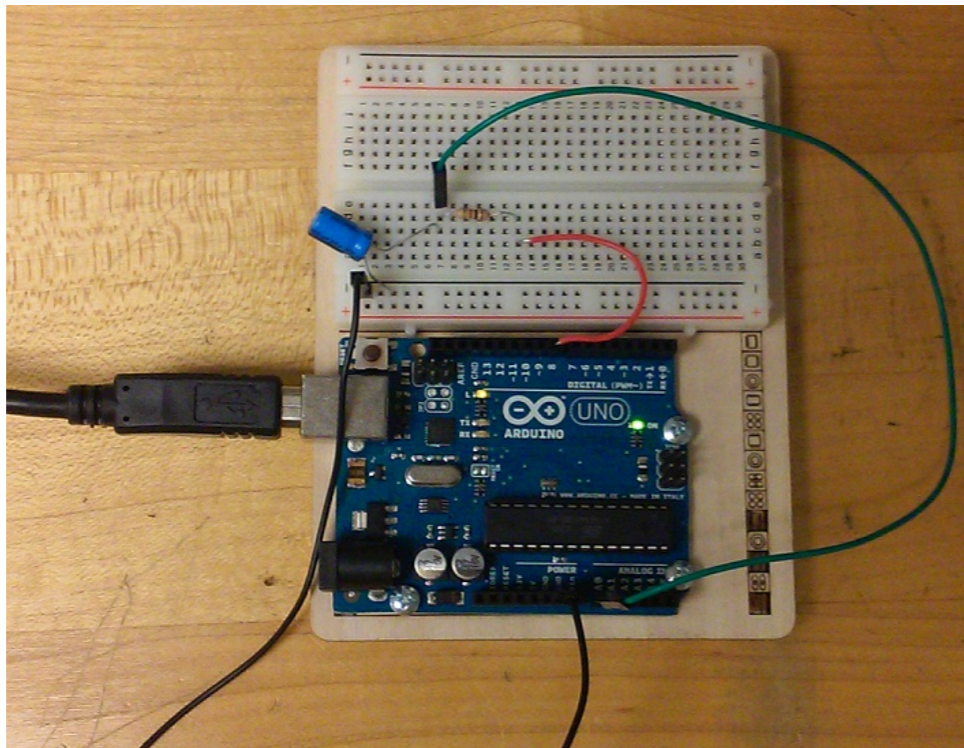
- ▶ ¿Es esta señal de tiempo discreto $x[n]$ o continuo $x(t)$?

De [JHU CSSE COVID-19 Data](#) · Última actualización: hace 18 horas



Convertidor A/D

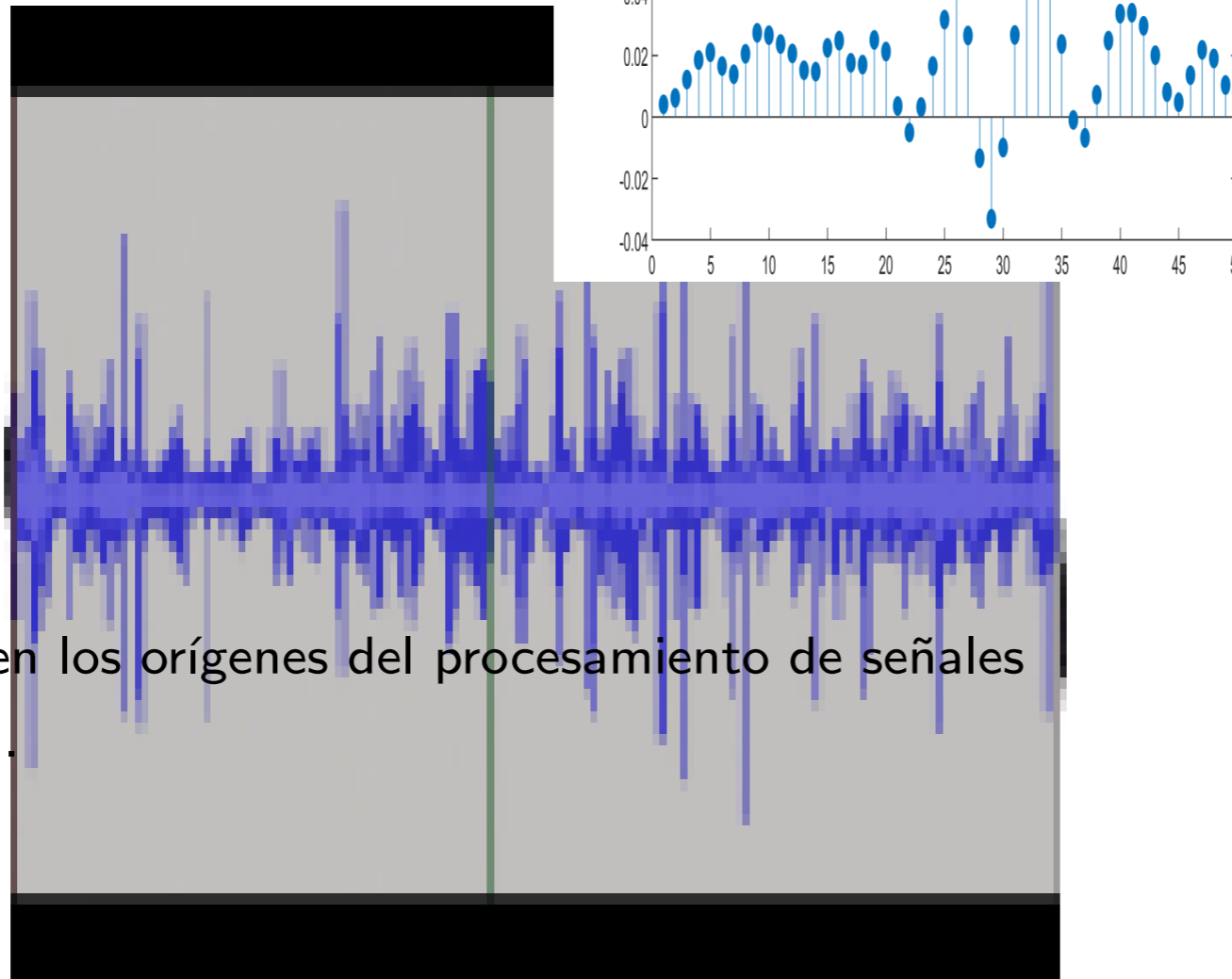
- ▶ Voltaje en el condensador
- ▶ Mediante un Arduino se obtienen muestras



- ▶ Muestrear a tiempo discreto permite el procesamiento digital

Archivo MP3

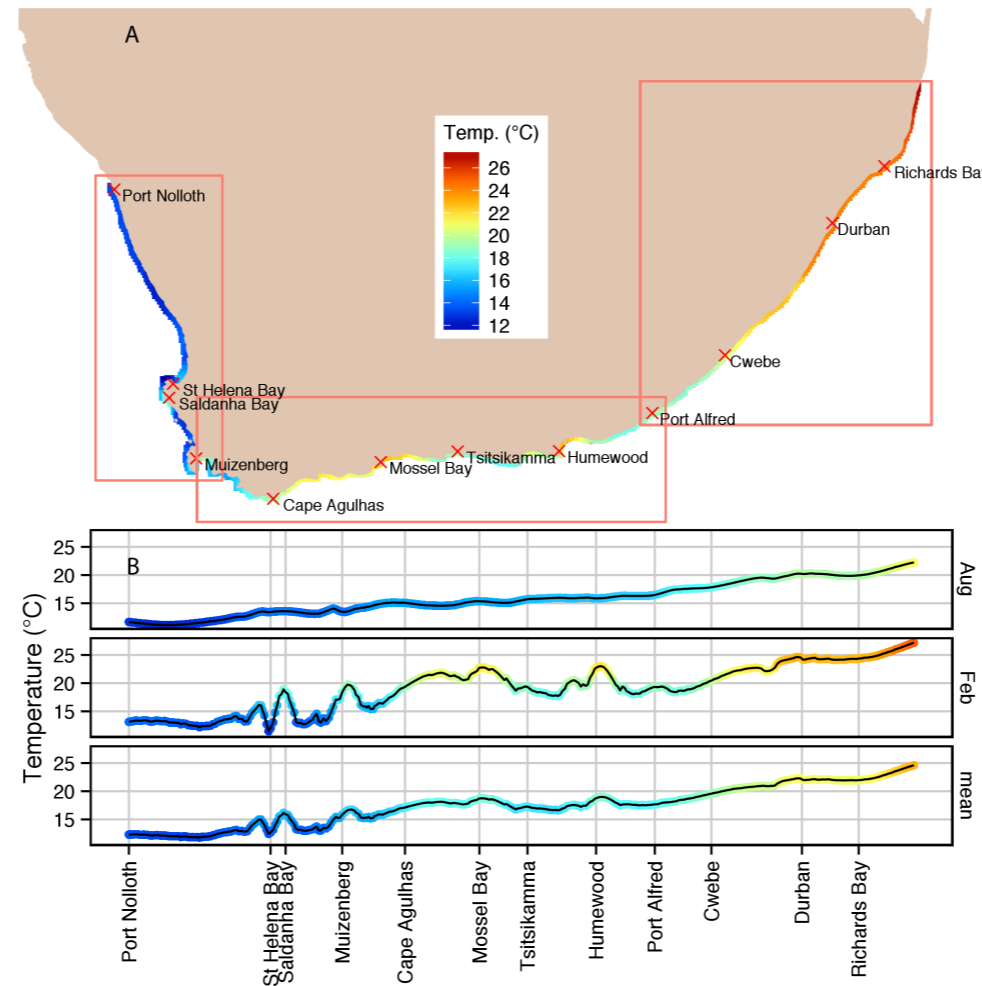
- ▶ Una señal de audio se modela como $x(t)$
- ▶ Para guardarla como MP3 se muestrea $x[n] = x(n\Delta)$
- ▶ También se comprime m...



Inicio de audio en los orígenes del procesamiento de señales
por Siri y Alexa.

Variable no temporal

- ▶ Temperatura a lo largo de la costa²

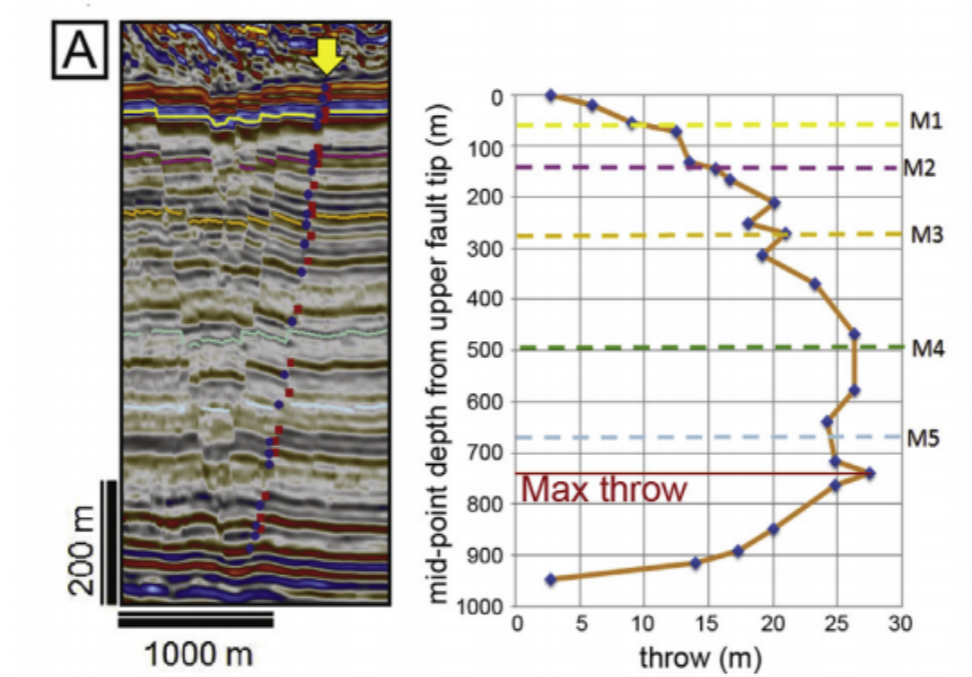


- ▶ Aunque le llamemos tiempo a la variable, la teoría es más general

²A. J. Smit , M. Roberts, R. J. Anderson, F. Dufois, S. F. J. Dudley, T. G. Bornman, Jennifer Olbers, J. J. Bolton “A Coastal Seawater Temperature Dataset for Biogeographical Studies: Large Biases between In Situ and Remotely-Sensed Data Sets around the Coast of South Africa” PLoS One, December 2013

Variable no temporal

- ▶ Estudios exploratorios de petróleo
- ▶ Ancho de una falla como depende de la profundidad³

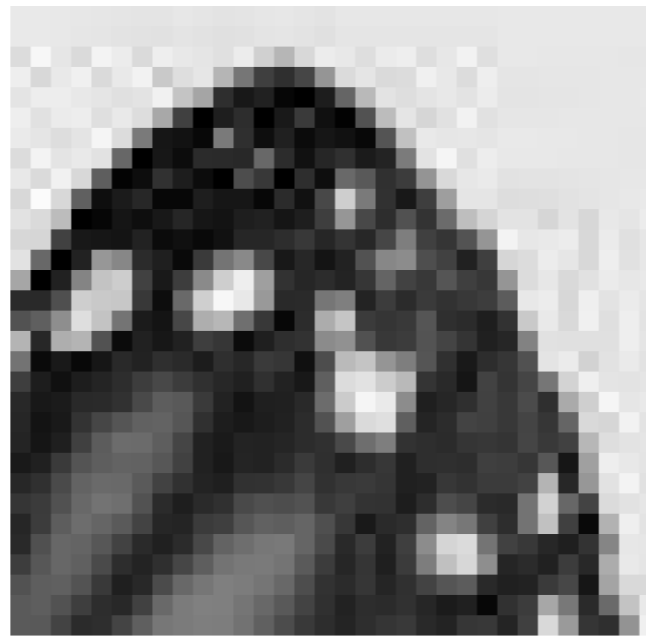


- ▶ Éste es otro ejemplo de una variable no temporal

³L. Turrini a, 1, C. A-L. Jackson, P. Thompson , “Seal rock deformation by polygonal faulting, offshore Uruguay,” Elsevier Marine and Petroleum Geology vol 87 pp.892-907 2017.

Imágenes

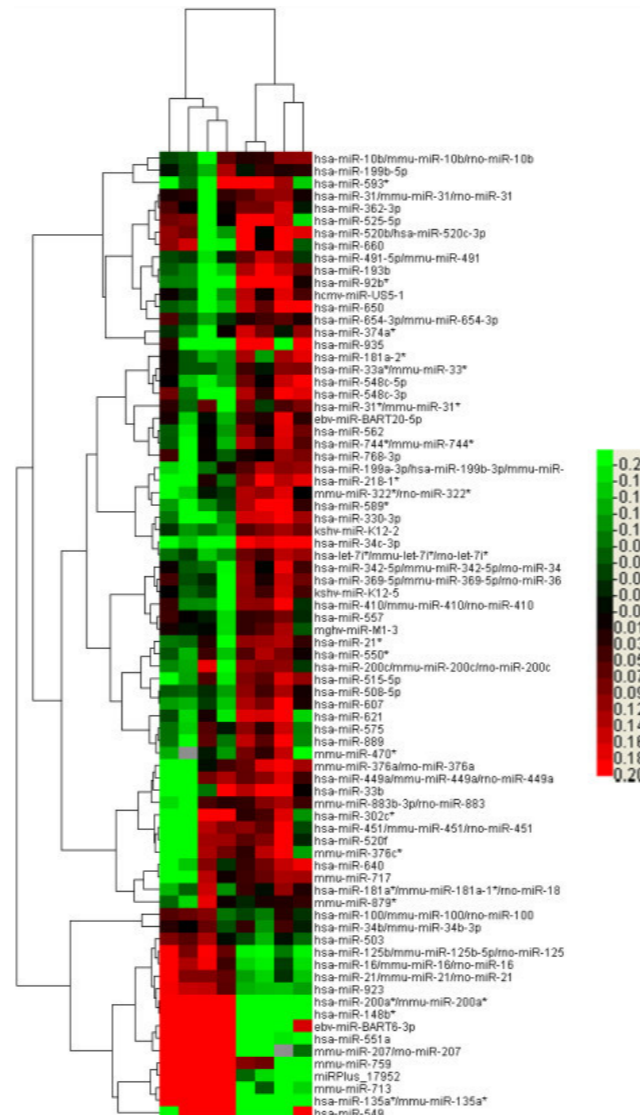
- ▶ Una imagen es un array bidimensional de datos



- ▶ Modelado como $x[n, m]$, vectorial si es en color

Señal de variable instrinsecamente discreta

- ▶ Cada gen se expresa en moléculas de RNA⁴
- ▶ Un microarray muestra cuánto RNA se produce de cada gen

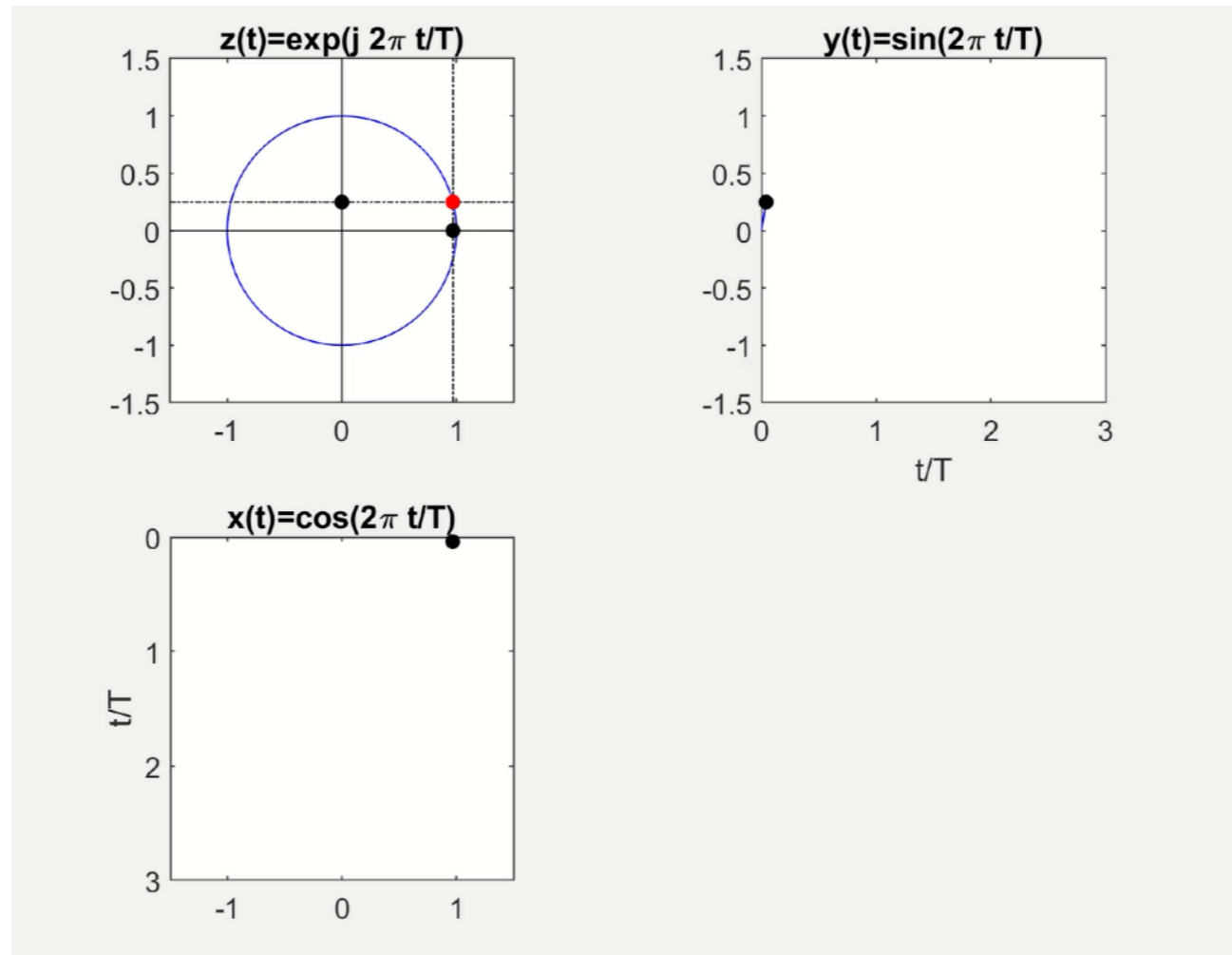


- ▶ Para cada experimento (columna), se modela como $x[n]$

⁴Li, Ren, et al. "MicroRNAs involved in neoplastic transformation of liver cancer stem cells." Journal of Experimental and Clinical Cancer Research vol. 29n no. 1 2010.

Exponenciales complejas

- ▶ Considere $x(t) = Ce^{st}$ con $C, s \in \mathbb{C}$
- ▶ Caso particular $x(t) = e^{j\omega t}$

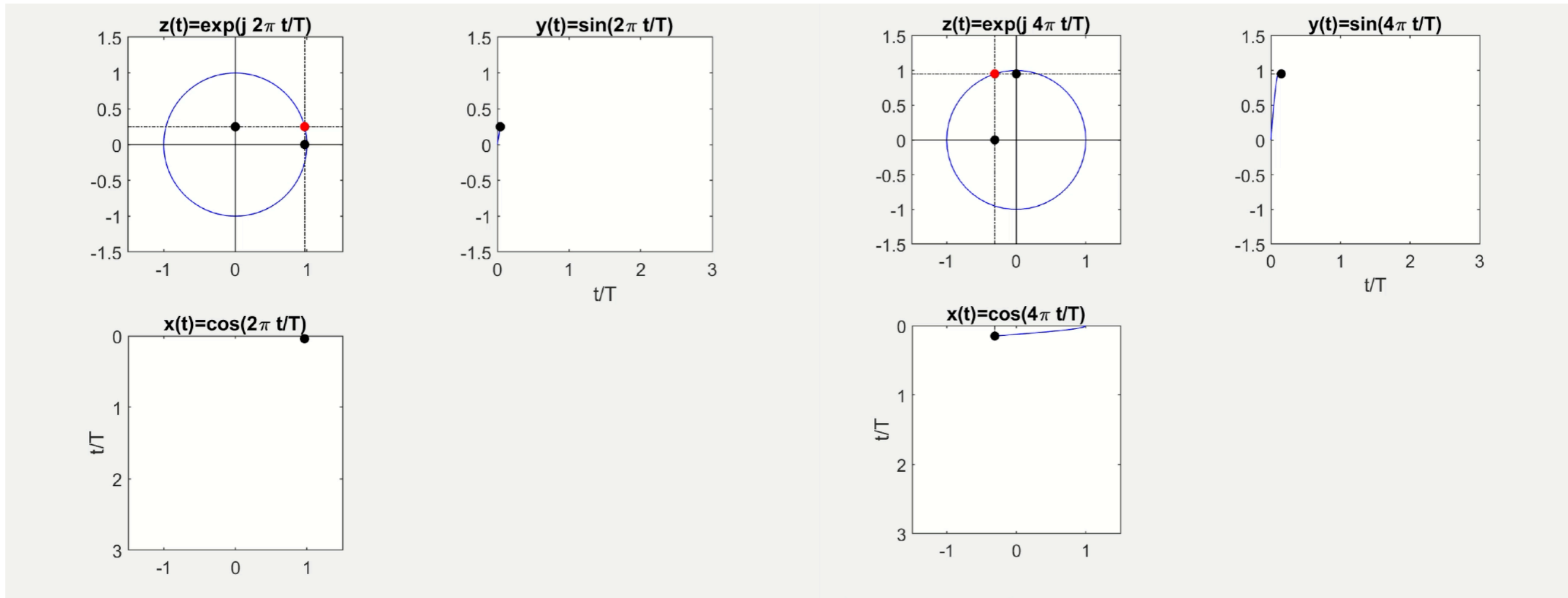


Se descompone en seno y coseno.

Integra a cero en un período.

Exponenciales complejas de distinta frecuencia

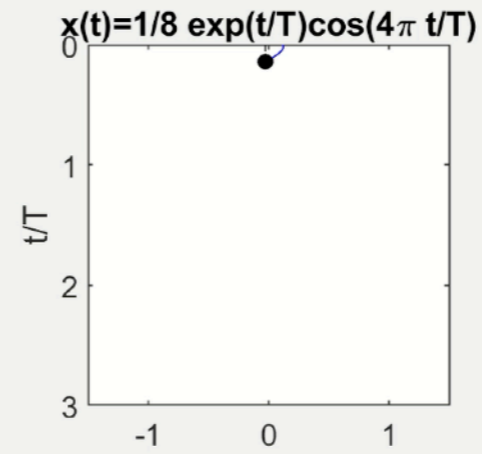
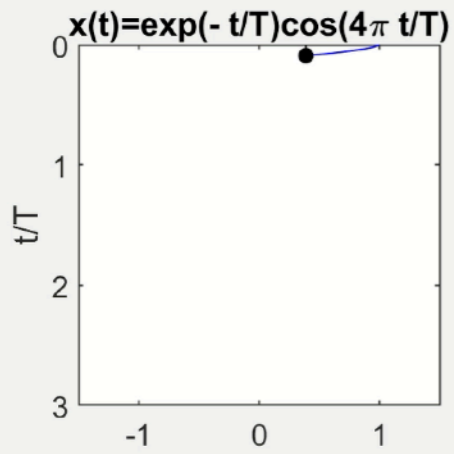
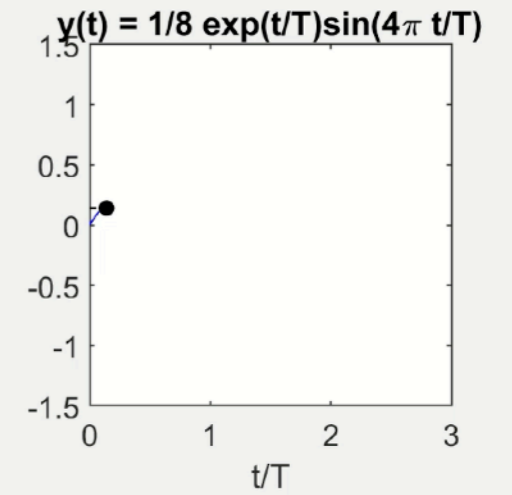
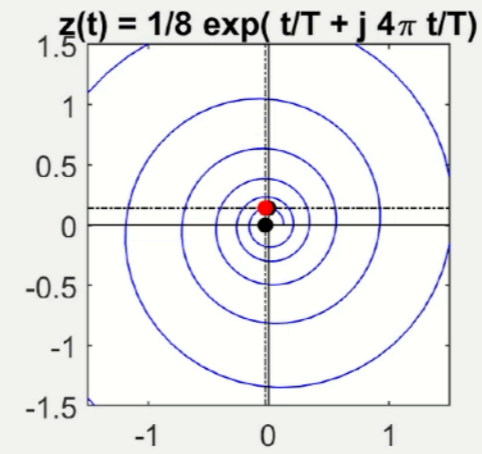
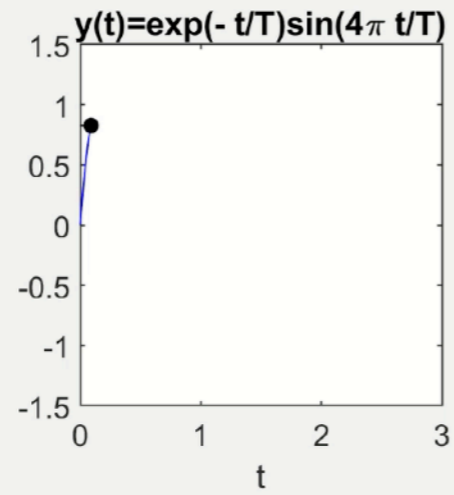
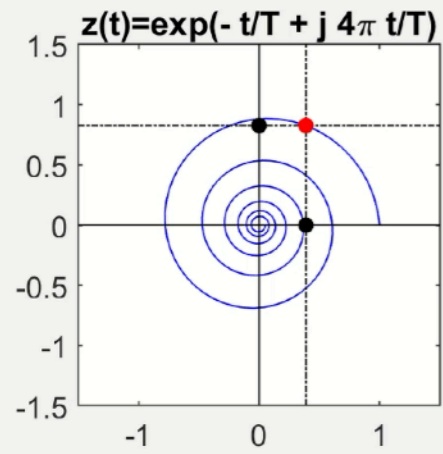
- ▶ Exponenciales en el círculo unidad $x(t) = e^{j\omega t}$ y $x(t) = e^{j2\omega t}$



- Duplicar la frecuencia genera oscilaciones más rápidas.

Exponenciales complejas contractivas y expansivas

- ▶ Caso particular $x(t) = Ae^{((\alpha+j2\omega)t)} = Ae^{\alpha t}e^{j2\omega t}$



Exponenciales complejas desfasadas

- ▶ Caso particular $x(t) = \frac{1}{2}e^{j(2\omega t + \varphi_0)} = \frac{1}{2}e^{j(2\omega(t+t_0))}$ con $t_0 = \varphi_0/2\omega$

